

Тема урока:

***ФУНКЦИОНАЛЬНО - ГРАФИЧЕСКИЙ ПОДХОД
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ***

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПОНЯТИЕ ПАРАМЕТРА

В уравнениях (неравенствах) коэффициенты при неизвестных или свободные члены заданные не конкретными числовыми значениями, а обозначенные буквами называются параметрами.

Пример: $ax^2 + bx + c = 0$, $D = b^2 - 4ac$.

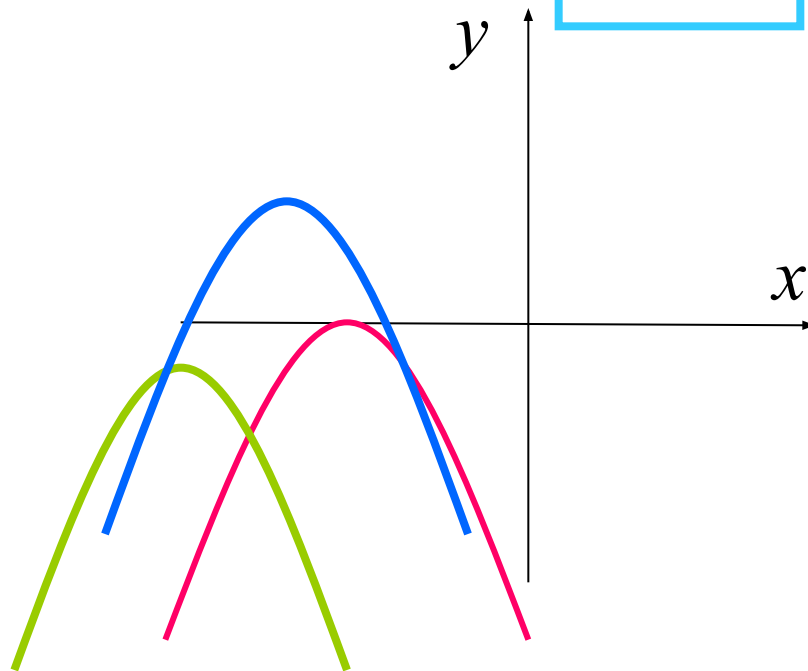
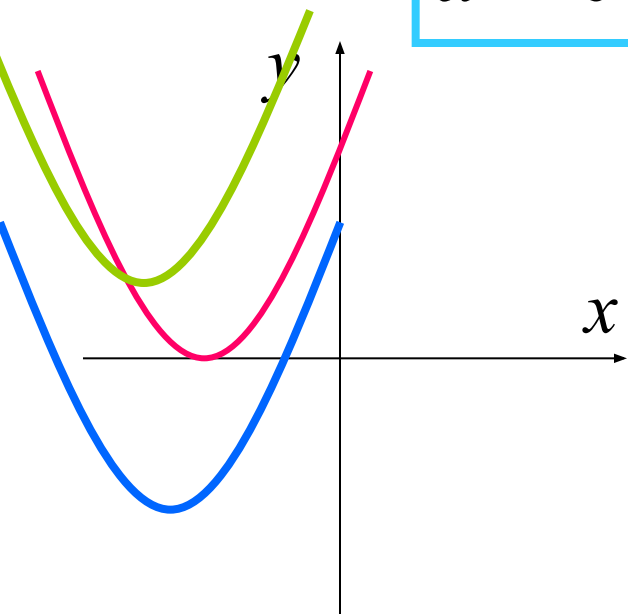
Решить задачу с параметром – это значит, для каждого значения *параметра* найти значения x , удовлетворяющие условию этой задачи.

ГРАФИК КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

$$a > 0$$

$$a < 0$$



$$D = 0, (1 \text{ корень})$$

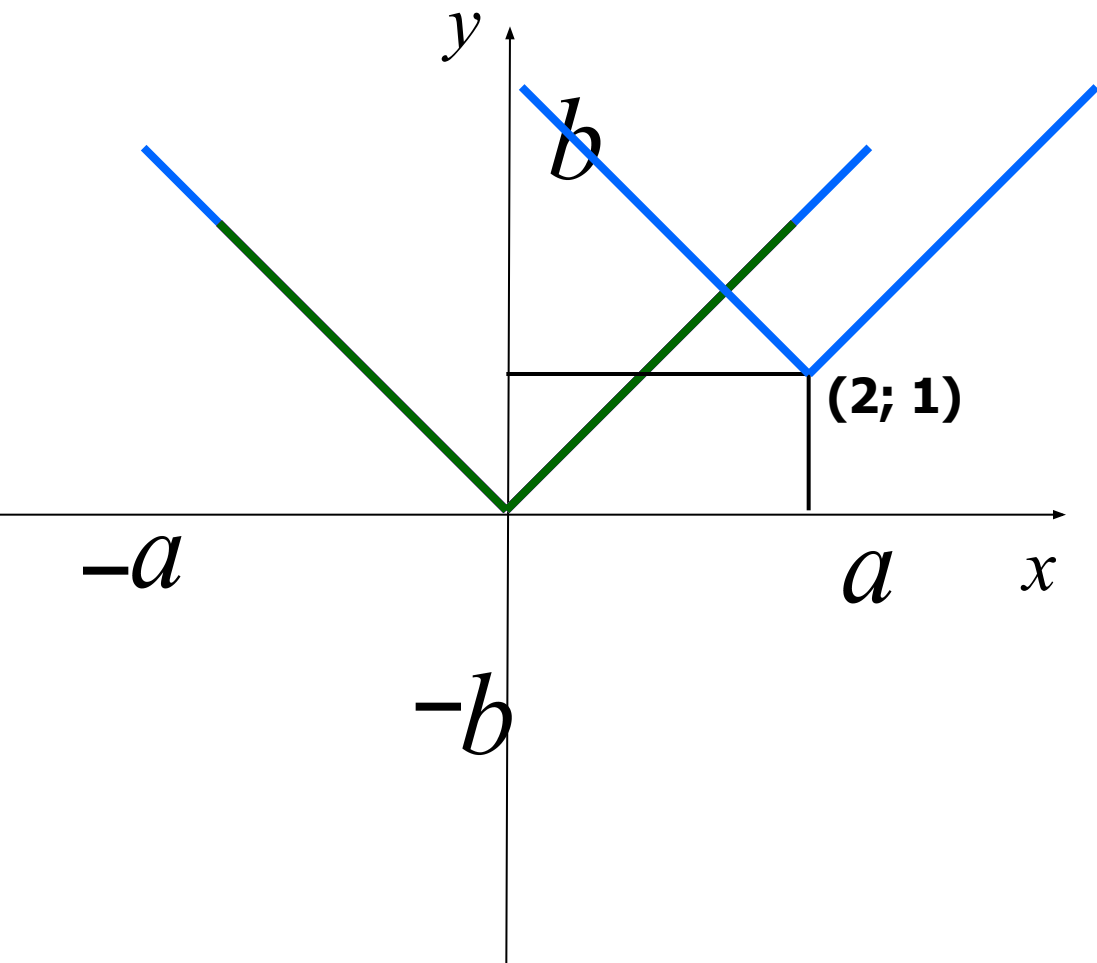
$$D < 0 \text{ (корней нет)}$$

$$D > 0, (2 \text{ корня})$$

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

(с помощью геометрических преобразований,

на примере функции $y = |x|, a > 0, b > 0$)



$$y = |x - a|$$

$$y = |x + a|$$

$$y = |x| + b$$

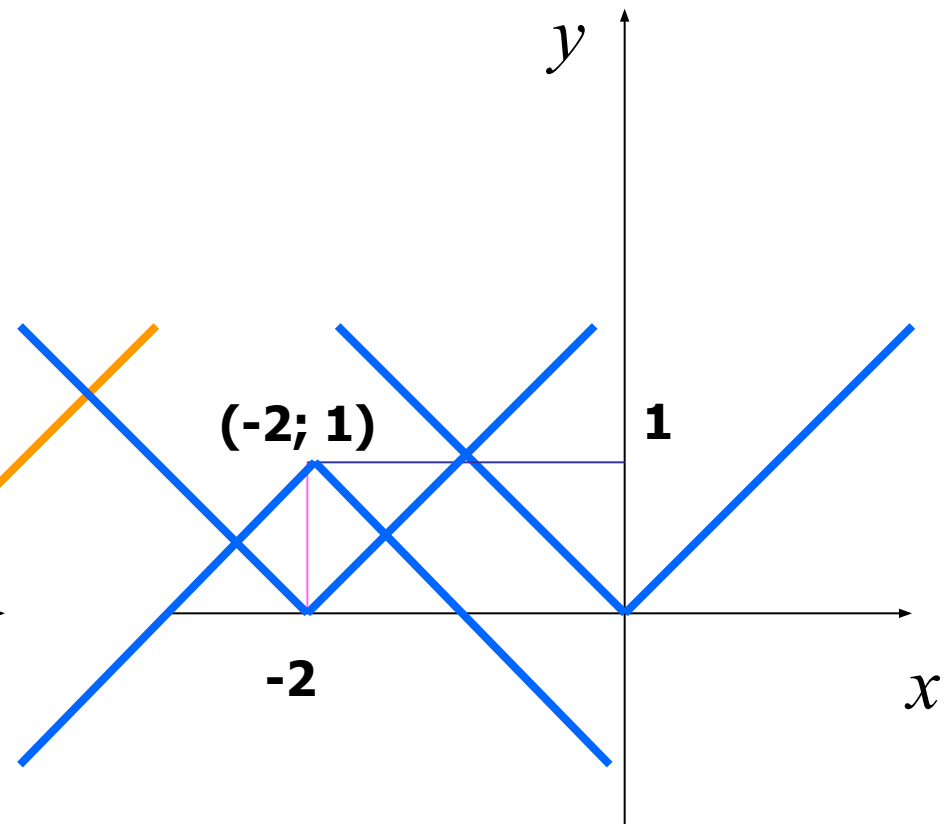
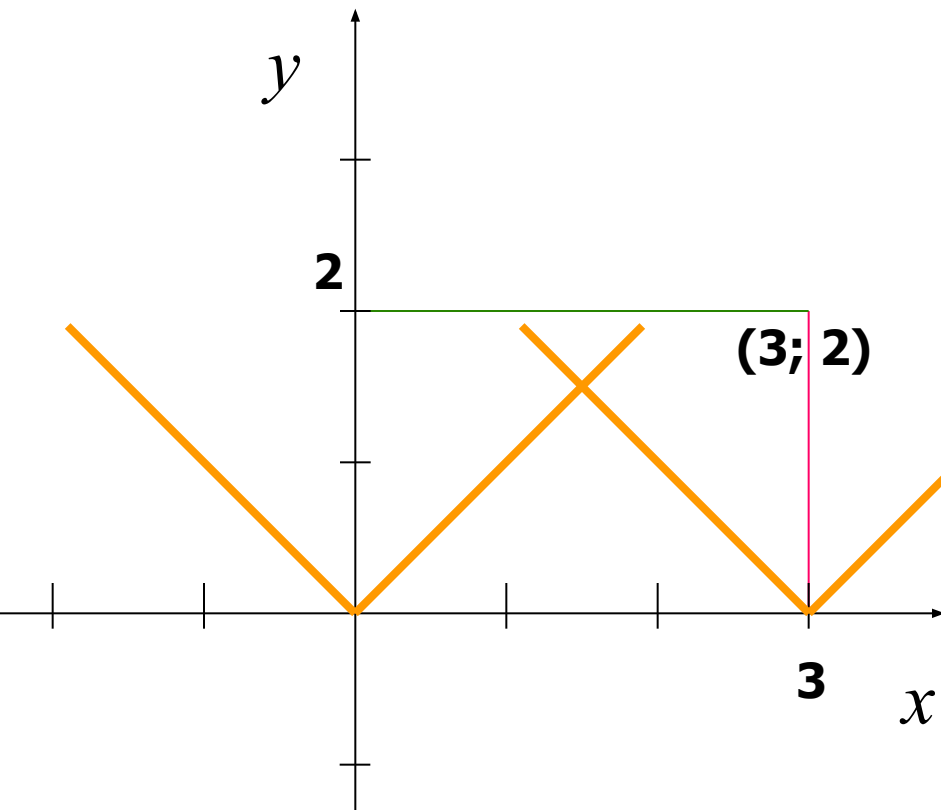
$$y = |x| - b$$

$$y = |x - 2| + 1$$

Построить графики функций

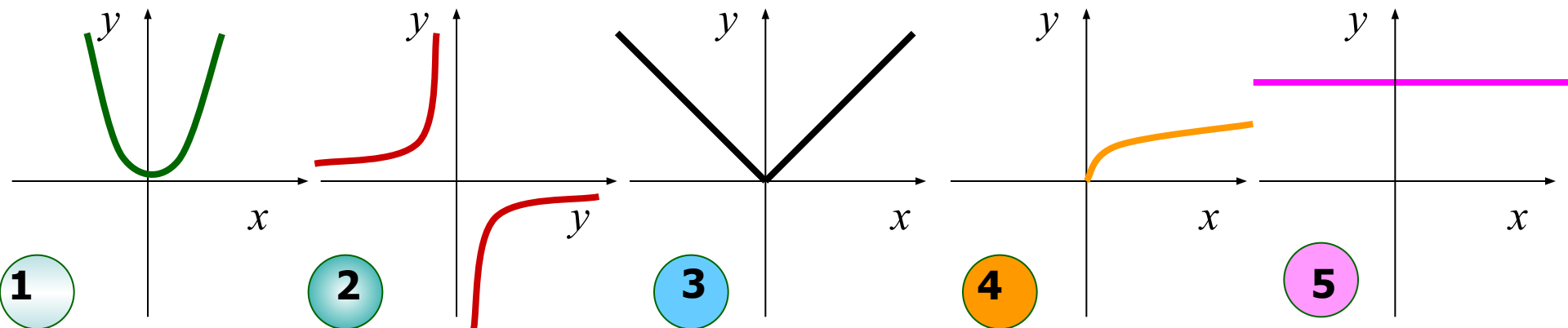
$$y = |x - 3| + 2$$

$$y = 1 - |x + 2|$$



Работа по готовым чертежам.

(«Функции и графики», материалы ЕГЭ, часть «А»)



$$y = ax^2$$

$$y = |x|$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$$y = a$$

$$y = \sqrt{x}$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

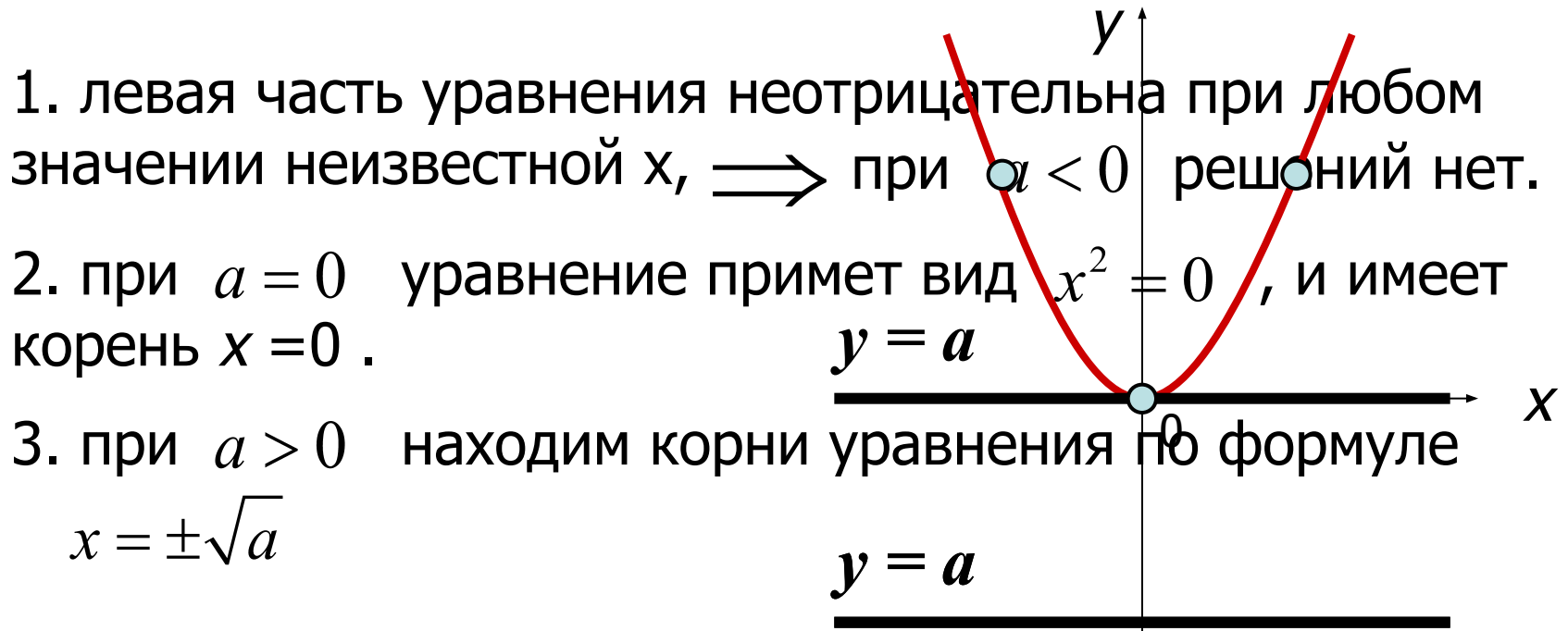
(«Функции и графики», материалы ЕГЭ, часть «В»)

Пусть дано уравнение $f(x) = g(x)$.

1. Строим графики функций левой и правой частей уравнения $y = f(x)$ и $y = g(x)$.
2. Находим точки пересечения графиков.
3. Абсциссы точек пересечения и есть решения данного уравнения.

Решить уравнение: $x^2 = a$

2 способ (графический)



1. левая часть уравнения неотрицательна при любом значении неизвестной x , \implies при $a < 0$ решений нет.

2. при $a = 0$ уравнение примет вид $x^2 = 0$, и имеет корень $x = 0$.

3. при $a > 0$ находим корни уравнения по формуле

$$x = \pm\sqrt{a}$$

Ответ: при $a < 0$, корней нет;

при $a = 0$, один корень $x = 0$.

при $a > 0$, два корня $x = \pm\sqrt{a}$

**« Математике нельзя научиться ,
глядя как это делает сосед! »**

А.Нивен.

№1. При каких значениях параметра a
уравнение $3 - \sqrt{(x-2)^2} = a$ имеет одно
решение ?

№2. При каких значениях параметра a
уравнение $|x-1| - 1 = a$ не имеет
решений ?

При каких значениях параметра a уравнение
 $3 - \sqrt{(x-2)^2} = a$
имеет одно решение ?

Запишем уравнение в виде:

$$3 - |x - 2| = a$$

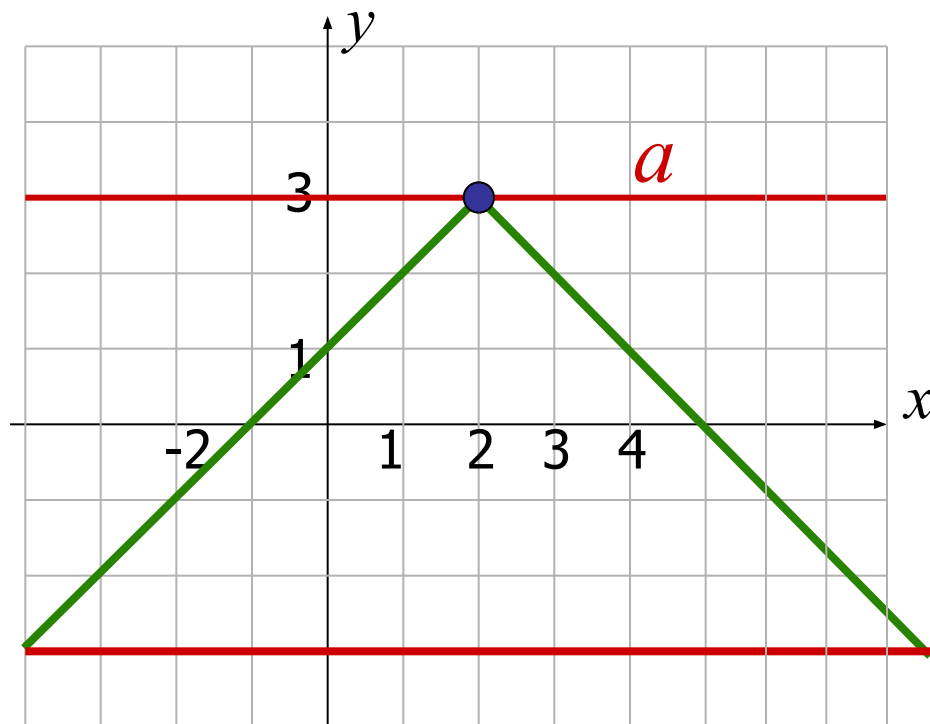
Построим графики

функций: $y = 3 - |x - 2|$.

и подвижную прямую

$$y = a.$$

Ответ: $a = 3$



При каких значениях параметра a уравнение $|x - 1| - 1 = a$ не имеет решений ?

Построим график

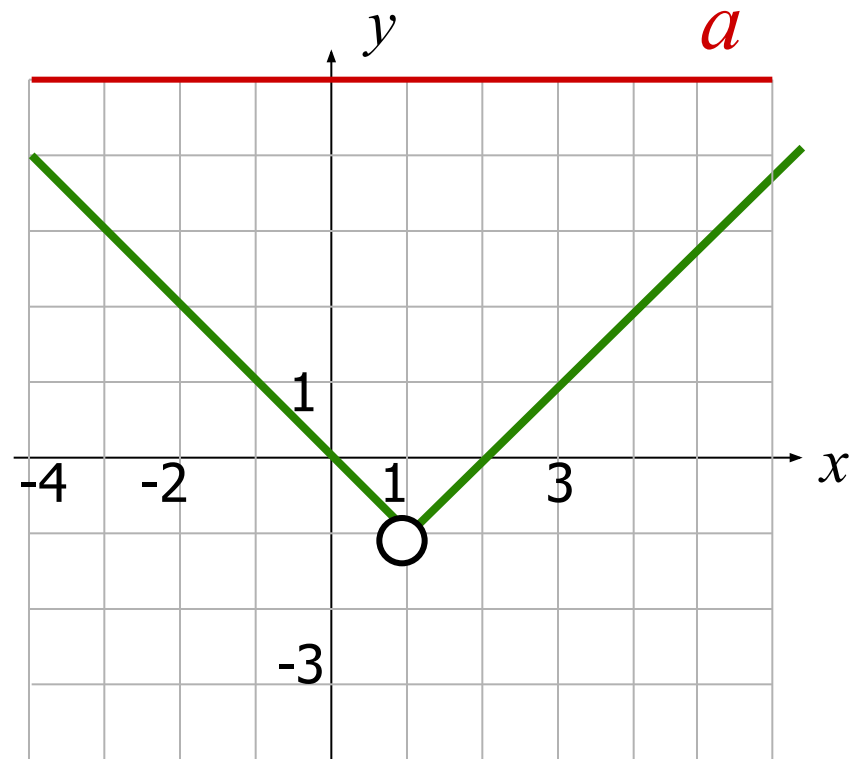
$$y = |x - 1| - 1$$

и прямую $y = a$.

По рисунку видим при

$a < -1$ решений нет.

Ответ: $a < -1$



ВЫВОД

(Графический способ решения задач с параметром)

Задачу с параметром можно рассматривать как функцию $f(x; a) = 0$

•1. Строим графический образ

•2. Пересекаем полученный график прямыми параллельными оси абсцисс

•3. «Считываем» нужную информацию



Схема

решения

:

Указать количество корней уравнения $f(x)=a$
при всех значениях параметра a .

Ответ:

1 корень при $a < -5$, $a > 3$

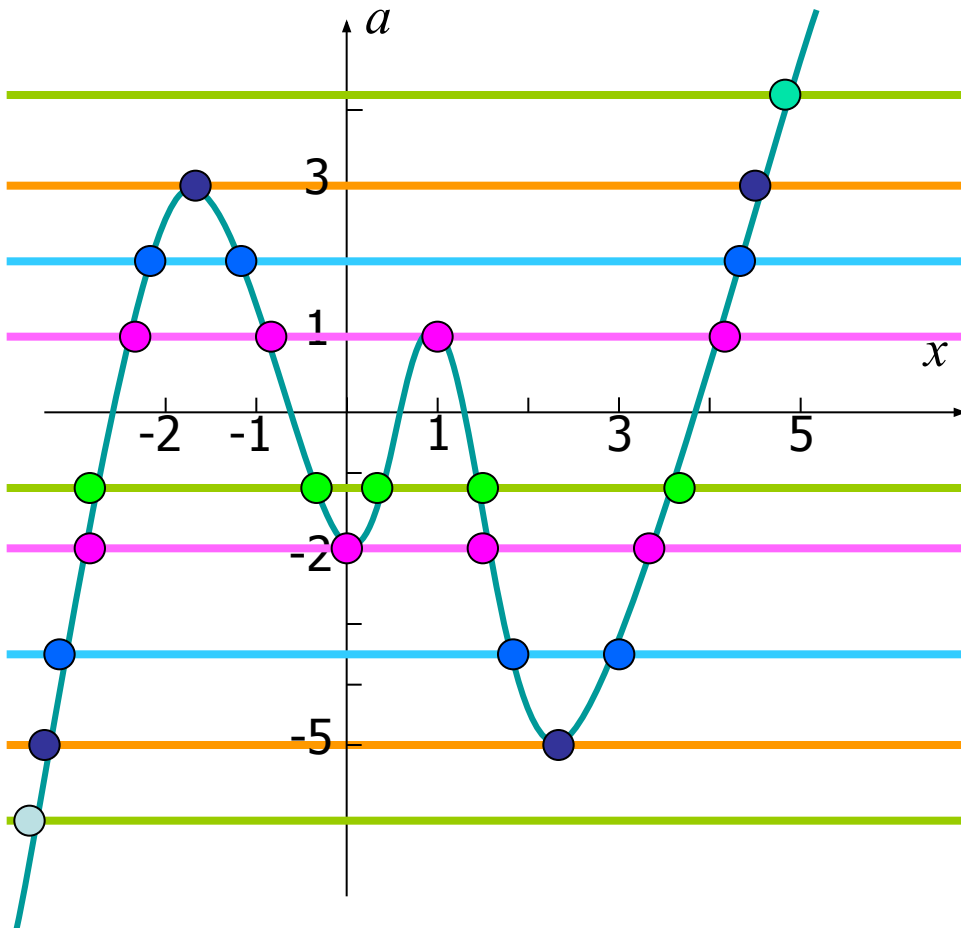
2 корня при $a = -5$, $a = 3$

3 корня при

$1 < a < 3$ и $-5 < a < -2$

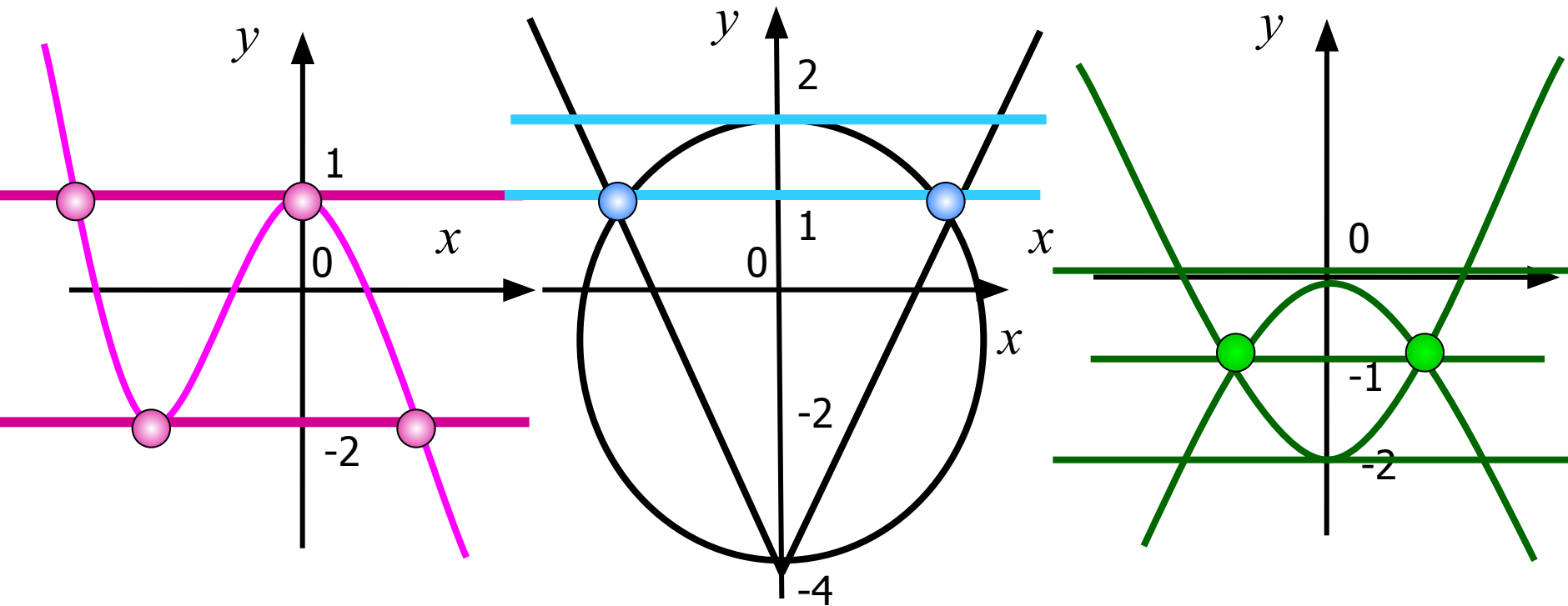
4 корня при $a = -2$ и $a = 1$

5 корней при $-2 < a < 1$



Задание по выбору

При каких значениях параметра a
уравнение $f(x) = a$ имеет два корня?



Найти сумму целых значений параметра a при которых уравнение $(a + 2x - x^2 + 19)(a - 3 - |x - 4|) = 0$ имеет три корня.

Исходное уравнение равносильно
$$\begin{cases} a - x^2 + 2x + 19 = 0 \\ a - 3 - |x - 4| = 0 \end{cases}$$

Выражая параметр a , получаем:

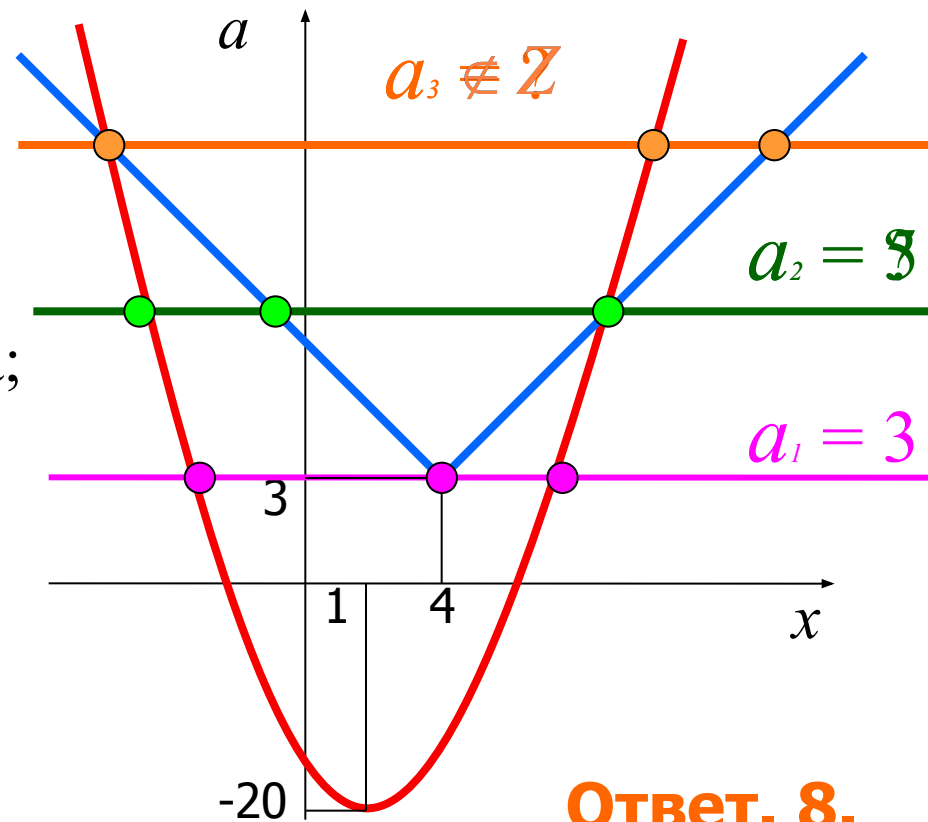
$$\begin{cases} a = x^2 - 2x - 19 \\ a = |x - 4| + 3 \end{cases}$$

Из рисунка видно, что уравнение имеет три корня в 3 случаях.

1) При $a = 3$, вершина прямого угла;

2) При $x < 4$, $x^2 - 2x - 19 = -(-4) + 3$
 $x^2 - x - 26 = 0, x_{1,2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \emptyset$

3) При $x > 4$, $x^2 - 2x - 19 = x - 4 + 3$,
 $x^2 - 3x - 18 = 0, x_1 = -3(\emptyset), x_2 = 6$
 Тогда $a = 6 - 4 + 3 = 5$.



Ответ. 8.

ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧ

Подсказка: выбрать путь «от картинке к условию» задачи

1. Возьмем два уравнения
2. Построим их графический образ.
3. Заменяем букву y параметром a ,
и записываем уравнение с параметром.
4. По рисунку задаем условие.

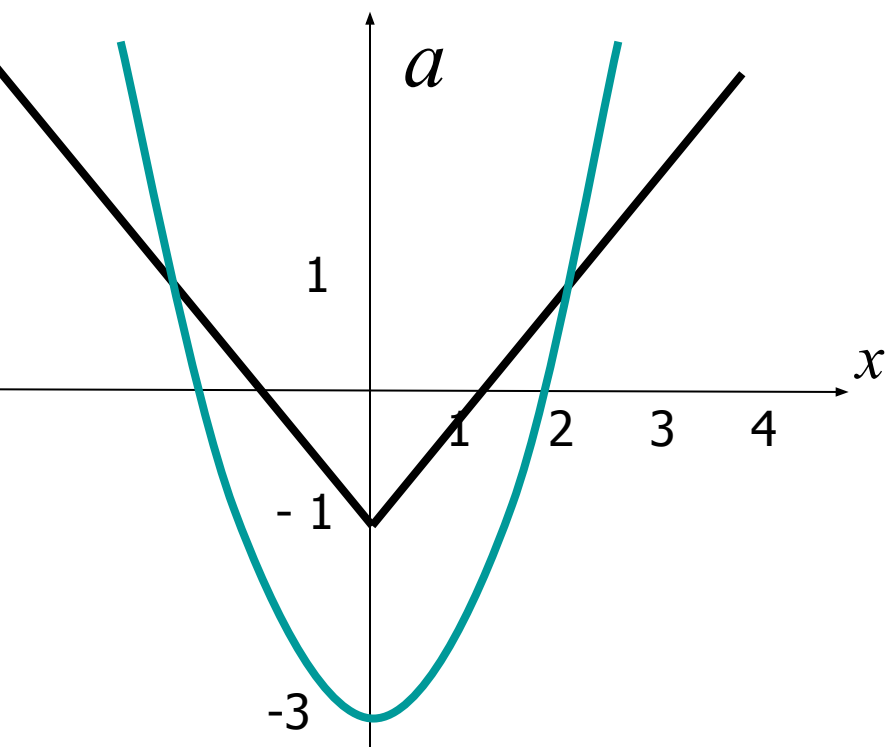
$$ay = x^2 - 3$$

$$ay = |x| - 1$$

$$a - x^2 + 3 = 0$$

$$a - |x| + 1 = 0$$

$$(a - x^2 + 3)(a - |x| + 1) = 0$$



При каких значениях параметра данное уравнение имеет одно решения?

1

СОЗДАНИЕ И ЗАЩИТА ПРОЕКТА

**Умение решать задачи –
практическое искусство,
подобное плаванию, или
катанию на лыжах,
практическое искусство, : научиться
подобное плаванию, или
катанию на лыжах...
научиться этому можно
лишь подражая избранным
образцам и постоянно
тренируясь..**

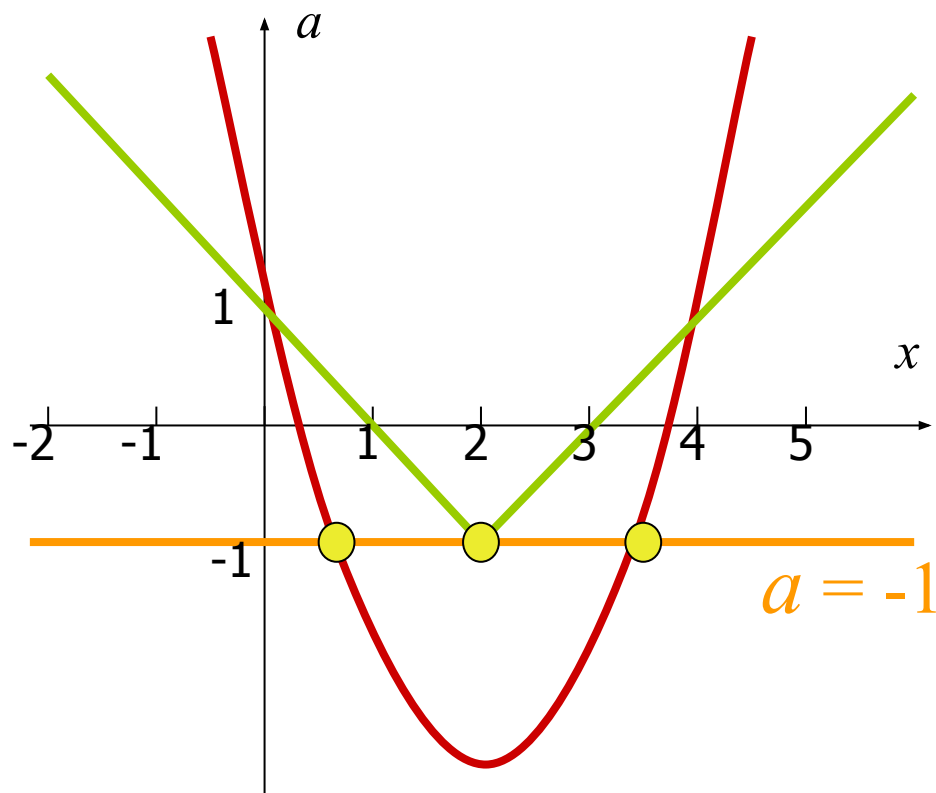
**Д.
Пойа**

Д. Пойа

Найти все значения a , при которых уравнение

$$(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$$

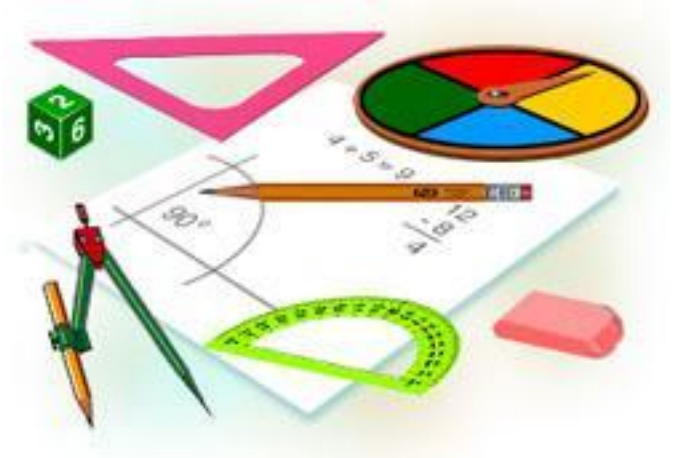
имеет ровно три корня?



Ответ: $a = -1$

Творческое домашнее задание.

Составить две задачи с параметром, используя полученные знания.



Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их .

(Д. По́я)