

Решение показательных уравнений



Презентация разработана преподавателем КС и ИТ
Каракашевой И.В.

Санкт – Петербург
2019

Цели урока:

Образовательные:

- повторить и обобщить сведения об уравнениях и способах их решения;
- формировать умения выполнять обобщения и конкретизацию, правильно отбирать способы решения уравнений;
- закрепить навыки использования свойств степеней при решении уравнений.

Развивающие:

- развивать мыслительную деятельность: умение анализировать, обобщать, сравнивать;
- формировать вычислительные навыки;
- развивать исследовательские умения: извлекать информацию из разных источников, работать с разными видами информации.

Воспитательные:

- формировать мировоззрение с помощью взаимосвязанной системы знаний по данной теме ;
- формировать умение оценивать свой уровень знаний и стремление его повышать;
- способствовать развитию чувства ответственности, коллективизма.

Вычислить

● 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 \cdot 16^2$

● 2) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot 125^2$

● 3) $27^5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^7$

● 4) $\frac{5^{\frac{1}{4}} \times 5^{-\frac{1}{4}}}{5^2}$

● 5) $\frac{(0,3)^{1,3}}{(0,3)^{0,3} \times (0,3)^{-1}}$

● 6) $\sqrt[6]{\frac{25}{27}}^{\frac{1}{2}} - \sqrt[6]{\frac{27}{25}}^{\frac{1}{3}} + 4,9^0$



Проверяем решение

$$1) 2^{-9} \cdot (2^4)^2 = 2^{-9} \cdot 2^8 = 2^{-9+8} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$2) \frac{2^4}{5^4} \cdot (5^3)^2 = \frac{2^4}{5^4} \cdot 5^6 = 16 \cdot 25 = 400$$

$$3) (3^3)^5 \cdot (3^{-2})^7 = 3^{15-14} = 3$$

$$4) 5^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2} = 5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$$5) 0,3^{1,3-0,3+1} = 0,3^2 = 0,09$$

$$6) \left(\frac{25}{4}\right)^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{1}{3}} + 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2 \cdot \frac{1}{2}} - 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} + 1 = 2,5 - 3 + 1 = 0,5$$

Алгоритм решения простейших показательных уравнений

- Если уравнение содержит два слагаемых вида $a^{p(x)}$, то по свойствам степеней уравнение приводится к виду:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}, \text{ где } a > 0, a \neq 1;$$

- это уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$

● Пример

$$32 \cdot 8^{2x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3-2x}$$

$$2^5 \cdot 2^{3(2x+1)} = 2^{-2(3-2x)}$$

$$2^{5+6x+3} = 2^{4x-6}$$

$$6x + 8 = 4x - 6$$

$$2x = -14; x = -7$$

Ответ: -7

Алгоритм решения простейших показательных уравнений

- Если уравнение содержит 3 и более слагаемых вида $a^{p(x)}$, то по свойствам степени составные показатели раскладываются в произведение (дробь), за скобку выносятся общий множитель $a^{f(x)}$, приводя уравнение к виду $a^{f(x)} = a^b$ или $f(x) = b$

● Пример

$$4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x = 5$$

$$4 \cdot 3^x \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^x \cdot 3 - 6 \cdot 3^x = 5$$

$$3^x (36 + 15 - 6) = 5$$

$$3^x \cdot 45 = 5 \quad | : 45$$

$$3^x = 3^{-2}; x = -2$$

Ответ: -2

Выполнить задания

● Решить уравнения:

● 1) $7^{5x+1} \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^{2x-3} = 1$

2) $9 \times 3^{x-1} + 3^{x+2} = 108$

● *Решение:*

$$1) 7^{5x+1} \cdot 7^{-2(2x-3)} = 7^0$$

$$7^{5x+1-4x+6} = 7^0$$

$$x + 7 = 0$$

$$x = -7$$

Ответ: -7

$$2) 9 \cdot \frac{3^x}{3} + 3^x \cdot 3^2 = 108$$

$$3^x (3 + 9) = 108$$

$$3^x \cdot 12 = 108$$

$$3^x = 9; x = 2$$

Ответ: 2

Уравнения, сводящиеся к квадратным

- Если уравнение содержит a^x и a^{2x} или a^x и a^{-x} , то вводим новую переменную $t = a^x$, $t > 0$ (*) и уравнение сводится к квадратному относительно t .
- Решив его и учитывая условие (*), возвращаемся к переменной x .

Однородные уравнения II порядка

- Однородное показательное уравнение 2 порядка имеет вид:

$$c_1 a^{2x} + c_2 a^x b^x + c_3 b^{2x} = 0$$

- Делим на b^{2x} (корни не теряем, т.к. $b^{2x} > 0$)

$$c_1 \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + c_2 \left(\frac{a}{b}\right)^x + c_3 = 0$$

- Вводим новую переменную $t = \left(\frac{a}{b}\right)^x, t > 0(*)$
- Получаем квадратное уравнение относительно t .
- Решив его и учитывая условие (*), возвращаемся к переменной x .

Уравнения, сводящиеся к квадратным

● Пример

$$9^x - 3^{x+1} = 54$$

$$3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 54 = 0$$

$$t = 3^x, t > 0 (*)$$

$$t^2 - 3t - 54 = 0$$

$$t_1 \cdot t_2 = -54$$

$$t_1 + t_2 = 3$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = \text{убовл} \quad \underline{\quad} \quad (*)$$

$$3^x = 9$$

$$x = 2$$

● Ответ: 2

Однородные уравнения II порядка

● Пример

$$4^x + 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 9^x = 0$$

$$2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 3^x - 4 \cdot 3^{2x} = 0 \quad | : 3^{2x}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 4 = 0$$

$$t_1 = -4 \text{ не удовл } \quad (*)$$

$$t_2 = 1$$

$$t = \left(\frac{2}{3}\right)^x, t > 0 (*)$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$$

$$t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$x = 0$$

$$t_1 \cdot t_2 = -4$$

$$t_1 + t_2 = -3$$

● Ответ: 0

Устный счет

● 1) $7^{x-5} = 1$

Ответ: 5

● 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{64}$

Ответ: 6

● 3) $5^{2x} = \frac{1}{25}$

Ответ: -1

● 4) $36^x = 6$

Ответ: 0,5

● 5) $9^x = 243$

Ответ: 2,5

● 6) $8^x = \frac{1}{128}$

Ответ: $-\frac{7}{3}$

Выполнить задания

Вам предлагается решить задачи по вашему выбору:

Уровень 1 - на «3»

Уровень 2 - на «4»

Уровень 3 - на «5»

Оценка ставится за правильно выполненные 3 задания

УРОВЕНЬ 1

$$1) 0,6^{x+3} \cdot 0,36^{3x+5} = \frac{0,6^{2x}}{0,6^3}$$

$$2) 1000^{x-5} \cdot (0,1)^{4x} = \frac{1}{100}$$

$$3) 8 \times 2^{x-1} + 3 \times 2^x = 28$$

$$4) 7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$$

УРОВЕНЬ 2

$$1) 4^{8x-7} \times \left(\frac{1}{32}\right)^{2x+2} = 8$$

$$2) 2^{-2x+4} + 2^{-2x+2} - 7 \times 2^{-2x} = 52$$

$$3) \frac{6^{x^2}}{2^{-15}} = \frac{3^{-15}}{6^{12-12x}}$$

$$4) 2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$

УРОВЕНЬ 3

$$1) 11^{5x-1} + 11^{5x-2} = 12$$

$$2) 2^{4x+1} + 7 \cdot 4^x = 9$$

$$3) 3^{x+2} + 3^{-x} = 10$$

$$4) 2 \cdot 9^x + 7 \cdot 6^x - 15 \cdot 4^x = 0$$

ОТВЕТЫ:

● *Уровень 1*

● $-3,2$

● -13

● 2

● 1

● *Уровень 3*

● $0,4$

● 0

● $-2;0$

● 1

● *Уровень 2*

● $4,5$

● -1

● $3;9$

● 1

Подведение итогов

- Что дал вам сегодняшний урок?

Предлагаю вам продолжить следующие фразы:

- *Сегодня на уроке я повторил ...*
- *Сегодня на уроке я научился ...*
- *Сегодня на уроке я понял, что ...*

Домашнее задание

- Выполнить задание 5 на странице «Подготовка к экзамену» на сайте
- https://karaira59.blogspot.com/p/blog-page_17.html