Логарифмические уравнения

- Уравнения, в которых неизвестное находится под знаком логарифма, называются ***логарифмическими.***
- ***Например:*** $\log_2 x = 16$

Методы решения

1) По определению логарифма.
2) Потенцирование.
3) Введение новой переменной.
4) Логарифмирование обеих частей уравнения.
5) Приведение к одному основанию.
6) Графически.

По определению логарифма

- Решим уравнение : $\log_2 x = 16$
- Вспомним определение логарифма. **Логарифмом** положительного числа *b* по положительному и отличному от 1 основанию *a* называют показатель степени, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить число *b*.
- То есть $2^x = 16$

  $X = 4$
- Ответ : 4

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Потенцирование

- Потенцирование-это переход от уравнения вида $\log_a f(x)=\log_a g(x)$ к уравнению $f(x)=g(x)$, где $a>0$ и $a\neq1$, а $f(x)$ и $g(x)$ — элементарные алгебраические функции, $f(x)>0, g(x)>0$.
- Например: $\log_5(x+10)=\log_5(3x-6)$
- *Уравнение имеет смысл при*

$$\begin{cases} (x+10)>0, \quad \text{т.е. } x \in (-2, +\infty) \\ (3x-6)>0; \end{cases}$$

- $x+10=3x-6$

  $2x=16$

  $x=8$
- Ответ: 8

Введение новой переменной.

- $\log_5^2 x+6\log_5 x-7=0$, где $x>0$
- Заменим $\log_5 x$ на t, получаем $t^2-3t-4=0$

по следствию из т.Виета получаем $t_1=-1, t_2=4$

Подставим: $\log_5 x = -1$ и $\log_5 x = 4$

$x=0{,}2$ $x= 625$

- Ответ: 0,2; 625

Логарифмирование обеих частей уравнения.

- $x^{\lg x} = 10000$, ОДЗ: $x>0$
- Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$\lg x^{\lg x} = \lg 10000$

$\lg^2 x = 4$

$\lg x = 2$ и $\lg x = -2$

$x = 100$ и $x = 0{,}01$

Ответ: 0,01; 100.

Приведение к одному основанию.

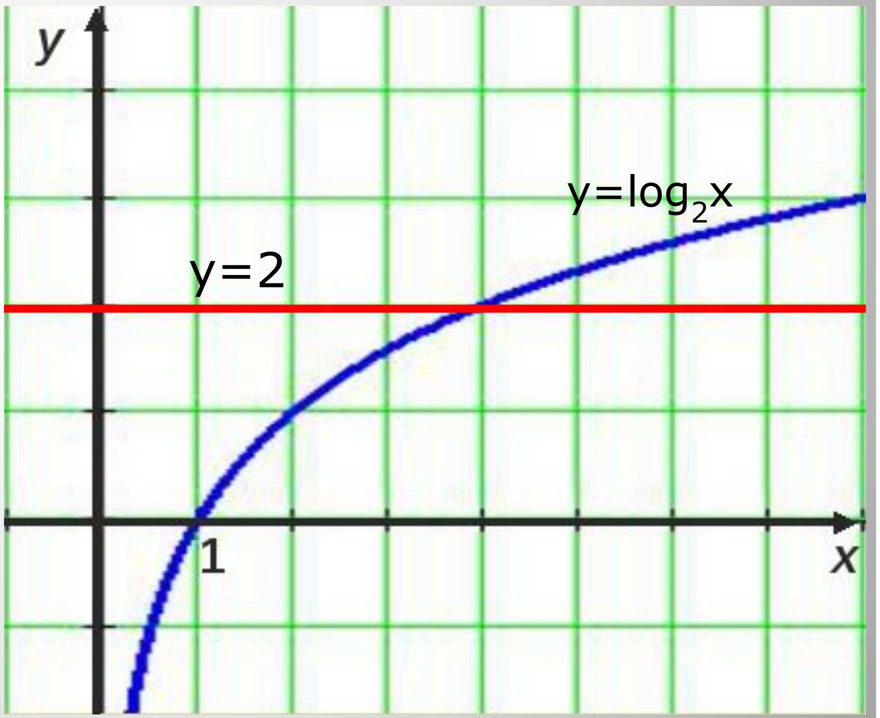
- $\log_2 x + \log_4 x = 0$, приведем к одному основанию
- $\log_2 x + 0{,}5\log_2 x = 0$
- $1{,}5\log_2 x = 0$
- $x = 1$
- Ответ:1

Графически

- $\log_2 x=2$
- Построим графики функций $y=2$ и $y=\log_2 x$

В ответ выписываем абсциссу точки пресечения графиков

- Ответ: 4



Потренируемся

$$2\log_8 2^{4x} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 2}.$$

$$\log_5\left(\frac{x+1}{10}\right) = \log_5\left(\frac{2}{x}\right).$$

$$\log_{x+1} 2 = 3.$$

$$\log_{1-x}(x^2 - x - 6)^2 = 4.$$

$$(\log_2 x)^2 - 2\log_2\sqrt{x} = 2.$$

$$\log_2\frac{x}{8} = \frac{15}{\log_2\frac{x}{16} - 1}.$$

$$\log_3((x+2)(x-2)) = 4\log_9(2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5.$$

$$\frac{1}{2}\lg\left(x+\frac{1}{8}\right) - \lg\left(x+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\lg\left(x-\frac{1}{2}\right) - \lg x.$$

$$\log_3((x+2)(x-2)) = 4\log_9(2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5.$$

$$\frac{1}{2}\lg\left(x+\frac{1}{8}\right) - \lg\left(x+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\lg\left(x-\frac{1}{2}\right) - \lg x.$$