

Показательная функция, ее свойства и график.

Выполнила

учитель математики

МОУ лицей №86

Корнева Елена Владимировна

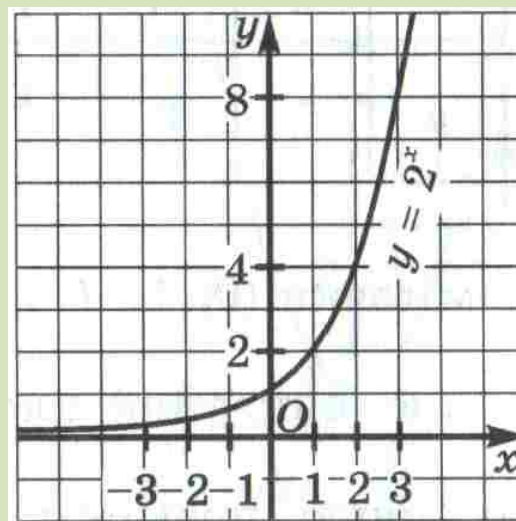
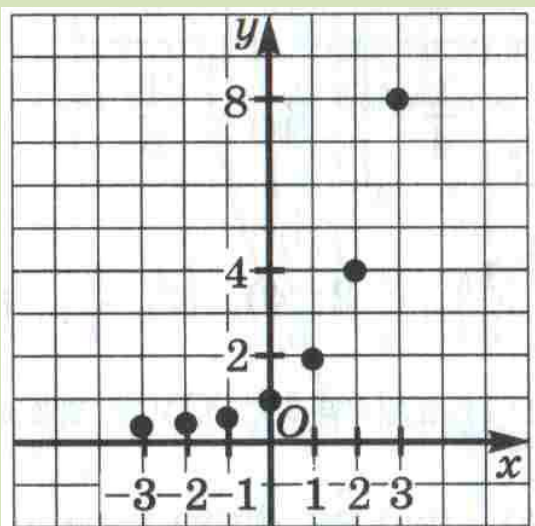
Ярославль

2009

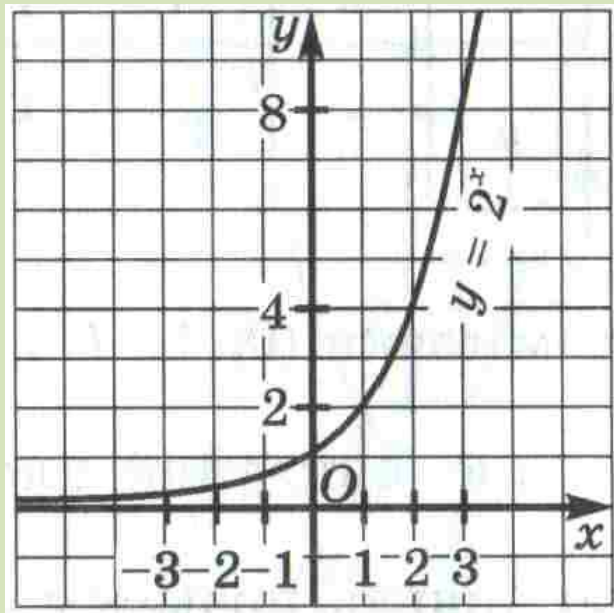
Рассмотрим функцию вида $y = 2^x$,
определенную на множестве всех
действительных чисел.

График

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
y	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$



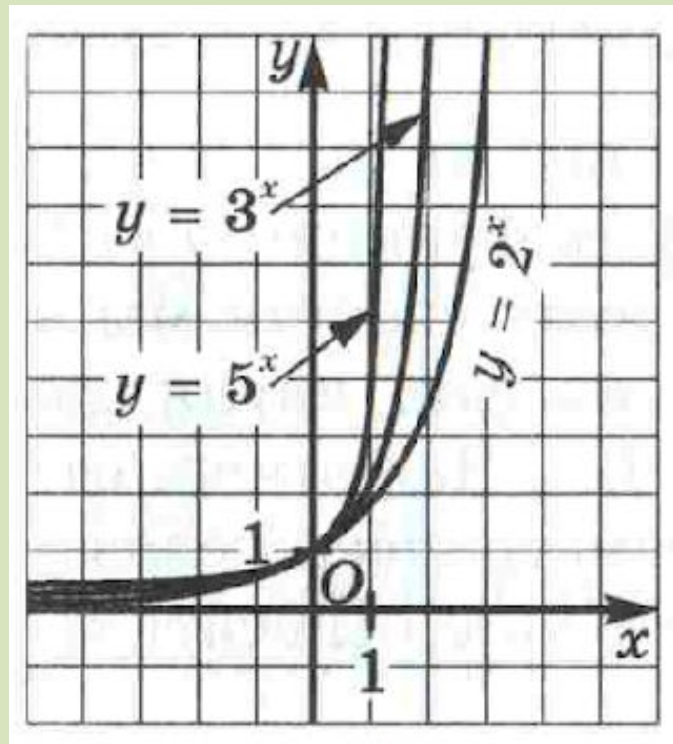
Свойства функции $y = 2^x$



1. $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Возрастает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7. $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз

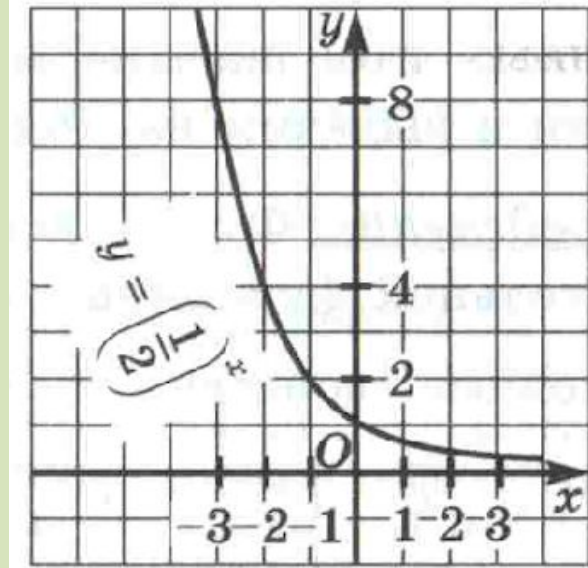
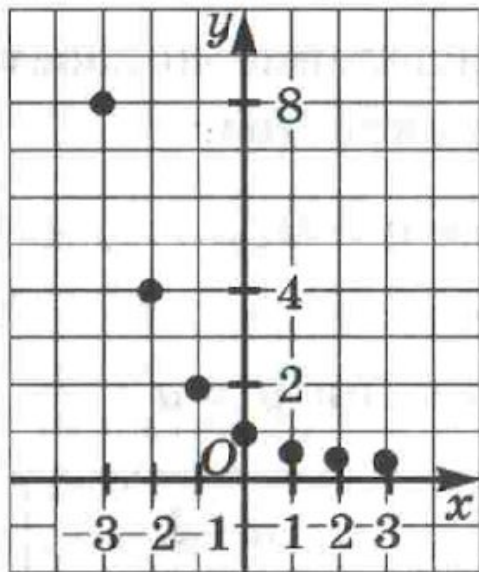
Точно такими же функциями обладает любая функция вида $y = a^x$, где $a > 1$.

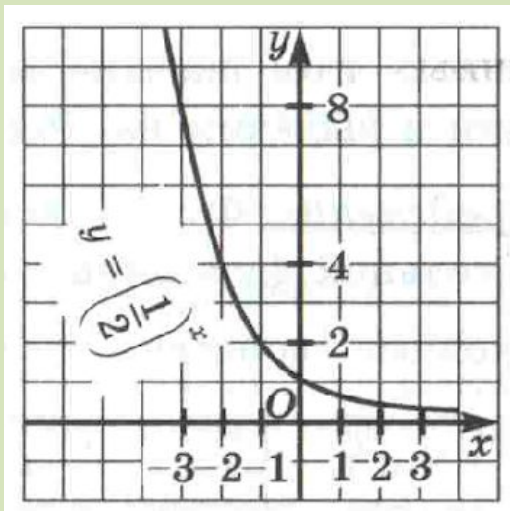
Построить в одной системе координат
графики функций $y = 2^x$ $y = 3^x$ $y = 5^x$



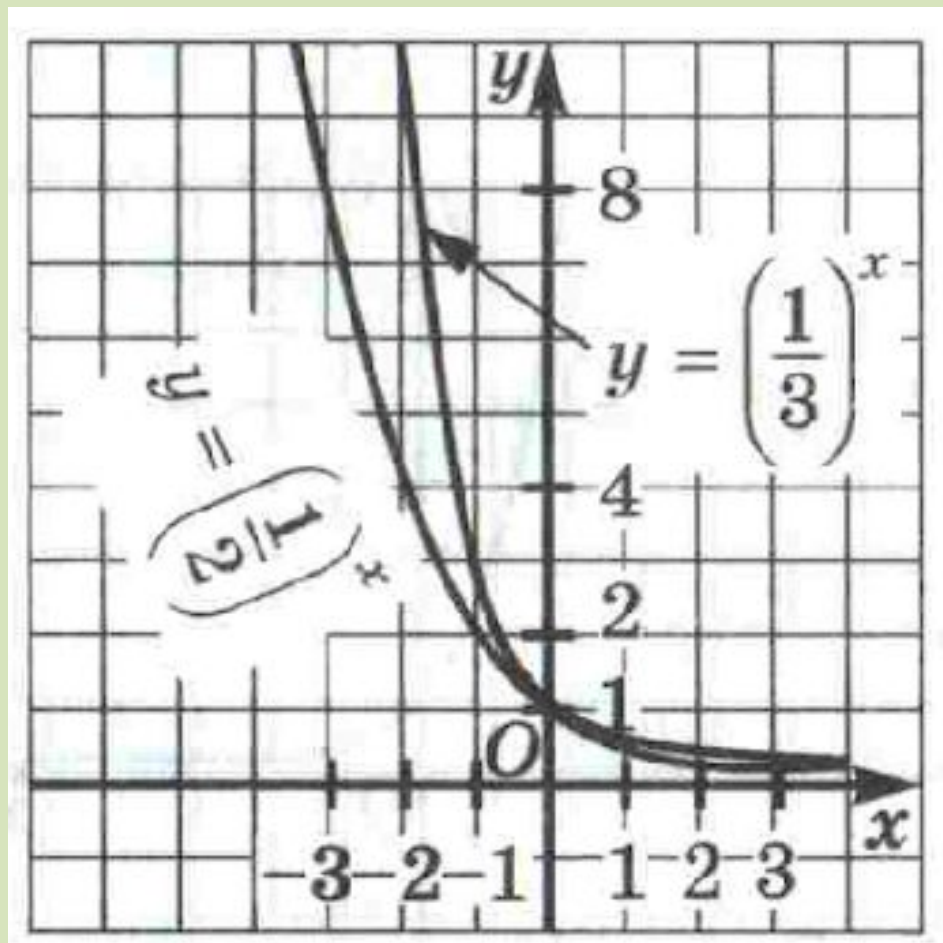
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

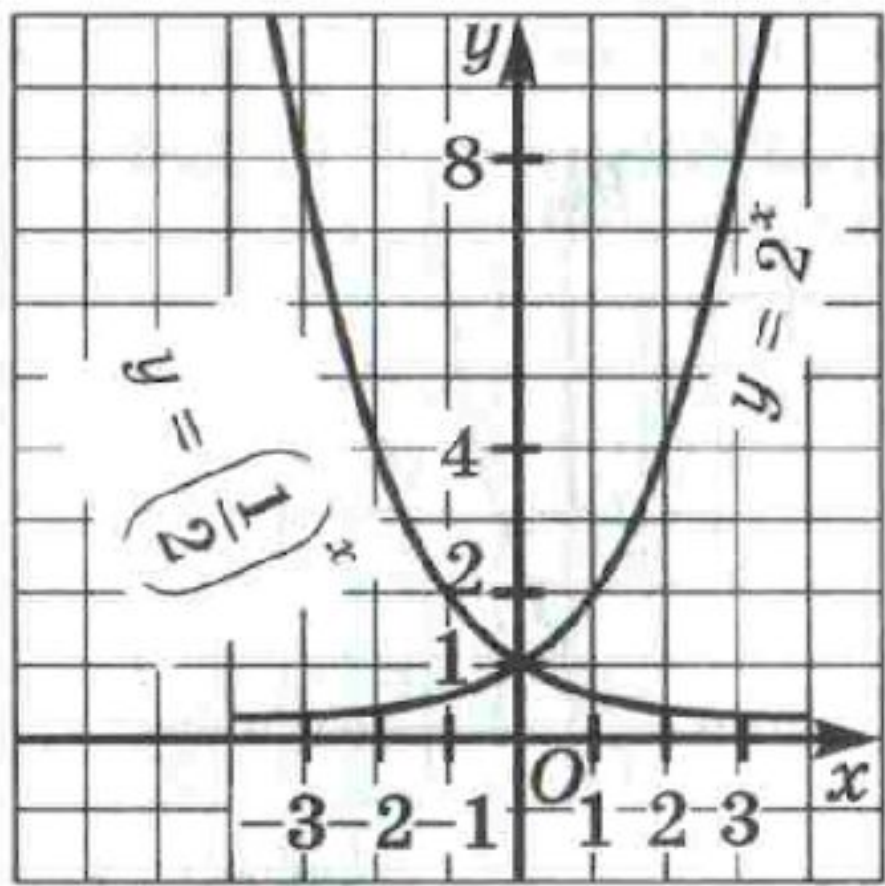
x	0	-1	1	-2	2	-3	3
y	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$





1. $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Убывает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7. $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз

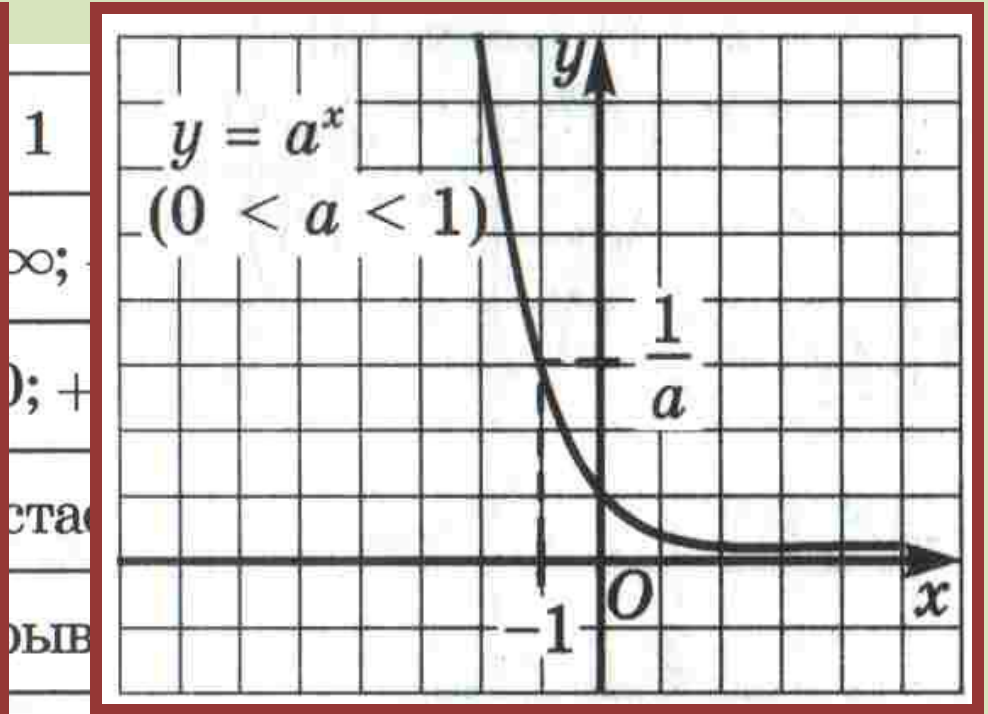
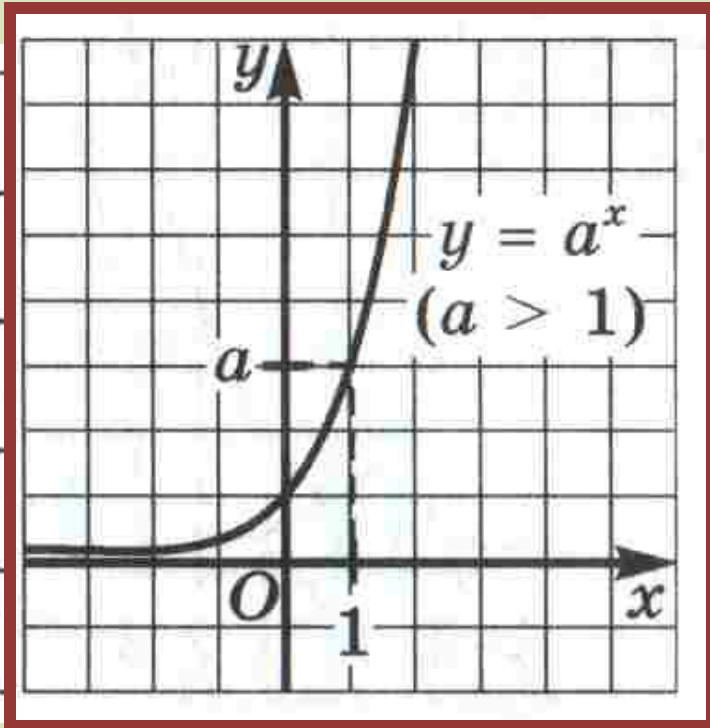




Определение

Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$, $a \neq 1$ называют *показательной функцией*.

Основные свойства показательной функции:



Первое важное замечание. Школьники часто путают термины: степенная функция, показательная функция. Сравните: $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{-2,5}$ — это примеры степенных функций; $y = 2^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = (2,5)^x$ — это примеры показательных функций. Вообще $y = x^r$, где r — конкретное число, — *степенная функция* (аргумент x содержится в основании степени); $y = a^x$, где a — конкретное число (положительное и отличное от 1), — *показательная функция* (аргумент x содержится в показателе степени).

А такую «экзотическую» функцию, как $y = x^x$, не считают ни показательной, ни степенной (ее иногда называют показательно-степенной).

Устная работа.

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

11.8. а) $y = 3^x$; б) $y = x^3$; в) $y = x^{\frac{5}{3}}$; г) $y = (\sqrt{3})^x$.

11.9. а) $y = \pi^x$; б) $y = x^\pi$; в) $y = (\sqrt{x})^5$; г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$.

Второе важное замечание. Обычно не рассматривают показательную функцию с основанием $a = 1$ или с основанием a , удовлетворяющим неравенству $a \leq 0$, показательная функция $y = a^x$ при $a = 1$ «вырождается» в постоянную функцию $y = 1$ — это неинтересно. Если $a = 0$, то $0^x = 0$ для любого положительного значения x , т. е. мы получаем функцию $y = 0$, определенную при $x > 0$, — это тоже неинтересно. Если, наконец, $a < 0$, то выражение a^x имеет смысл лишь при целых значениях x , а мы все-таки предпочитаем рассматривать функции, определенные на сплошных промежутках.

Устная работа.

11.11. Найдите значение аргумента x , при котором функция $y = 2^x$ принимает заданное значение:

а) 16; б) $8\sqrt{2}$; в) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{1}{32\sqrt{2}}$.

11.12. Найдите значение аргумента x , при котором функция

$y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ принимает заданное значение:

а) $\frac{1}{25}$; б) $\frac{1}{25\sqrt{5}}$; в) 125; г) $625\sqrt{5}$.

Решить уравнения и неравенства

$$\text{а) } 2^x = 1;$$

$$\text{б) } 2^x = 4;$$

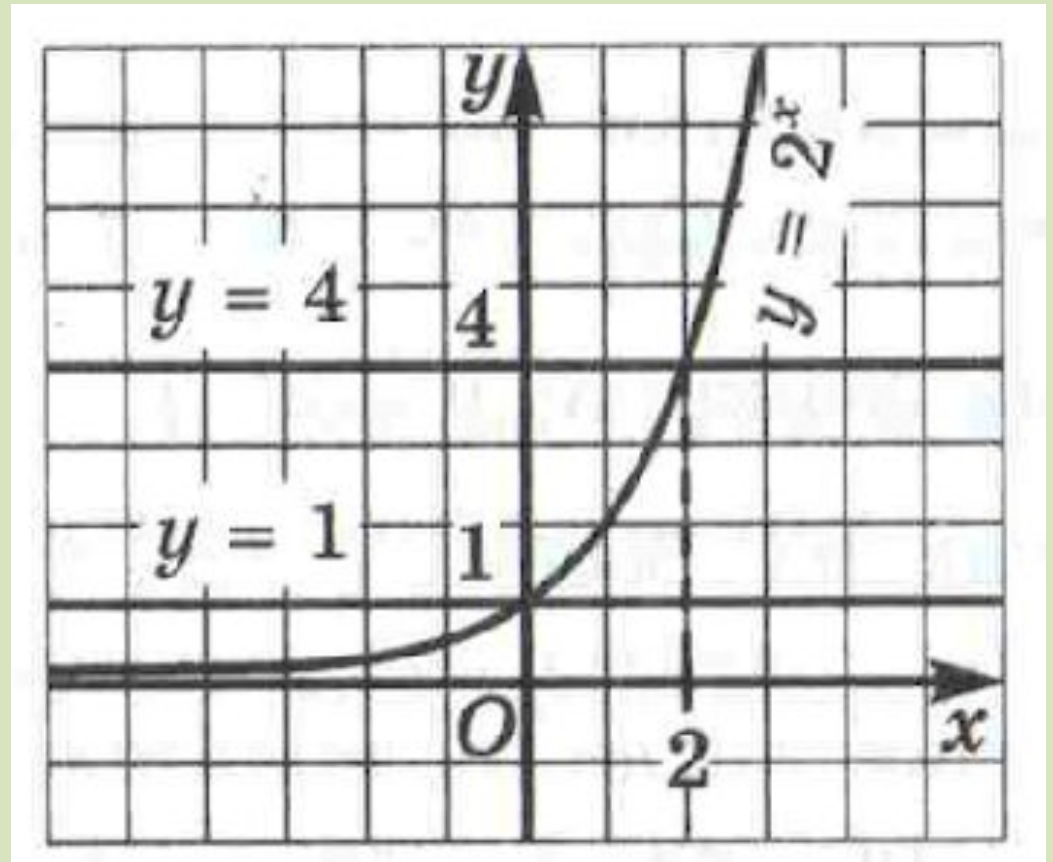
$$\text{в) } 2^x = 8;$$

$$\text{г) } 2^x = \frac{1}{16};$$

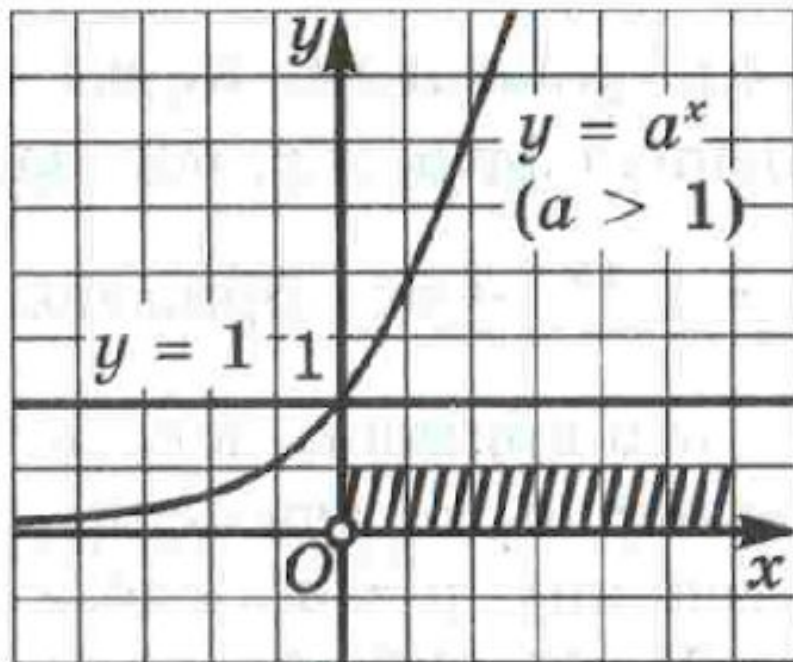
Решить уравнения и неравенства

д) $2^x > 1$;

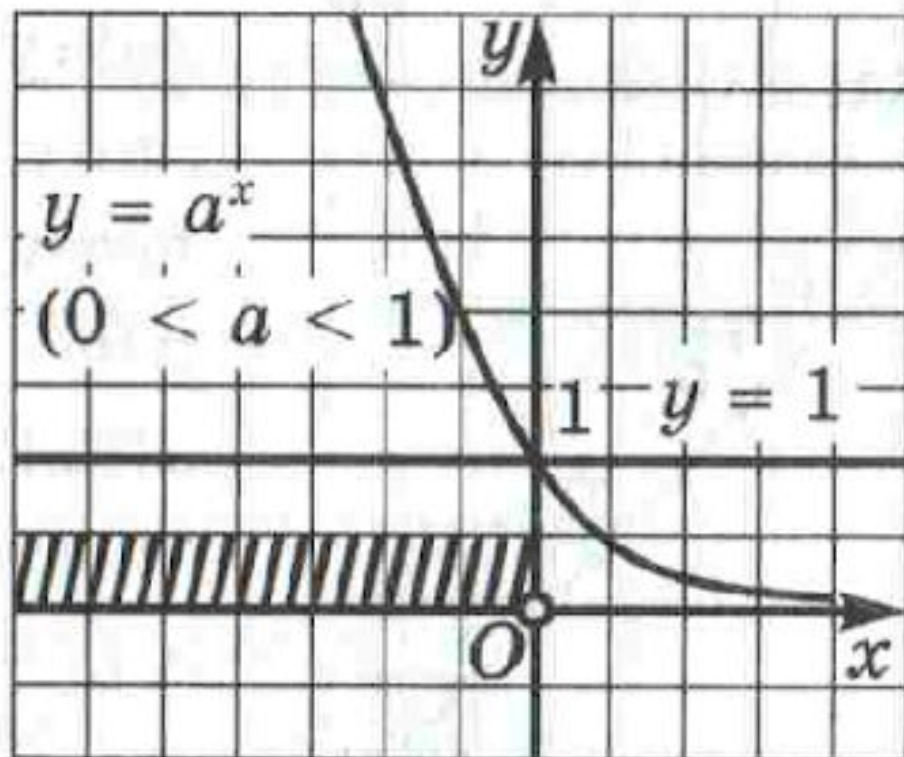
е) $2^x < 4$.



Теорема 2. Если $a > 1$, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > 0$ (рис. 51), неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < 0$.



Теорема 3. Если $0 < a < 1$, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.



Примеры решения задач по теме

С помощью графиков функций (используя соответствующие свойства функций) можно решать показательные уравнения и неравенства, находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

№ 1. Решите уравнение $2^{3x} = 128$

$2^{3x} = 2^7$ воспользуемся тем, что функция $y = 2^t$ монотонна (возрастает), поэтому из равенства следует

$$3x = 7$$

$$x = 2\frac{1}{3}$$

№ 2. Решите неравенство $8^x > 64$

$$8^x > 8^2$$

так как функция $y = 8^t$
возрастает при $t \geq 0$, то $x > 2$.

№ 3. Сравните значения выражений $0,5^m$ и $0,5^k$, если $m = -0,8$, $k = -0,4$.

Так как $m = -0,8$, $k = -0,4$, то $m < k$.
Учитывая, что функция $y = 0,5^t$ монотонна (убывает), поэтому $0,5^m > 0,5^k$.

№ 4. Решите уравнение: $(0,2)^x = x + 6$.

Данное уравнение возможно решить, используя свойства и графики функций $y = (0,2)^x$ и $y = x + 6$.

Функция $y = (0,2)^x$ – показательная, является убывающей, так как $0,2 < 1$.

Функция $y = x + 6$ – линейная, возрастающая, так как $k = 1$.

Учитывая эти факты, определим $x = -1$.

Домашнее задание

Учебник стр. 81 – 93.

Задачник № 11.1 – 11.7 (Г),
11.11 – 11.12 (В,Г)