


Приближенные вычисления и решение прикладных задач



Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут $\lg b$ вместо $\log_{10} b$.

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e , где e — иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут $\ln b$ вместо $\log_e b$.



Оказывается, что достаточно знать значения только десятичных или только натуральных логарифмов чисел, чтобы находить логарифмы чисел по любому основанию. Для этого используется формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad (1)$$

где $b > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $c > 0$, $c \neq 1$.



Задача 1

С помощью микрокалькулятора вычислить $\log_3 80$ с точностью до 0,01.

► 1) С помощью десятичных логарифмов по формуле

(2) находим: $\log_3 80 = \frac{\lg 80}{\lg 3} \approx \underline{3,9886927}$.

2) С помощью натуральных логарифмов:

$$\log_3 80 = \frac{\ln 80}{\ln 3} \approx \underline{3,9886928}.$$

Ответ

$\log_3 80 \approx 3,99$. ◀



Задача 2

Решить уравнение $\log_2 x + \log_4 x = \frac{3}{2}$.

► По формуле перехода $\log_4 x = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{\log_2 x}{2}$.

Поэтому уравнение принимает вид $\log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = \frac{3}{2}$, откуда $\log_2 x = 1$, $x = 2$. ◀



Задача 3*

Двухпроцентный вклад в сбербанк, равный a рублям, через n лет становится равным $a(1,02)^n$, а трёхпроцентный вклад становится равным $a(1,03)^n$. Через сколько лет каждый из вкладов удвоится?

- 1) Для первого вклада $2a = a(1,02)^n$, откуда $(1,02)^n = 2$, $n = \log_{1,02} 2$. Вычисления проведём на микрокалькуляторе:

$$\log_{1,02} 2 \approx \underline{35,002788}.$$

- 2) Для второго вклада $n = \log_{1,03} 2$ и вычисления на микрокалькуляторе показывают:

$$\log_{1,03} 2 \approx \underline{23,449772}.$$

По первому вкладу примерно через 35 лет, а по второму — через 23,5 года. ◀

Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7:

- 1) $\log_5 3$; 2) $\lg 6$; 3) $\log_2 7$; 4) $\log_5 \frac{1}{3}$; 5) $\lg 7$; 6) $\log_3 7$.

Решить уравнение:

1) $\log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$;

3) $\log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$;

5) $\log_2 x + \log_8 x = 8$;



$$2) \log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

$$4) \log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3;$$

$$6) \log_4 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}.$$

