



Тема урока

**«Решение  
простейших  
комбинаторных задач»**

Учитель математики  
высшей квалификационной категории  
МОБУ «Волховская городская гимназия»  
Лупу Татьяна Васильевна

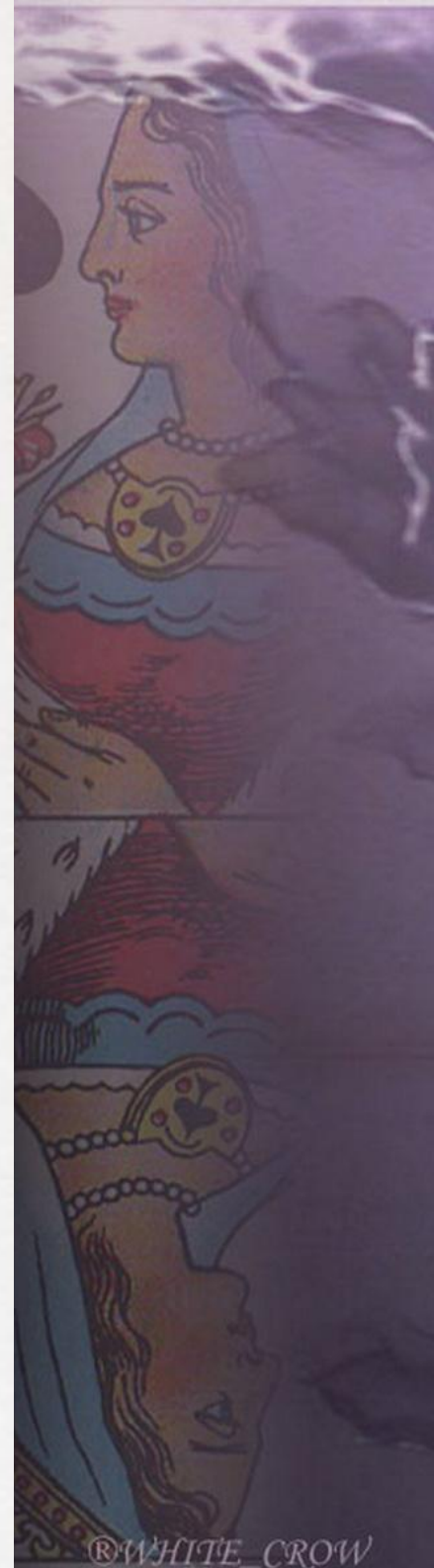


**Вдохновение нужно в  
геометрии,  
как и в поэзии**

**А.С.Пушкин**









$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где  $m$  – число благоприятных  
исходов,  
 $n$  – общее число исходов







Три пути ведут к знанию.  
Путь размышлений – самый  
благородный,

Путь подражания – самый лёгкий,

Путь опыта – самый горький.

Конфуций.

# Решение простейших комбинаторных задач

*(без повторений)*



# Задача о бесплатном обеде

*10 молодых людей решили отпраздновать окончание института товарищеским обедом в ресторане.*

*Когда все собрались, и первое блюдо было подано, заспорили о том, как усесться вокруг стола.*

*Одни предлагали разместиться в алфавитном порядке,*

*другие – по возрасту, третьи – по успеваемости, четвёртые – по росту и т.д. спор затягивался, а суп остывал, но за стол никто не садился.*

*Примерил всех официант, обратившись к ним с такой речью:*

*-Друзья мои, оставьте ваши пререкания.*

*Сядьте за стол как придётся и выслушайте меня.*

*Все сели как попало. Официант продолжал:*

- Пусть один из вас запишет, в каком порядке вы сейчас сидите.
- Завтра вы снова явитесь сюда пообедать,
  - и разместитесь уже в ином порядке.
- Послезавтра сядете опять по-новому и т.д.
  - когда придёт черед садиться

**3 628 800  
дней**

**ПОЧТИ 10 000  
лет**







**ПРАВИЛО  
СУММЫ**



**ПРАВИЛО  
ПРОИЗВЕДЕНИЯ**  
**Комбинаторные  
задачи**



**Без повторений**

**С повторениями**

**Перестан  
овки**

**Перстано  
вки**

**Размещени  
я**

**Размещени  
я**

**Сочетания**

**Сочетания**

# ПРАВИЛО СУММЫ



Если в первой группе -  $m$  элементов с  
данным свойством  
На 8 марта мальчики вашего класса решили подарить  
а во второй группе -  $n$  элементов с данным  
свойством,  
Сколько различных букетов из одной розы  
можно составить, если в магазине  
то общее количество объектов с данным  
свойством  $m+n$ .  
есть 20 белых и 15 красных роз?

Свойство -

Первая группа -

Вторая группа -







Сколько двузначных чисел  
делится на 2 или на 3?

Свойство -

Первая группа

-

Вторая группа

-



# Задача о наших гостях

Кировский пр.

Бульвар Чайковского1



Бульвар Чайковского2



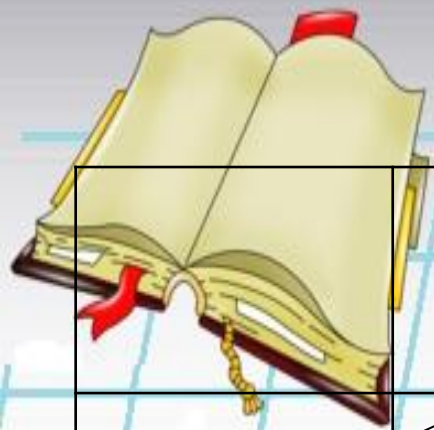
Площадь  
Ленина

ул. Лукьянова 1

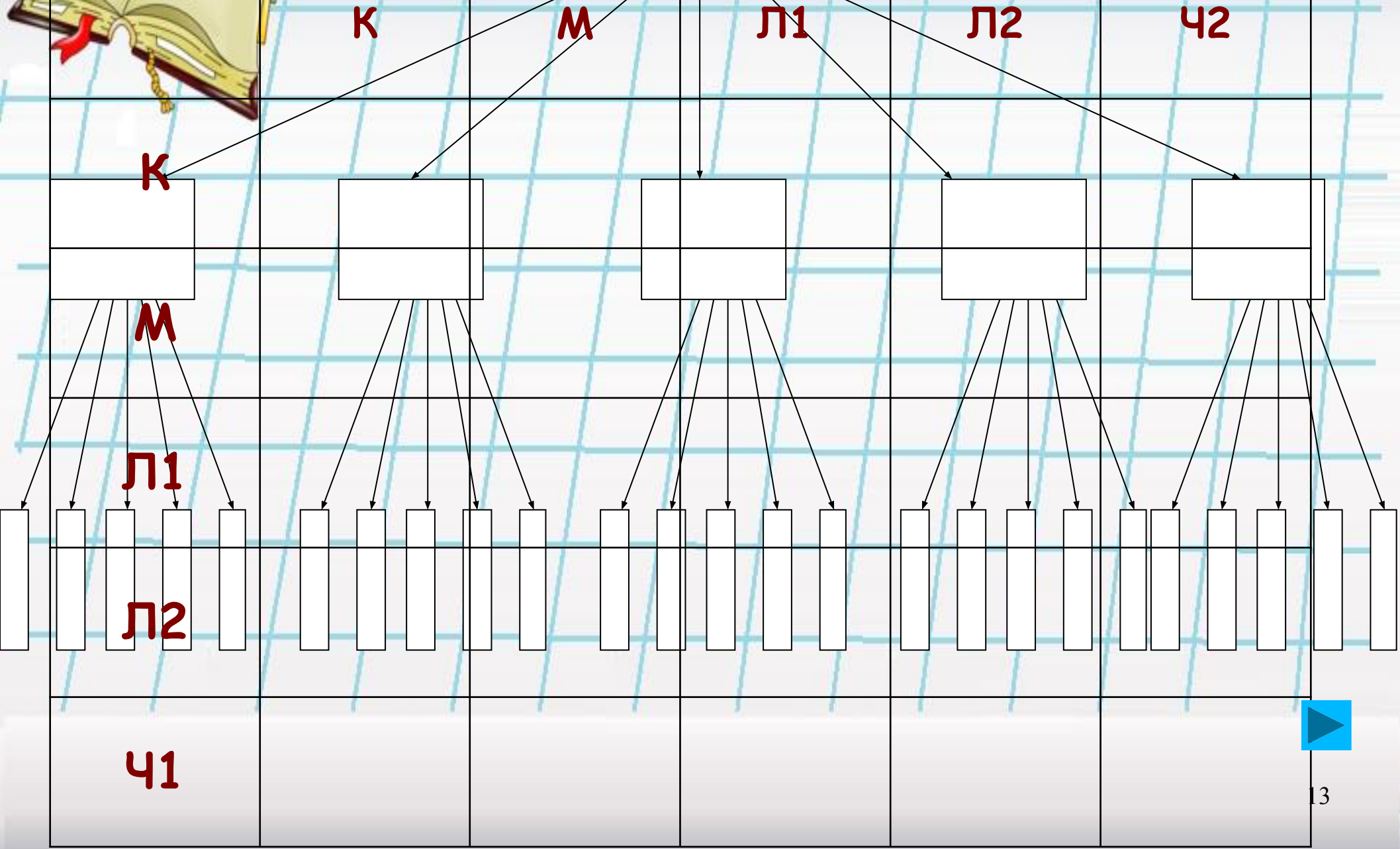
ул. Лукьянова 2

ул. Молодёжная





# Маршрут



# ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ



Если элемент  $A$  можно выбрать  $t$  способами,  
а после этого элемент  $B$  можно выбрать  $k$  способами,  
тогда упорядоченную пару элементов  $(A; B)$   
можно выбрать  $t \cdot k$  способами.



# Наследование одной пары признаков.

У нас есть 2 организма, женский и мужской

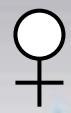
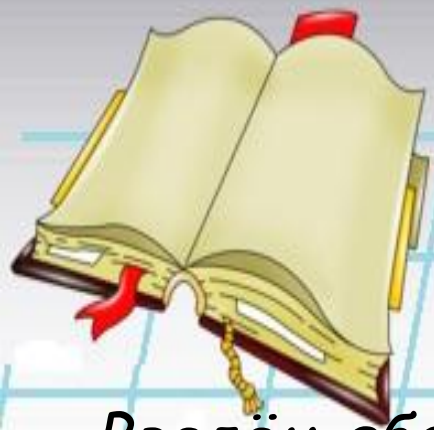
Генотип-  
гетерозиготный



**ГаметЫ**

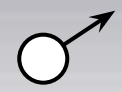



решетка Пинета.



ДИГОМОЗИГОТ

а



дигетерозигота

Введём обозначения:

A-

a-

B-

b-

По условию задачи составим родительскую пару







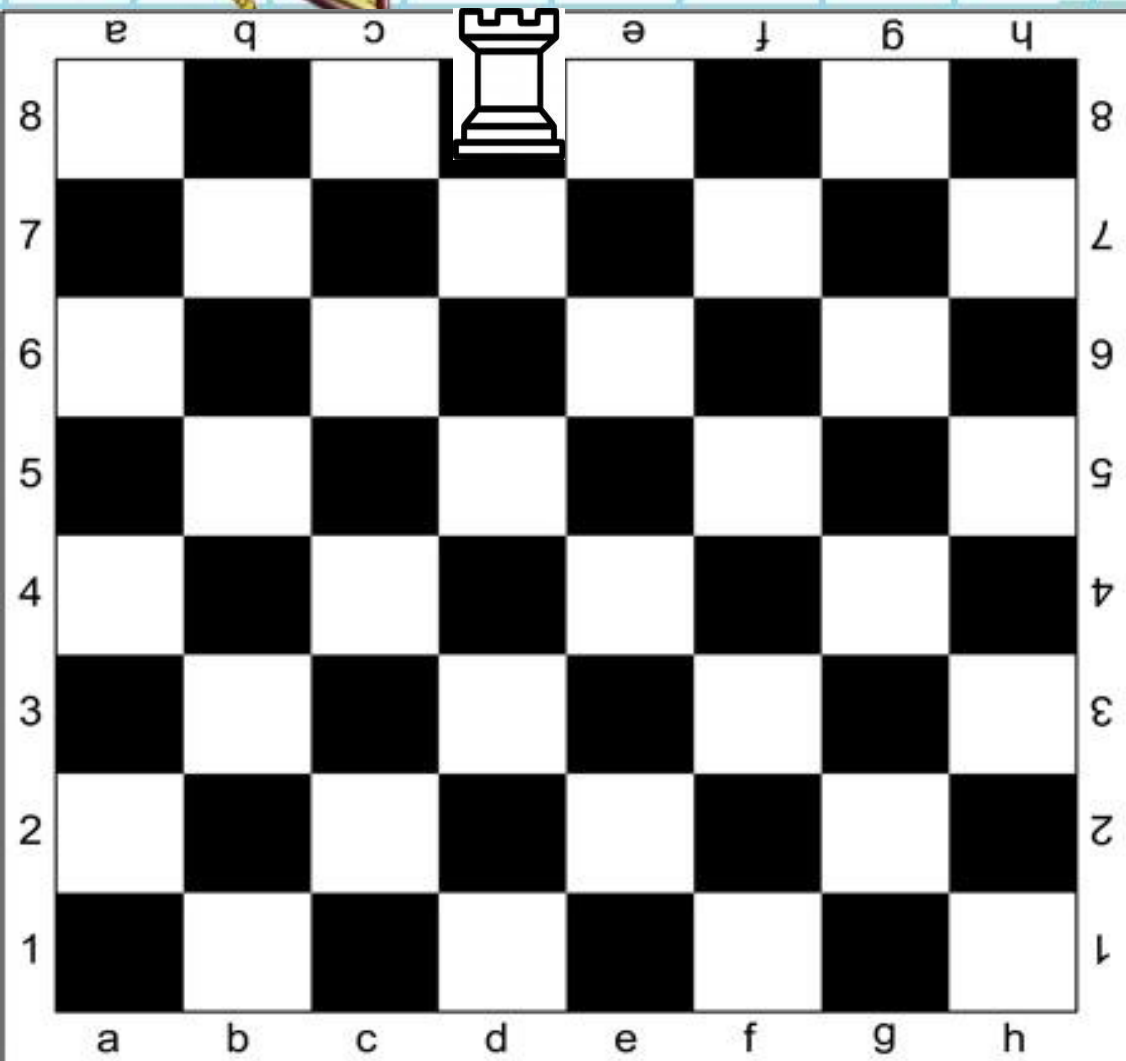
# Родительская пара

♀  $a$   $A$  ♂  $A$   $a$   $a$   
 $b$   $B$   $b$   $B$   $b$

<b>Р</b>	<b>ав</b>	<b>аавв</b>	<b>АВ</b>	<b>аавв</b>	<b>АВ</b>	<b>аавв</b>	<b>АВ</b>	<b>аавв</b>	<b>АВ</b>	<b>аавв</b>
<b>Различных генов по цвету кожи</b>				<b>определяет цвет кожи и цвет глаз по доминантному признаку</b>						
<b>Различных генов по цвету глаз</b>										
<b>Типов гамет</b>										



Сколькими способами можно на шахматной доске расставить белую и чёрную ладьи, так, чтобы они не били друг друга.



Поле:  
бьет белая ладья

не бьет белая ладья





# Без повторов

▶ **Перестановки  
и**

▶ **Размещения**

▶ **Сочетания**



# Умозаключения

**Особенности составления  
этих слов:**

- ❖ Все элементы (буквы);
- ❖ Важен порядок.

**13\*12\*11\*10\*9\*8\*7\*6\*5\*4\*3\*2\*1**





# Перестановки.

## Определение.

Перестановкой из  $n$  элементов

У нас есть пятитомник Пушкина.

Сколькими способами вы можете расставить их на полке?

каждое расположение этих элементов в определённом порядке.

Произведение всех натуральных чисел

Обозначаются от 1 до  $n$  - это  $n!$

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$$

$n$  - факториал

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$



На чемпионате Европы  
по фигурному катанию.

Выступления в каждом виде проходили 2 дня.

После короткой программы в каждом виде были  
определены сильнейшие спортсмены,

6 из которых должны катать свою произвольную  
программу в последней разминке.

Порядковый номер в разминке  
определяется жеребьёвкой.

Сколько различных вариантов  
распределения порядка выступления  
в последней разминке существует?





Семь мальчиков,  
в число которых входят Олег и Игорь,  
становятся в ряд.  
Сколько различных  
четырехзначных чисел,  
Найдите число возможных комбинаций,  
если Олег и Игорь должны стоять рядом.

в которых не повторяются цифры  
можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?







# Размещения.

**Определение.**  
 Около 2-х недель назад закончился  
 Размещением из  $n$  элементов по  $m$  элементов ( $m < n$ )  
 очередной этап кубка мира по биатлону.

Называется любое множество элементов.  
 В рамках сборной состав сборной мужской эстафеты.  
 В женской эстафете (по словам Дмитрия Губерниева)  
 состав был экспериментальный:  
 взятых в определенном порядке из данных  $n$   
 элементов:  
 С. Слепцова, А. Богалий-Титовец,  
 Н. Гусева (наша землячка из г. Тихвина), О. Зайцева.

## Обозначение

$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(m-1))$   
 Из скольких вариантов придется выбрать  
 эстафетный женский квартет  
 для участия в чемпионате мира,  
 который пройдет в нашей стране,

$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(m-1)) = \frac{n!}{(n-m)!}$   
 если для спортсменок важно какой этап бежать?  
**Особенности составления команды:**

Не все элементы  
 (спортсменки);  
 Важен порядок.



□ Сколько  
двузначных чисел  
(без повторения)  
можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?

□ Сколько таких чисел  
можно составить из всех 10-ти цифр?



Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить 3 команды ( на 1 этапе - 1-я команда, на 2-м- вторая, на третьем - третья),  
которые состоят из 1-го мальчика и 1-ой девочки.  
Сколькими способами это можно сделать?

## Оформление решения

$$A_{10}^3 \text{ выбрали трём мальчикам} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \quad \text{выбрали трём мальчиков}$$

$$A_{10}^3 = 10 \cdot (10 - 1)(10 - 2) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \quad \text{выбрали трём девочек}$$

$$A_{10}^3 \cdot A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \cdot 720 = \dots$$

**Ответ:...**





Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить 3 команды ( на 1 этапе - 1-я команда, на 2-м- вторая, на третьем - третья),

которые состоят из 1-го мальчика и 1-ой девочки.  
Сколькими способами это можно сделать?

## По правилу произведения

$$A_{10}^3 \cdot A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \cdot 720 = \dots$$

Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить команду, которая состоит из 3-х мальчиков или 3-х девочек (каждый член команды имеет свой порядковый номер).  
Сколькими способами это можно сделать?

## По правилу СУММЫ

Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить команду, которая состоит из 3-х мальчиков и 3-х девочек  
Сколькими способами это можно сделать?

$$A_{10}^3 + A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 + 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 + 720 =$$





# СОЧЕТАНИЯ.

## Определение.

Сочетанием из  $n$  элементов по  $m$  элементов

называется любое множество, составленное из  $m$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов. Различие - порядок не важен.

Обозначается

Вычисляется  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



У Виктории Валентиновны на полке  
стоит шесть томов А. С. Пушкина,  
ей надо выбрать три, но она знает,  
что среди них должен быть пятый том,  
по составу комиссий  
роман «Евгений Онегин»?  
составить Вера Николаевна,  
если претендентов 8?

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 7 \cdot 8 = 56$$





В вашем классе учатся  
14 мальчиков и 11 девочек.  
Для уборки территории  
требуется назначить 4-х мальчиков  
и 3-х девочек.  
Сколькими способами  
Лариса Николаевна может это сделать?



**следующий экипаж  
космического корабля:  
командир, его первый  
помощник,  
второй помощник, 2  
бортинженера  
(обязанности которых  
одинаковы),  
один врач.  
Командная тройка может быть  
отобрана  
из 25 готовящихся к полёту  
лётчиков,  
бортинженеры – из 20  
специалистов  
в совершенстве знающих  
устройство**



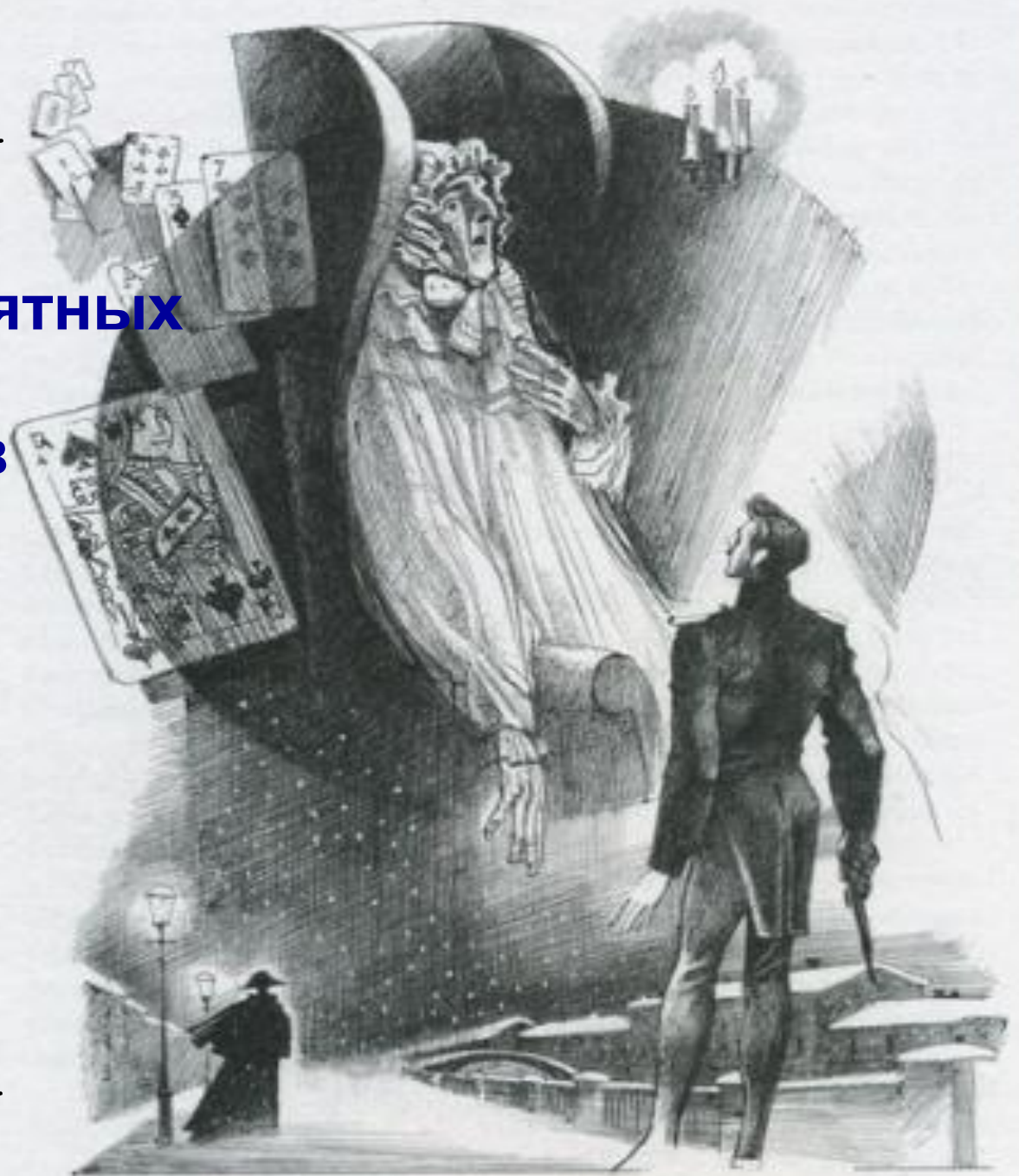
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где  $m$  – число благоприятных  
исходов,  
 $n$  – общее число исходов

$$m = C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1$$

$$n = C_{54}^3$$

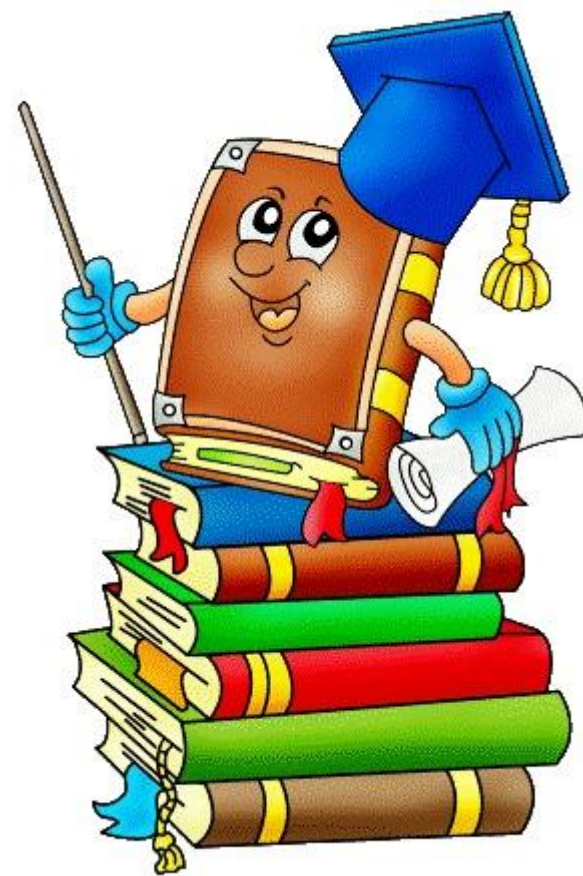
$$P(A) = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1}{C_{54}^3}$$







**Дома доделать задачи+  
расспросить родителей  
о их работе и на основе этого  
опроса  
составить мини-сочинение  
по теме  
«Комбинаторные задачи  
в жизни моих родителей».**





Спасибо за урок!





<http://philatelia.ru/pict/cat2/stamp/5222s.jpg>

[http://img0.liveinternet.ru/images/attach/c/6/90/167/90167348\\_large\\_piko\\_yaya\\_dama.jpg](http://img0.liveinternet.ru/images/attach/c/6/90/167/90167348_large_piko_yaya_dama.jpg)

<http://img74.imageshack.us/img74/4558/1997.jpg>

<http://denis-ini.ru/wp-content/uploads/2013/04/gagarin.jpg>

[http://rabotasekcfoto.ucoz.ru/\\_ph/4/904850297.jpg](http://rabotasekcfoto.ucoz.ru/_ph/4/904850297.jpg)

<http://biathlonsport.files.wordpress.com/2010/06/ibu.jpg>

[http://tigersport.ru/shop/image.php?id= 001\\_1800\\_enl.jpg](http://tigersport.ru/shop/image.php?id= 001_1800_enl.jpg)

<http://mag-school-1.ucoz.ru/12-13/povar1.gif>

[http://img-fotki.yandex.ru/get/5705/sockolovanatascha.77/0\\_5af14\\_e8571209\\_XL.jpg](http://img-fotki.yandex.ru/get/5705/sockolovanatascha.77/0_5af14_e8571209_XL.jpg)

[http://allart.biz/up/photos/album/V/Vasnetsov%20Viktor/vasnetsov\\_firs\\_version\\_a\\_knight\\_at\\_the\\_crossroads\\_1878.jpg](http://allart.biz/up/photos/album/V/Vasnetsov%20Viktor/vasnetsov_firs_version_a_knight_at_the_crossroads_1878.jpg)

<http://stat17.privet.ru/lr/092c3a60663e761c41291e85a833c050>

[http://www.i-e-s-b.ru/data/images/zayavka\\_iesb.jpg](http://www.i-e-s-b.ru/data/images/zayavka_iesb.jpg)

[http://www.sochi-schools.ru/d067/userfiles/x\\_7603785a%281%29.jpg](http://www.sochi-schools.ru/d067/userfiles/x_7603785a%281%29.jpg)

<http://www.sologif.net/Personas/Escolares/Escuela-03.gif>

<http://dl3.glitter-graphics.net/pub/32/32274ejusiqpocs.gif>