


**Приближенные  
вычисления и решение  
прикладных задач**



Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут  $\lg b$  вместо  $\log_{10} b$ .

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию  $e$ , где  $e$  — иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут  $\ln b$  вместо  $\log_e b$ .



Оказывается, что достаточно знать значения только десятичных или только натуральных логарифмов чисел, чтобы находить логарифмы чисел по любому основанию. Для этого используется формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad (1)$$

где  $b > 0$ ,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $c > 0$ ,  $c \neq 1$ .



## Задача 1

С помощью микрокалькулятора вычислить  $\log_3 80$  с точностью до 0,01.

► 1) С помощью десятичных логарифмов по формуле

(2) находим:  $\log_3 80 = \frac{\lg 80}{\lg 3} \approx \underline{3,9886927}$ .

2) С помощью натуральных логарифмов:

$$\log_3 80 = \frac{\ln 80}{\ln 3} \approx \underline{3,9886928}.$$

Ответ

$\log_3 80 \approx 3,99$ . ◀



## Задача 2

Решить уравнение  $\log_2 x + \log_4 x = \frac{3}{2}$ .

► По формуле перехода  $\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{\log_2 x}{2}$ .

Поэтому уравнение принимает вид  $\log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = \frac{3}{2}$ , откуда  $\log_2 x = 1$ ,  $x = 2$ . ◁



### Задача 3\*

Двухпроцентный вклад в сбербанк, равный  $a$  рублям, через  $n$  лет становится равным  $a(1,02)^n$ , а трёхпроцентный вклад становится равным  $a(1,03)^n$ . Через сколько лет каждый из вкладов удвоится?

- 1) Для первого вклада  $2a = a(1,02)^n$ , откуда  $(1,02)^n = 2$ ,  $n = \log_{1,02} 2$ . Вычисления проведём на микрокалькуляторе:

$$\log_{1,02} 2 \approx \underline{35,002788}.$$

- 2) Для второго вклада  $n = \log_{1,03} 2$  и вычисления на микрокалькуляторе показывают:

$$\log_{1,03} 2 \approx \underline{23,449772}.$$

По первому вкладу примерно через 35 лет, а по второму — через 23,5 года. ◀

Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7:

- 1)  $\log_5 3$ ; 2)  $\lg 6$ ; 3)  $\log_2 7$ ; 4)  $\log_5 \frac{1}{3}$ ; 5)  $\lg 7$ ; 6)  $\log_3 7$ .

Решить уравнение:

1)  $\log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$ ;

3)  $\log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$ ;

5)  $\log_2 x + \log_8 x = 8$ ;



$$2) \log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

$$4) \log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3;$$

$$6) \log_4 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}.$$

