Тригонометрические уравнения

10 класс

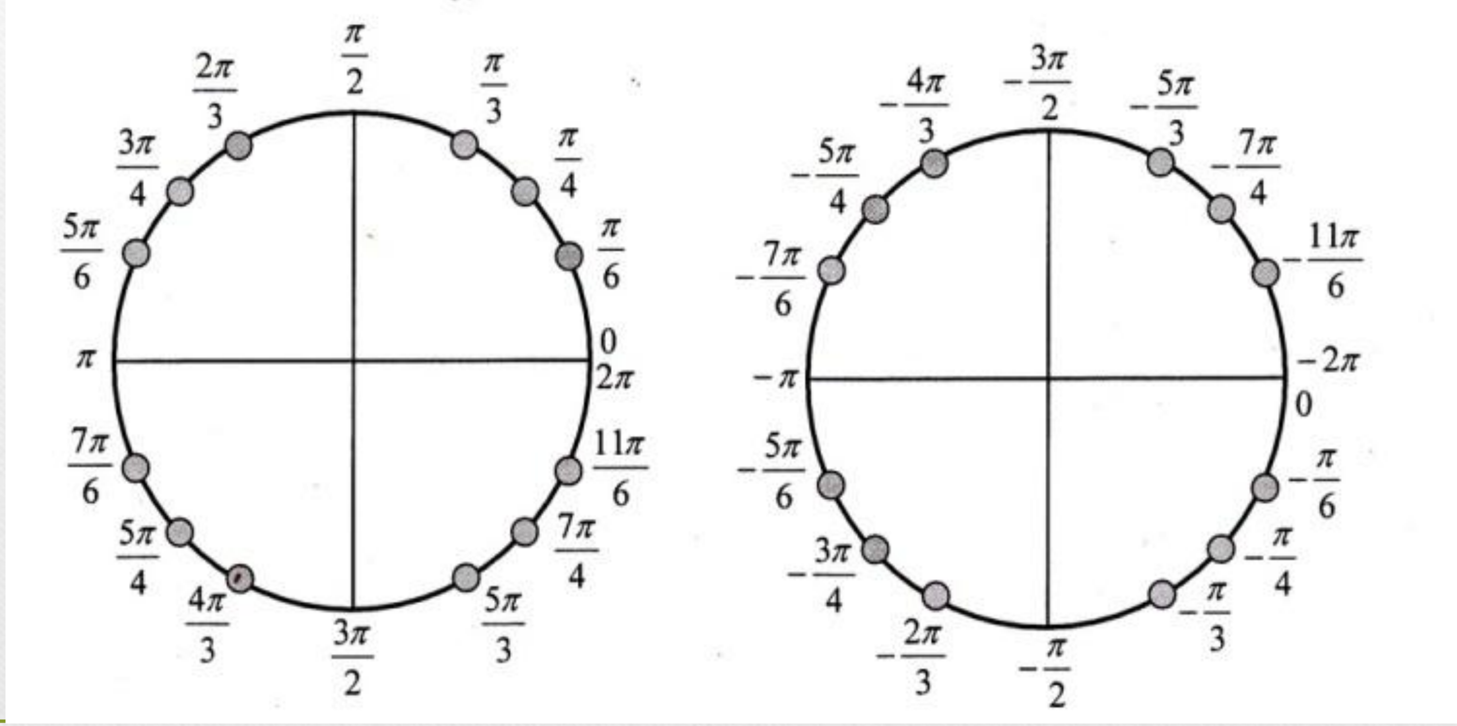
Девиз : « ***Не делай никогда того, чего не знаешь , но научись всему, что следует знать»***

Пифагор

С помощью тригонометрической окружности найти все значения из промежутка [-2π; 2π] для следующих выражений

$\arccos\frac{1}{2}$ $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\arccos 1$ $\arccos(-\frac{1}{2})$ ***arcsin 0***,

arcsin$(-\frac{1}{2})$. $\arccos\frac{-\sqrt{2}}{2}$



Верно ли равенство

$а)\ \arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3};$

$б)\ \arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})=-\frac{\pi}{4};$

$в)\ \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})=-\frac{\pi}{6};$

$г)\ \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{11\pi}{6};$

$д)\ \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{3\pi}{4}.$

$е)\ arctg\sqrt{3}=\frac{\pi}{3}.$

Имеет ли смысл выражение:

а) $\arccos\left(-\frac{5}{7}\right)$; б) $arcsin2$;

в) $\arcsin\left(\sqrt{2}-1\right)$; г) $\arccos\sqrt{3}$;

д) $arctg5$; е) $arctg\,(-\sqrt{3})$

Определение.

- **Уравнения вида $f(x) = a$, где a – данное число, а $f(x)$ – одна из тригонометрических функций, называются простейшими тригонометрическими уравнениями.**

Уравнение $\cos t = a$

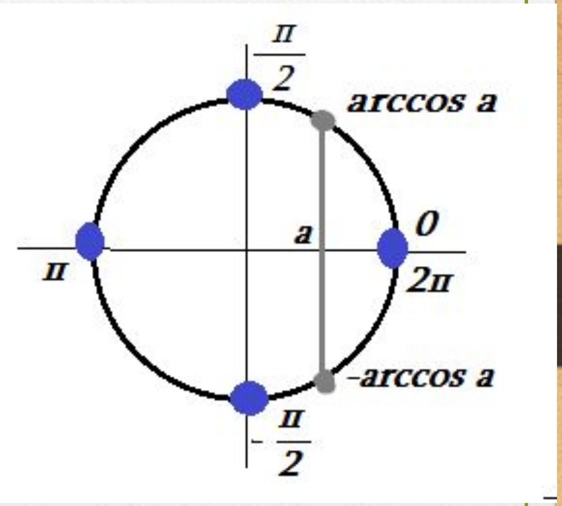
- а) при $-1 < t < 1$ имеет две серии корней

  $t_1 = \arccos a + 2\pi k, \ k \in Z$

  $t_2 = -\arccos a + 2\pi m, \ m \in Z.$

  Эти серии можно записать так

  $t = \pm \arccos a + 2\pi n, \ n \in Z;$



- б) при $a = 1$ имеет одну серию решений

  $t = 2\pi n, \ n \in Z;$

- в) при $a = -1$ имеет одну серию решений

  $t = \pi + 2\pi n, \ n \in Z;$

- г) при $a = 0$ имеет две серии корней

  $t_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ k \in Z$

  $t_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, \ m \in Z.$ Обе серии можно записать в одну серию

  $t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in Z.$

  д) при $a > 1$ и $a < -1$ уравнение не имеет корней.

Решите уравнение

$\frac{1}{2}$

2) $\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pm \arccos(-\frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pm(\pi - \arccos\frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Решите уравнение

3) cos 4x = 1

4x = 2πn, n ϵ Z

$$x = \frac{2\pi n}{4}, n \epsilon Z$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \epsilon Z$$

$$\cos\frac{x}{2} = -1$$

4)

$$\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n, n \epsilon Z$$

$$x = 2\pi + 4\pi n, n \epsilon Z$$

Решите уравнение

$$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

5) $x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\epsilon Z$

$$x=-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}+\pi n, n\epsilon Z$$

$$x=\frac{\pi}{6}+\pi n, n\epsilon Z$$

Решите уравнение $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *и* **укажите корни, принадлежащие промежутку [-π;-2π].**

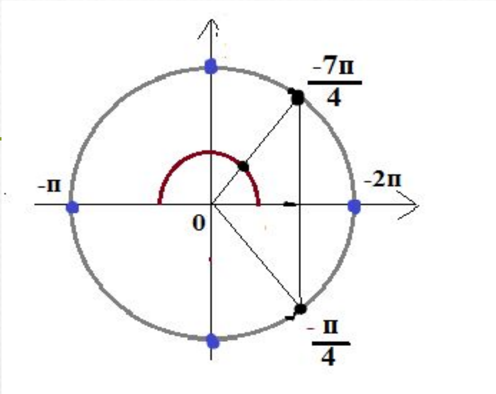
а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x = \pm\arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

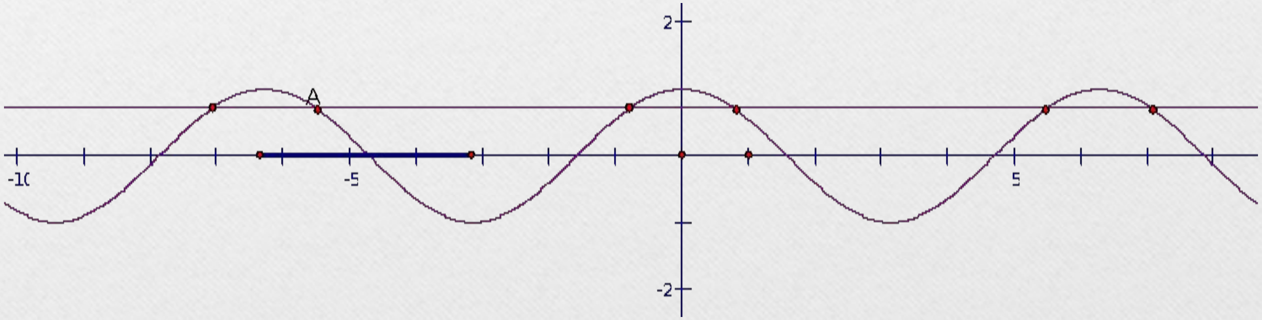
б) сделаем выборку корней, принадлежащих промежутку [-2π; -π].

1) с помощью окружности



$$x = -\frac{7\pi}{4}$$

2) с помощью графика



Задание 1. Найти корни уравнения:

1) а) $cos\ x = 1$ б) $cos\ x = -1$ в) $cos\ x = 0$

г) $cos\ x = 1{,}2$ д) $cos\ x = 0{,}2$

2) а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ г) $\cos 2x = 1$

Уравнение $\sin t = a$

- а) при **-1< t < 1** имеет две серии корней

  $t_1 = \arcsin a + 2\pi n, \; n \in Z$

  $t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \; n \in Z.$

 Эти серии можно записать так

  $t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \; k \in Z;$

- б) **при a = 1** имеет одну серию решений

  $t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \; n \in Z$

- в) при **a = -1** имеет одну серию решений

  $t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \; n \in Z;$

- г) при **a = 0** имеет две серии корней

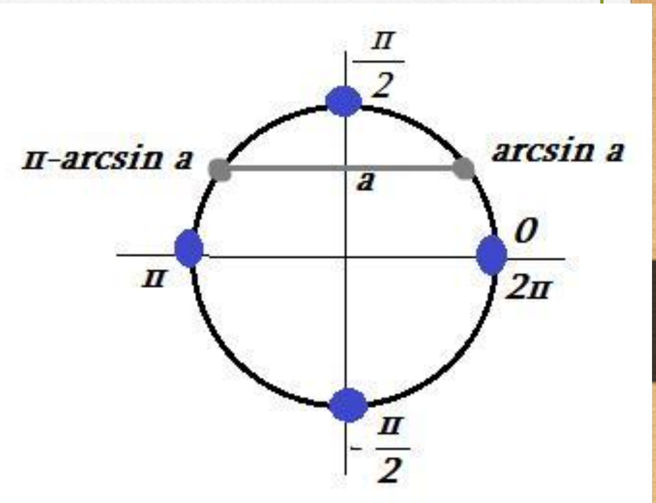
  $t_1 = 2\pi k, \; k \in Z,$

  $t_2 = \pi + 2\pi m, \; m \in Z.$

 Обе серии можно записать в одну серию

  $t = \pi n, \; n \in Z;$

- д) при **a > 1** и **a < -1** уравнение не имеет корней.



Решите уравнение

1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

- $$x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

Решите уравнение

2) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$= (-1)^{k+1}$

Задание 2. Найти корни уравнения:

1) а) $\sin x = 1$ б) $\sin x = -1$ в) $\sin x = 0$

г) $\sin x = 1{,}2$ д) $\sin x = 0{,}7$

2) а) б)

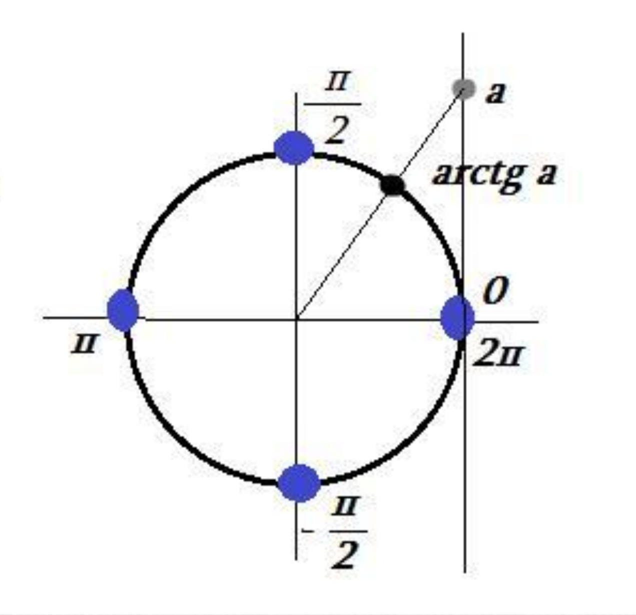
в) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ г) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin x = -\frac{1}{2}$ $\sin 2x = 0$

Уравнение tg t = a

при любом ***a* ϵ *R*** имеет одну серию решений

$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n,\ n \in Z$.



Решите уравнение

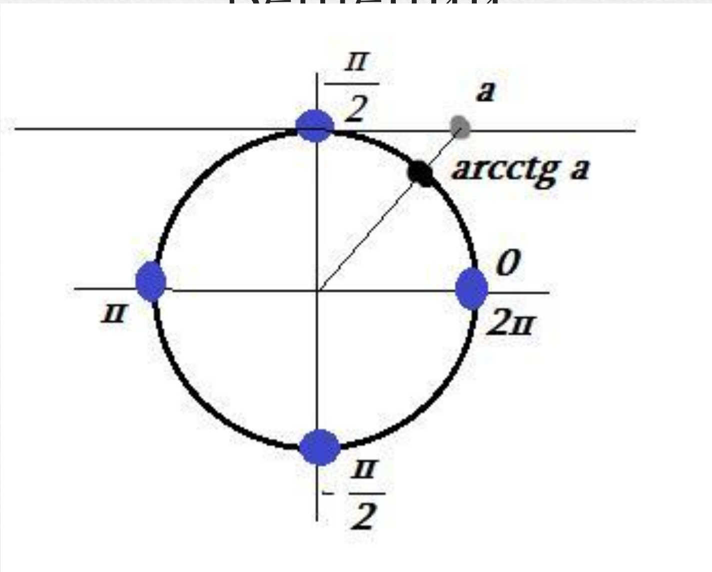
2) x= tg (- $\sqrt{3}$)

$\sqrt{3}$

x = + πn, nϵ Z.

Уравнение ctg t = a

при любом ***a* ϵ R** имеет одну серию решений



Z.

Решите уравнение

x = arcctg (-1) + πn, nϵ Z

x = + πn, nϵ Z.