

# *Показательная функция, ее свойства и график.*

Выполнила

учитель математики

МОУ лицей №86

Корнева Елена Владимировна

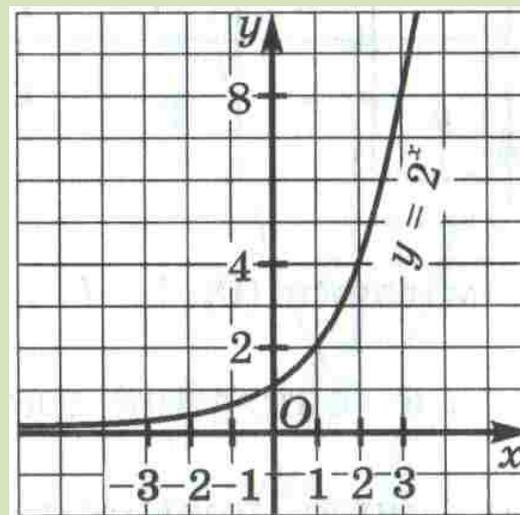
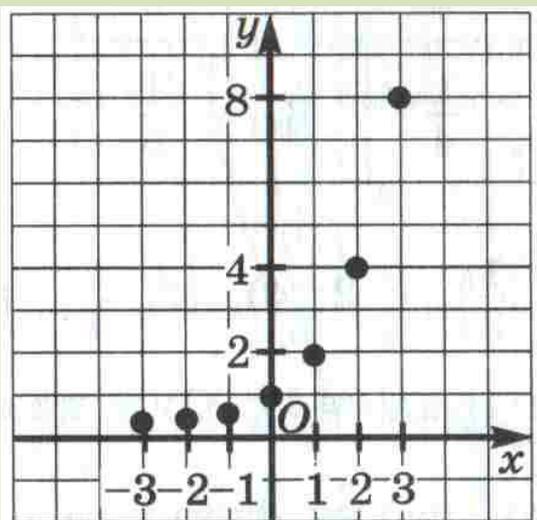
Ярославль

2009

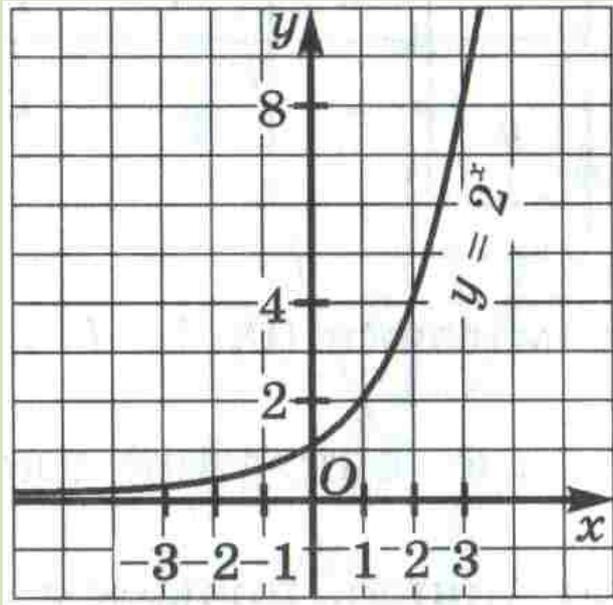
Рассмотрим функцию вида  $y = 2^x$ ,  
определенную на множестве всех  
действительных чисел.

# График

$x$	0	1	-1	2	-2	3	-3
$y$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$



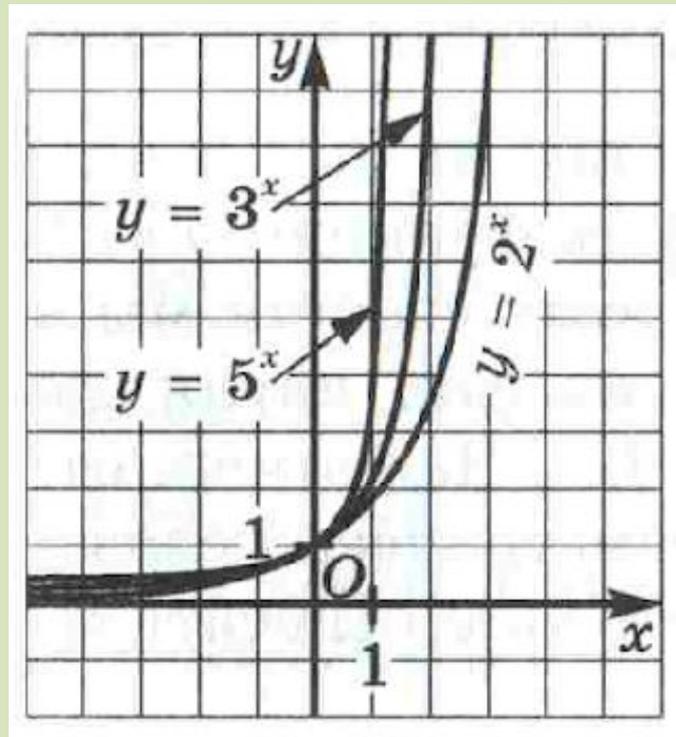
# Свойства функции $y = 2^x$



1.  $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Возрастает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7.  $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз

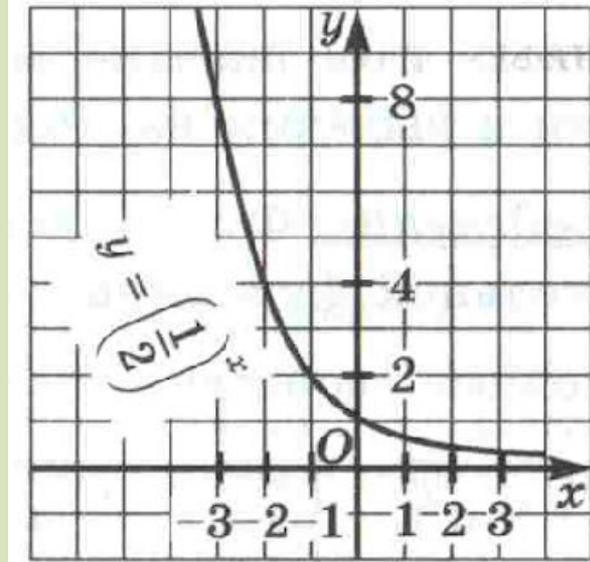
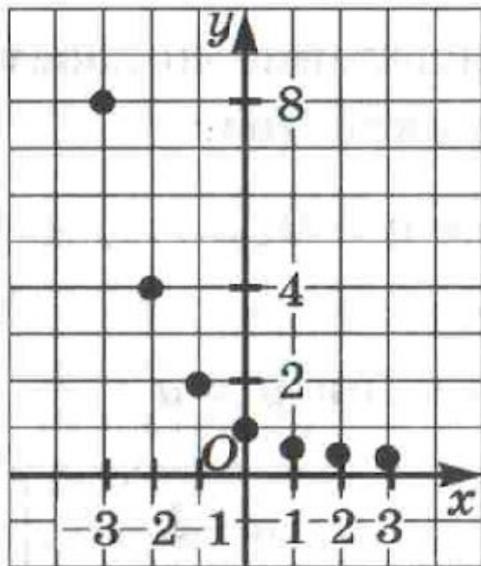
Точно такими же функциями обладает любая функция вида  $y = a^x$ , где  $a > 1$ .

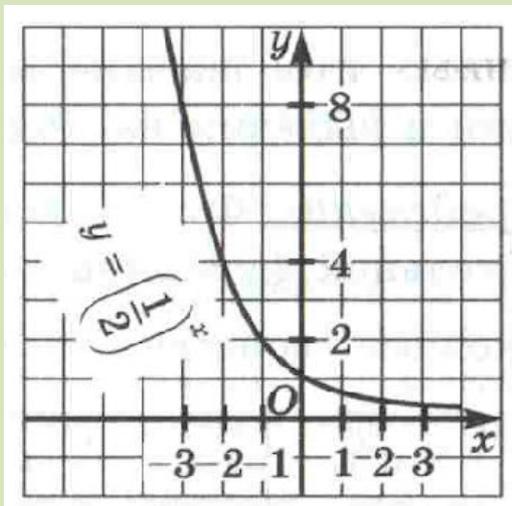
Построить в одной системе координат  
графики функций  $y = 2^x$   $y = 3^x$   $y = 5^x$



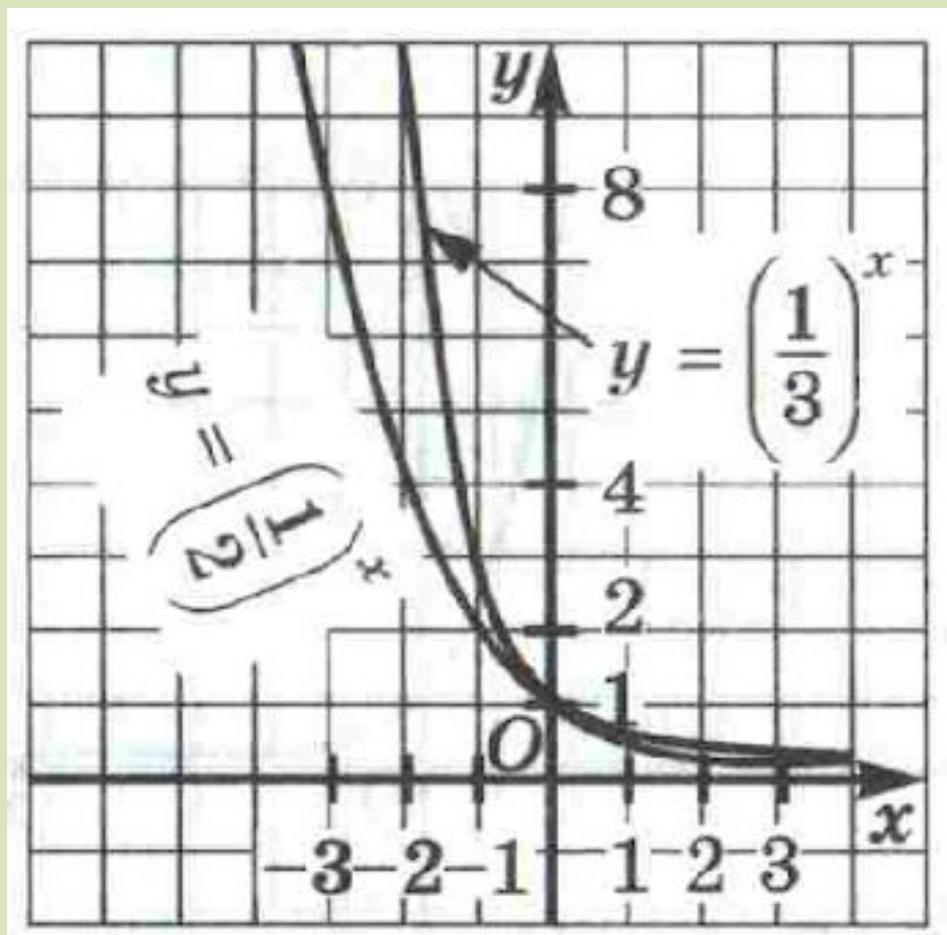
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

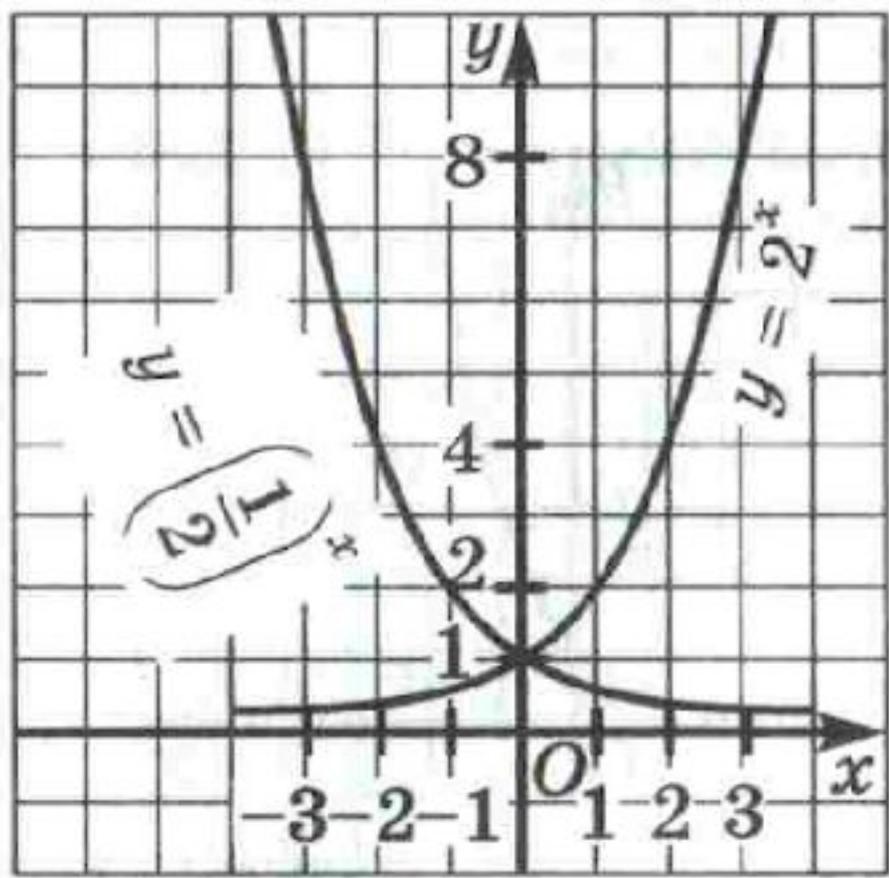
$x$	0	-1	1	-2	2	-3	3
$y$	1	2	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{4}$	8	$\frac{1}{8}$





1.  $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$
2. Функция общего вида
3. Убывает
4. Ограничена снизу и не ограничена сверху
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значений
6. Непрерывна
7.  $E(y): y \in (0; +\infty)$
8. Выпукла вниз

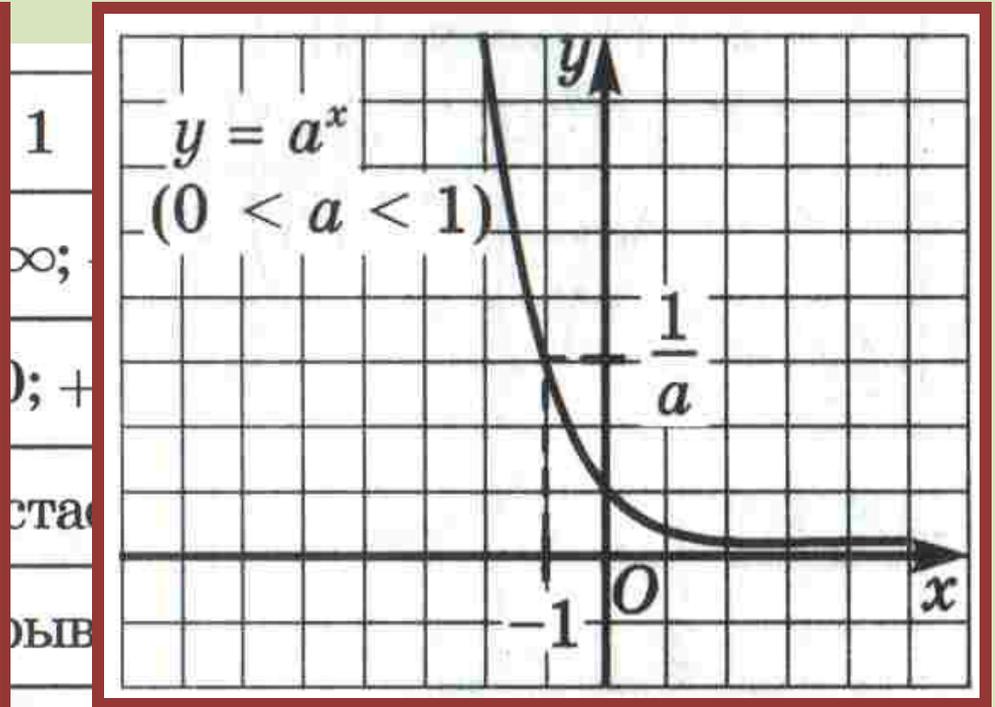
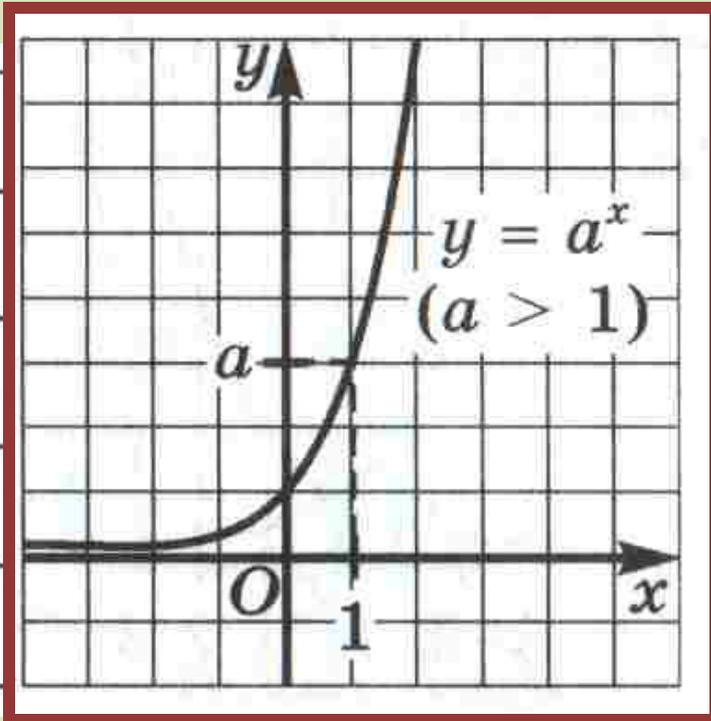




# Определение

Функцию вида  $y = a^x$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  называют *показательной функцией*.

Основные свойства показательной функции:



Первое важное замечание. Школьники часто путают термины: степенная функция, показательная функция. Сравните:  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ,  $y = x^{-2,5}$  — это примеры степенных функций;  $y = 2^x$ ,  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ,  $y = (2,5)^x$  — это примеры показательных функций. Вообще  $y = x^r$ , где  $r$  — конкретное число, — *степенная функция* (аргумент  $x$  содержится в основании степени);  $y = a^x$ , где  $a$  — конкретное число (положительное и отличное от 1), — *показательная функция* (аргумент  $x$  содержится в показателе степени).

А такую «экзотическую» функцию, как  $y = x^x$ , не считают ни показательной, ни степенной (ее иногда называют показательно-степенной).

# Устная работа.

Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

11.8. а)  $y = 3^x$ ; б)  $y = x^3$ ; в)  $y = x^{\frac{5}{3}}$ ; г)  $y = (\sqrt{3})^x$ .

11.9. а)  $y = \pi^x$ ; б)  $y = x^\pi$ ; в)  $y = (\sqrt{x})^5$ ; г)  $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$ .

Второе важное замечание. Обычно не рассматривают показательную функцию с основанием  $a = 1$  или с основанием  $a$ , удовлетворяющим неравенству  $a \leq 0$ , показательная функция  $y = a^x$  при  $a = 1$  «вырождается» в постоянную функцию  $y = 1$  — это неинтересно. Если  $a = 0$ , то  $0^x = 0$  для любого положительного значения  $x$ , т. е. мы получаем функцию  $y = 0$ , определенную при  $x > 0$ , — это тоже неинтересно. Если, наконец,  $a < 0$ , то выражение  $a^x$  имеет смысл лишь при целых значениях  $x$ , а мы все-таки предпочитаем рассматривать функции, определенные на сплошных промежутках.

# Устная работа.

11.11. Найдите значение аргумента  $x$ , при котором функция  $y = 2^x$  принимает заданное значение:

а) 16;    б)  $8\sqrt{2}$ ;    в)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ;    г)  $\frac{1}{32\sqrt{2}}$ .

11.12. Найдите значение аргумента  $x$ , при котором функция

$y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$  принимает заданное значение:

а)  $\frac{1}{25}$ ;    б)  $\frac{1}{25\sqrt{5}}$ ;    в) 125;    г)  $625\sqrt{5}$ .

# Решить уравнения и неравенства

$$\text{а) } 2^x = 1;$$

$$\text{б) } 2^x = 4;$$

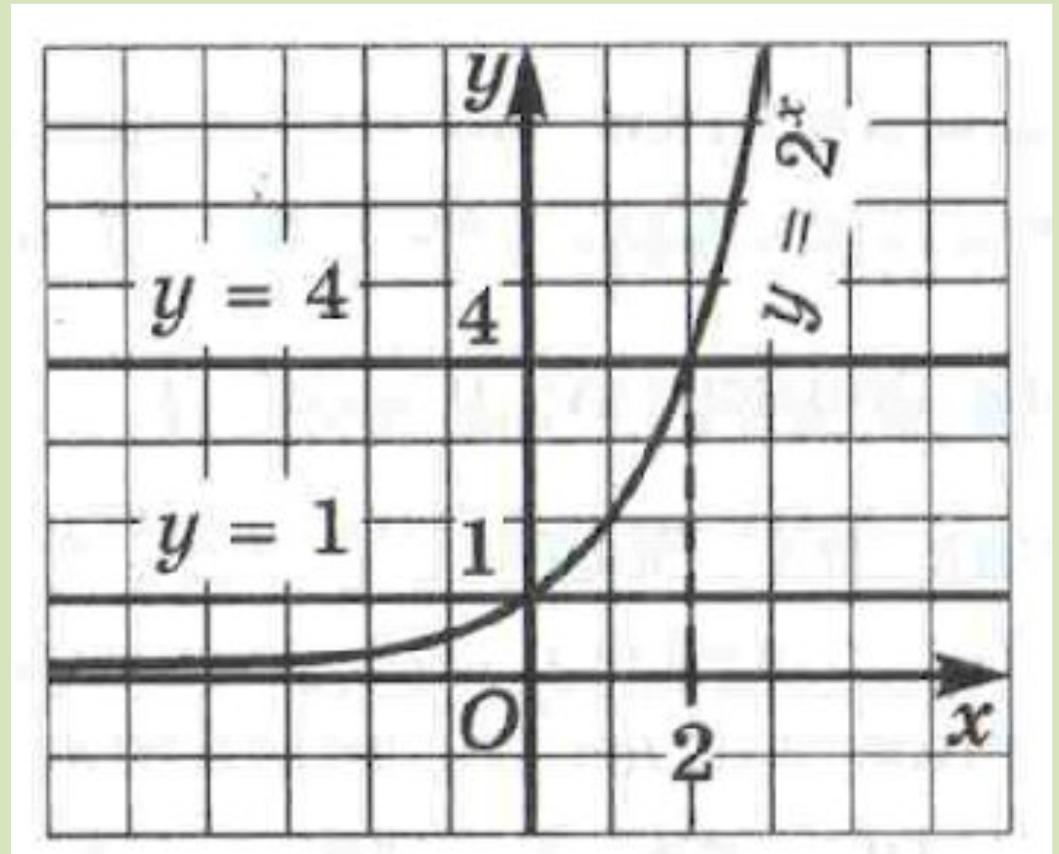
$$\text{в) } 2^x = 8;$$

$$\text{г) } 2^x = \frac{1}{16};$$

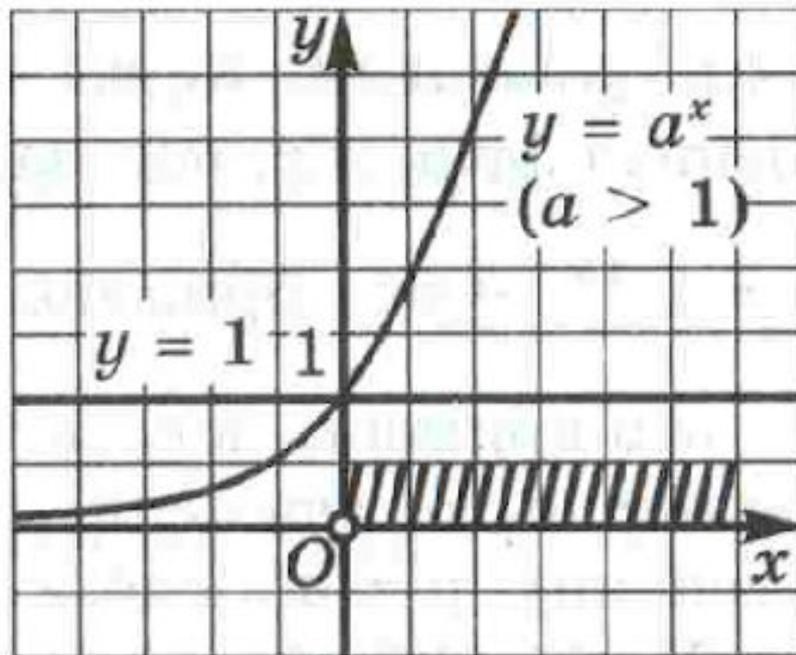
# Решить уравнения и неравенства

д)  $2^x > 1$ ;

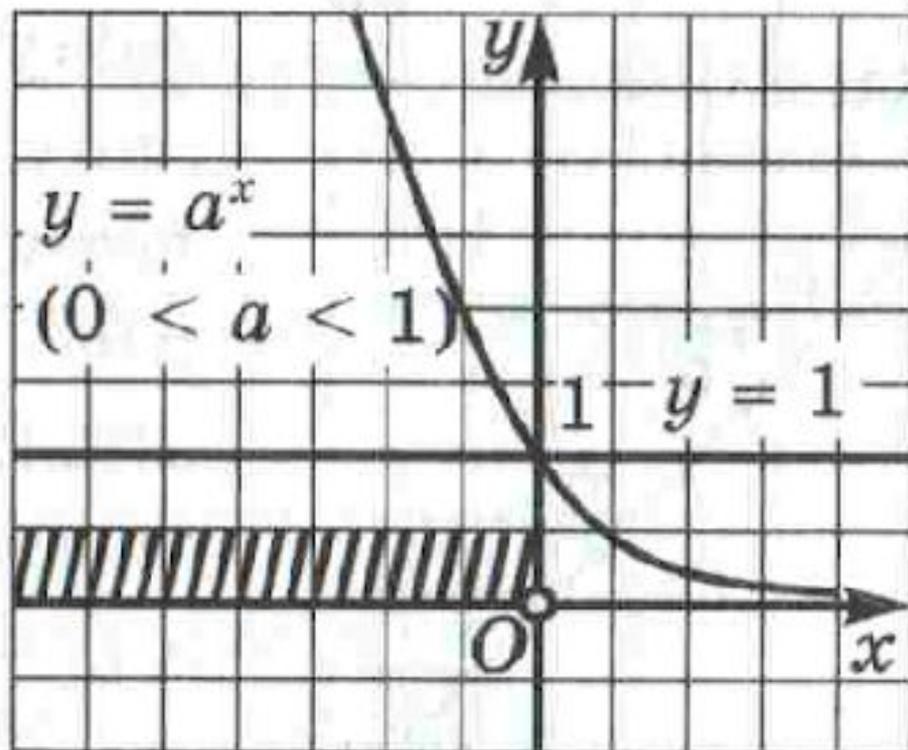
е)  $2^x < 4$ .



Теорема 2. Если  $a > 1$ , то неравенство  $a^x > 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x > 0$  (рис. 51), неравенство  $a^x < 1$  справедливо тогда и только тогда, когда  $x < 0$ .



Теорема 3. Если  $0 < a < 1$ , то равенство  $a^t = a^s$  справедливо тогда и только тогда, когда  $t = s$ .



# Примеры решения задач по теме

С помощью графиков функций (используя соответствующие свойства функций) можно решать показательные уравнения и неравенства, находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

№ 1. Решите уравнение  $2^{3x} = 128$

$2^{3x} = 2^7$  воспользуемся тем, что функция  $y = 2^t$  монотонна (возрастает), поэтому из равенства следует

$$3x = 7$$

$$x = 2\frac{1}{3}$$

№ 2. Решите неравенство  $8^x > 64$

$$8^x > 8^2$$

так как функция  $y = 8^t$   
возрастает при  $t \geq 0$ , то  $x > 2$ .

**№ 3.** Сравните значения выражений  $0,5^m$  и  $0,5^k$ , если  $m = -0,8$ ,  $k = -0,4$ .

Так как  $m = -0,8$ ,  $k = -0,4$ , то  $m < k$ .  
Учитывая, что функция  $y = 0,5^t$  монотонна (убывает), поэтому  $0,5^m > 0,5^k$ .

№ 4. Решите уравнение:  $(0,2)^x = x + 6$ .

Данное уравнение возможно решить, используя свойства и графики функций  $y = (0,2)^x$  и  $y = x + 6$ .

Функция  $y = (0,2)^x$  – показательная, является убывающей, так как  $0,2 < 1$ .

Функция  $y = x + 6$  – линейная, возрастающая, так как  $k = 1$ .

Учитывая эти факты, определим  $x = -1$ .

# Домашнее задание

Учебник стр. 81 – 93.

Задачник № 11.1 – 11.7 (Г),  
11.11 – 11.12 (В,Г)