



Решение задач теории вероятностей с помощью графов

Францева Е.А.,
учитель математики МБОУ «Средняя школа №10»
г.Рославля Смоленской обл.

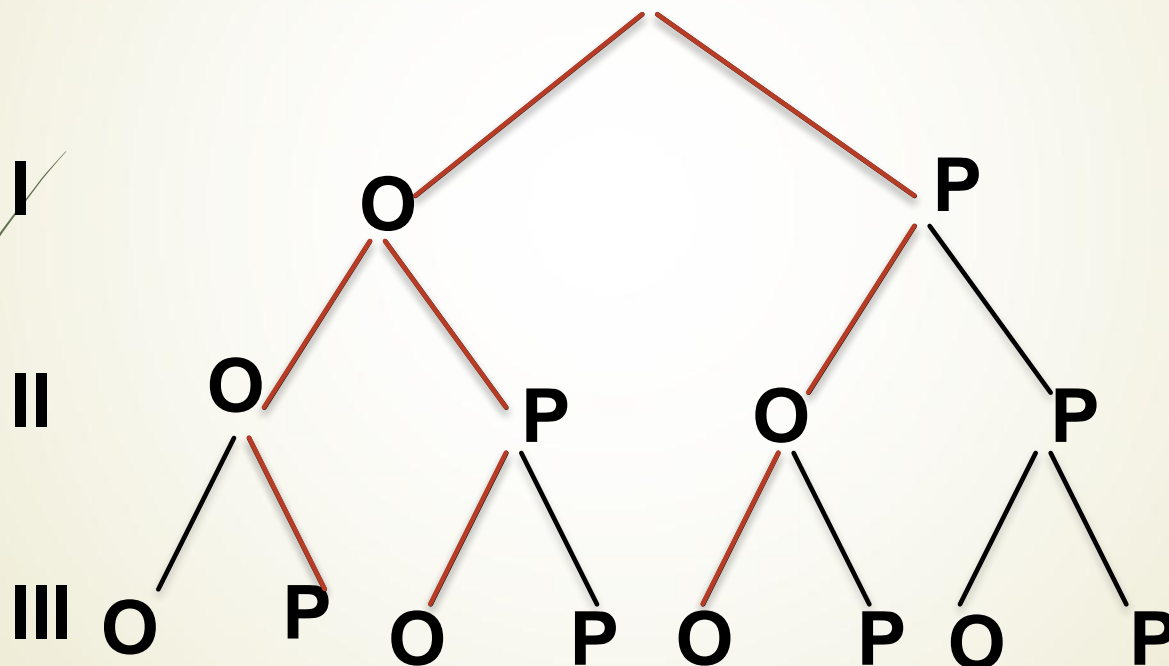


Задачи:

- Монеты
- Маршруты
- Экзамены
- Стрельба
- Контроль качества
- Лаборатории (анализы)
- О погоде
- Производители

Задачи про монеты

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Какова вероятность того, что «орел» выпадет ровно 2 раза?

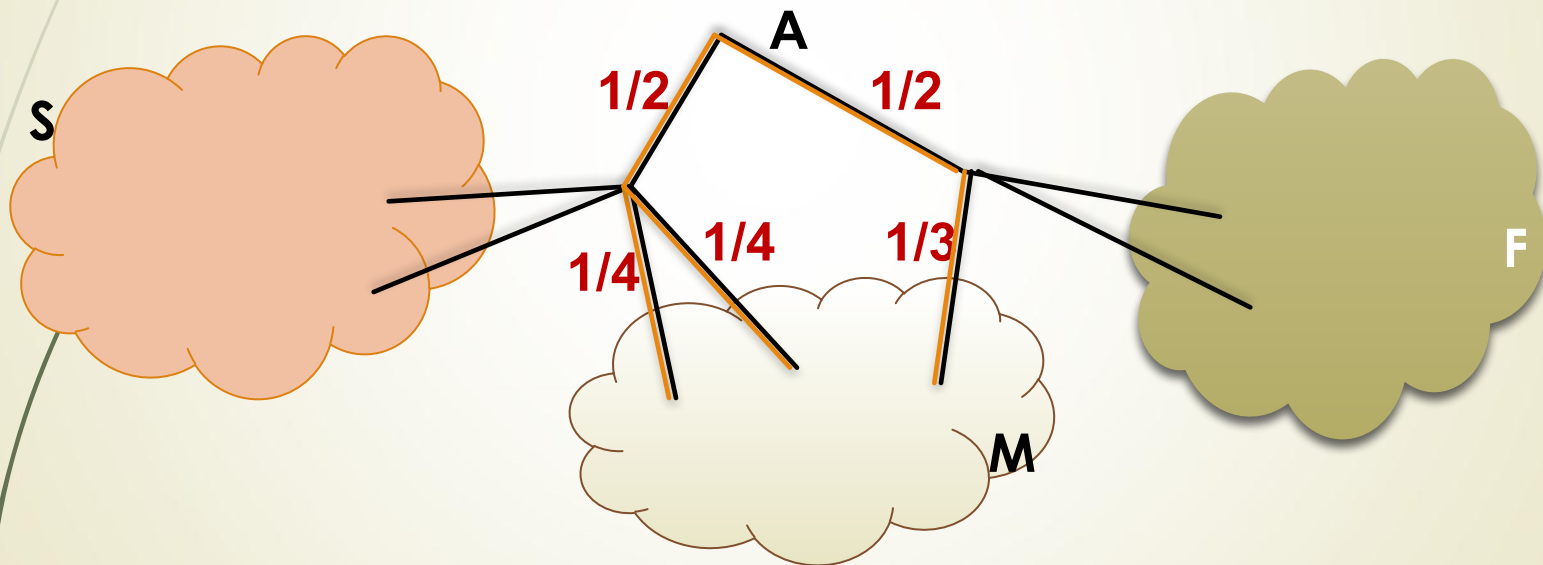


Благоприятный условию задачи 3 ветки из 8, значит
 $P(A) = 3/8 = 0,375$



Задачи про маршруты

Павел Иванович совершает прогулку из т.А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Часть маршрутов приводит к поселку S, другие в поле F или в болото M. Найдите вероятность того, что Павел Иванович забредет в болото?



Распишем вероятности выбора маршрутов, ведущих в болото:

$$P(M) = 1/2 * 1/4 + 1/2 * 1/4 + 1/2 * 1/3 = 5/12$$



Задача про экзамены

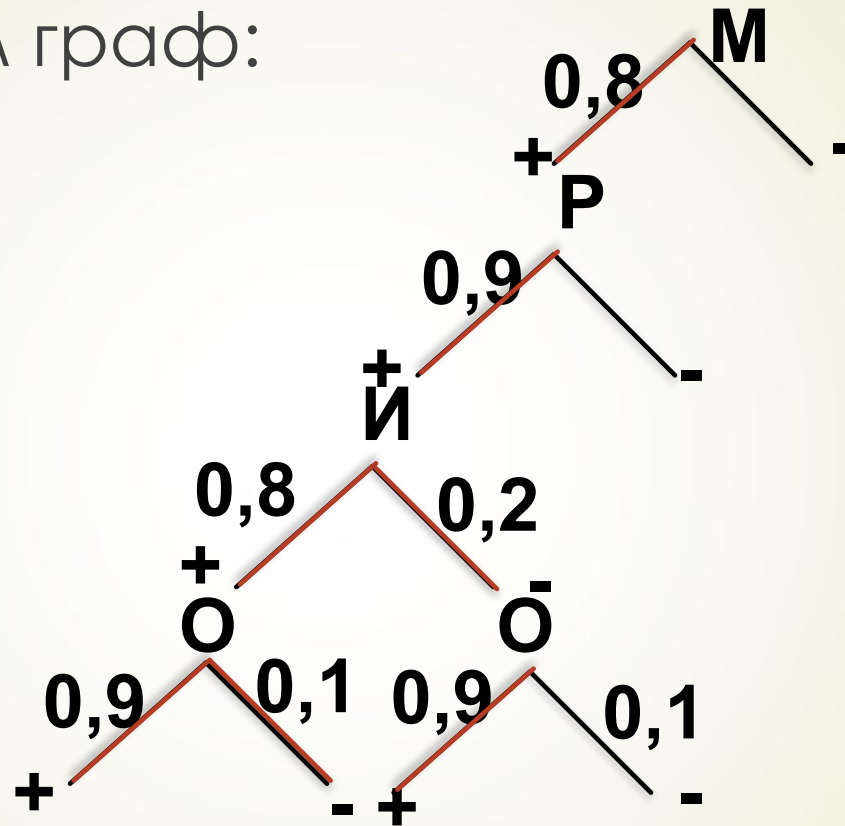
Чтобы поступить в институт на специальность «Международное право» абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 60 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 60 баллов по каждому из трех предметов – математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент А получит не менее 60 баллов по математике равна 0,8, по русскому языку – 0,9, по иностранному языку – 0,8, по обществознанию – 0,9. Найдите вероятность того, что А поступит хотя бы на одну специальность.

Введем обозначения:

М – математика, **Р** – русский язык, **И** – иностранный язык, **О** – обществознание,
«+» - сдал хорошо, **«-»** - сдал плохо

Задача про экзамены

Построим граф:



$$P(A) = 0,8 * 0,9 * (0,8 * (0,9 + 0,1) + 0,2 * 0,9) = 0,72 * (0,8 + 0,18) = 0,72 * 0,98 = 0,7056$$



Задача про стрельбу

Ковбой Джон попал в муху на стене с вероятностью $0,9$, если стрелял из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадет в муху с вероятностью $0,4$. На столе лежат 10 револьверов, из них только 2 пристрелянных. Ковбой видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнется.

Введем обозначения:

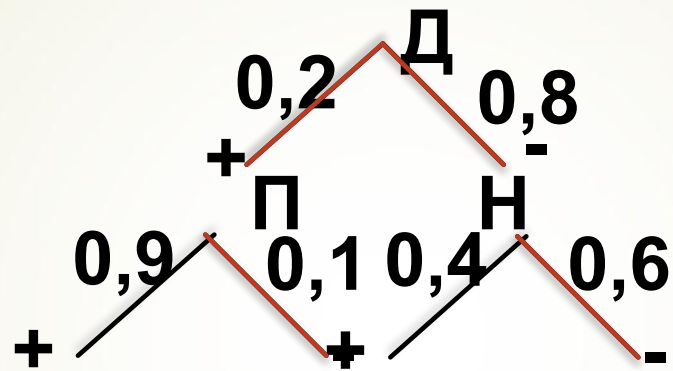
P – пристрелянный револьвер

N – непристрелянный револьвер

«+» - попал, «-» - не попал

Задача про стрельбу

Построим граф:



$$P(A) = 0,2 * 0,1 + 0,8 * 0,6 = 0,02 + 0,48 = 0,5$$



Задача про контроль качества

На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найти вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов.

Введем обозначения:

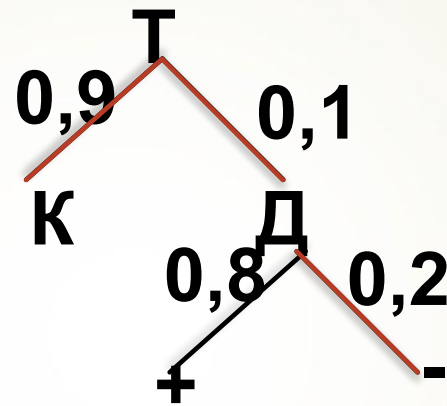
Д – тарелка с дефектом

К – качественная тарелка

«+» - дефект обнаружен, «-» - дефект не обнаружен

Задача про контроль качества

Построим граф:



Поступило в продажу

$0,9 + 0,1 * 0,2 = 0,92$ всех тарелок

Из них качественных 0,9.

$$P(T) = 0,9 / 0,92 = 45/46$$



Задача про лаборатории (анализы)

В ветеринарной лаборатории проводятся анализы на пироплазмоз. Если анализ не выявляет заболевания, говорят, что результат анализа отрицательный, в противном случае – результат положительный. Если результат отрицательный, врач назначает повторный анализ. Третий анализ не назначается. Вероятность ложного положительного результата у здоровой собаки равна 0,005. Найти вероятность того, что с помощью такой процедуры у здоровой собаки будет ошибочно диагностирован пироплазмоз. Результат округлите до сотых.

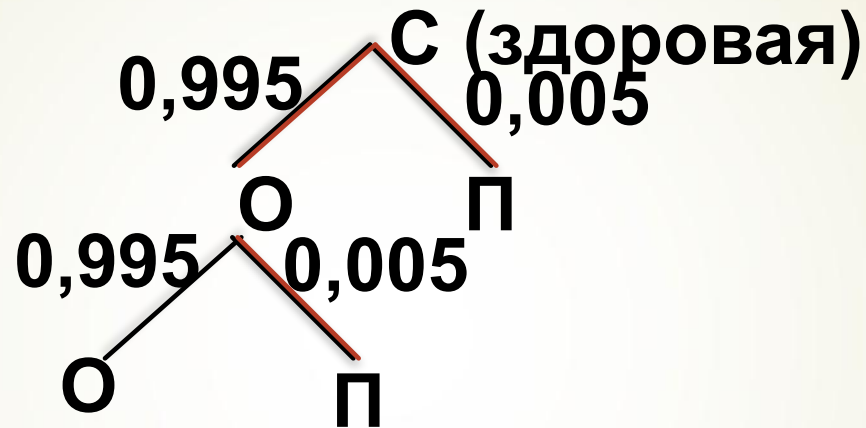
Введем обозначения:

О – отрицательный результат

П – положительный результат

Задача про лаборатории (анализы)

Построим граф:



$$P(z) = 0,995 * 0,005 + 0,005 = 0,009975 \approx 0,01$$



Задача о погоде

В волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и замечательная, причем погода держится неизменно весь день. Известно, что с вероятностью $0,8$ погода завтра будет такая же как и сегодня. Сегодня 3 июля, и погода в волшебной стране замечательная. Найдите вероятность того, что 5 июля погода в волшебной стране также будет замечательной.

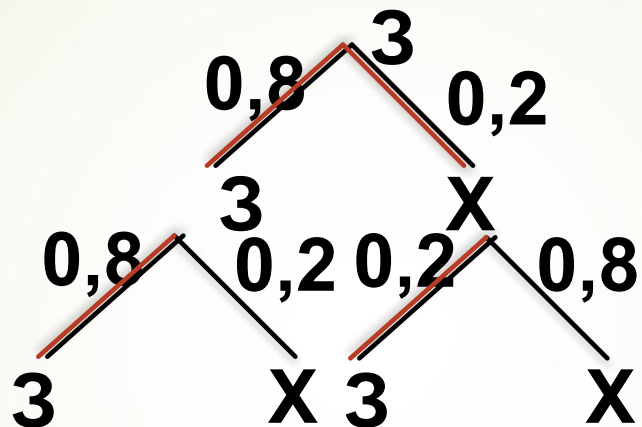
Введем обозначения:

З – замечательная погода,

Х – хорошая погода

Задача о погоде

Построим граф:



$$P(3) = 0,8 * 0,8 + 0,2 * 0,2 = 0,68$$



Задача про производителей

Агроферма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 70% яйца высшей категории.

Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Введем обозначения:

I – первое хозяйство, II – второе хозяйство,

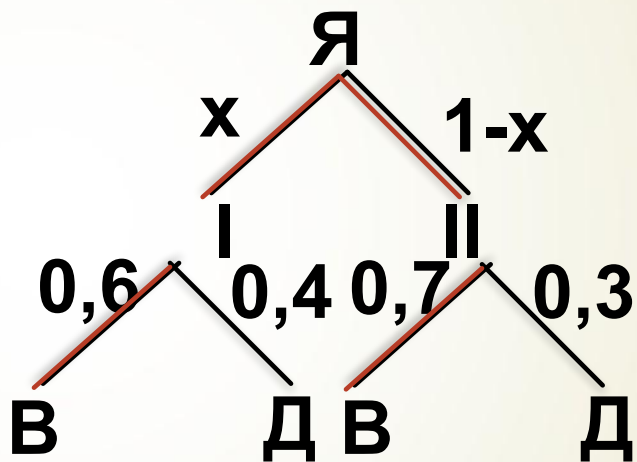
B – яйцо высшей категории,

Д – яйцо другой категории

Задача про производителей

Пусть x – вероятность того, что яйцо окажется из 1 хозяйства, тогда $(1-x)$ – вероятность того, что яйцо из 2 хозяйства.

Построим граф:



$$P(V) = 0,6x + 0,7(1-x) = 0,6x + 0,7 - 0,7x = 0,7 - 0,1x.$$

По условию известно, что $P(V) = 0,65$.

$$0,7 - 0,1x = 0,65 \Rightarrow x = 0,5$$

