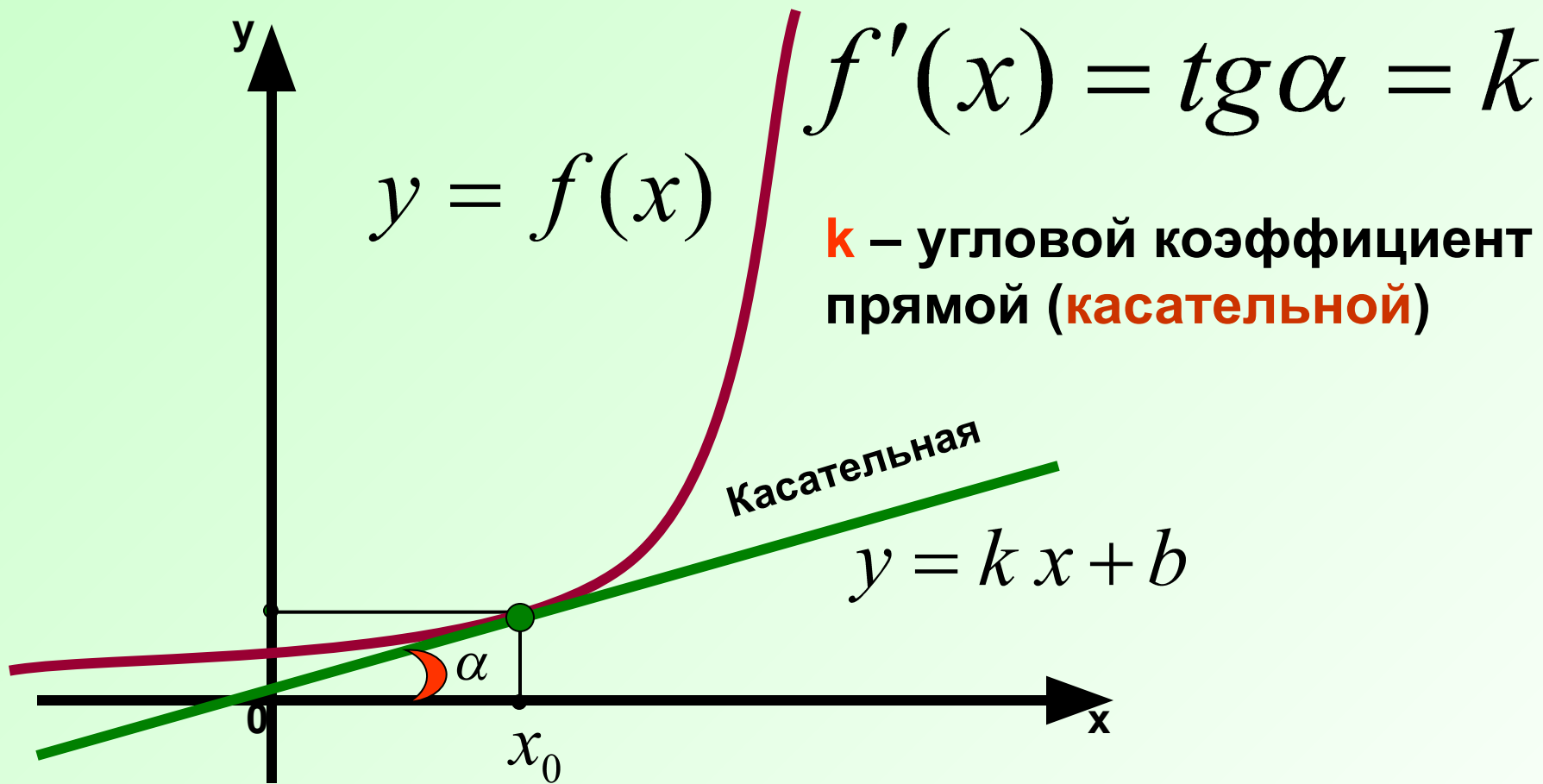




# Геометрический смысл производной

*11 класс*

*2013 год*

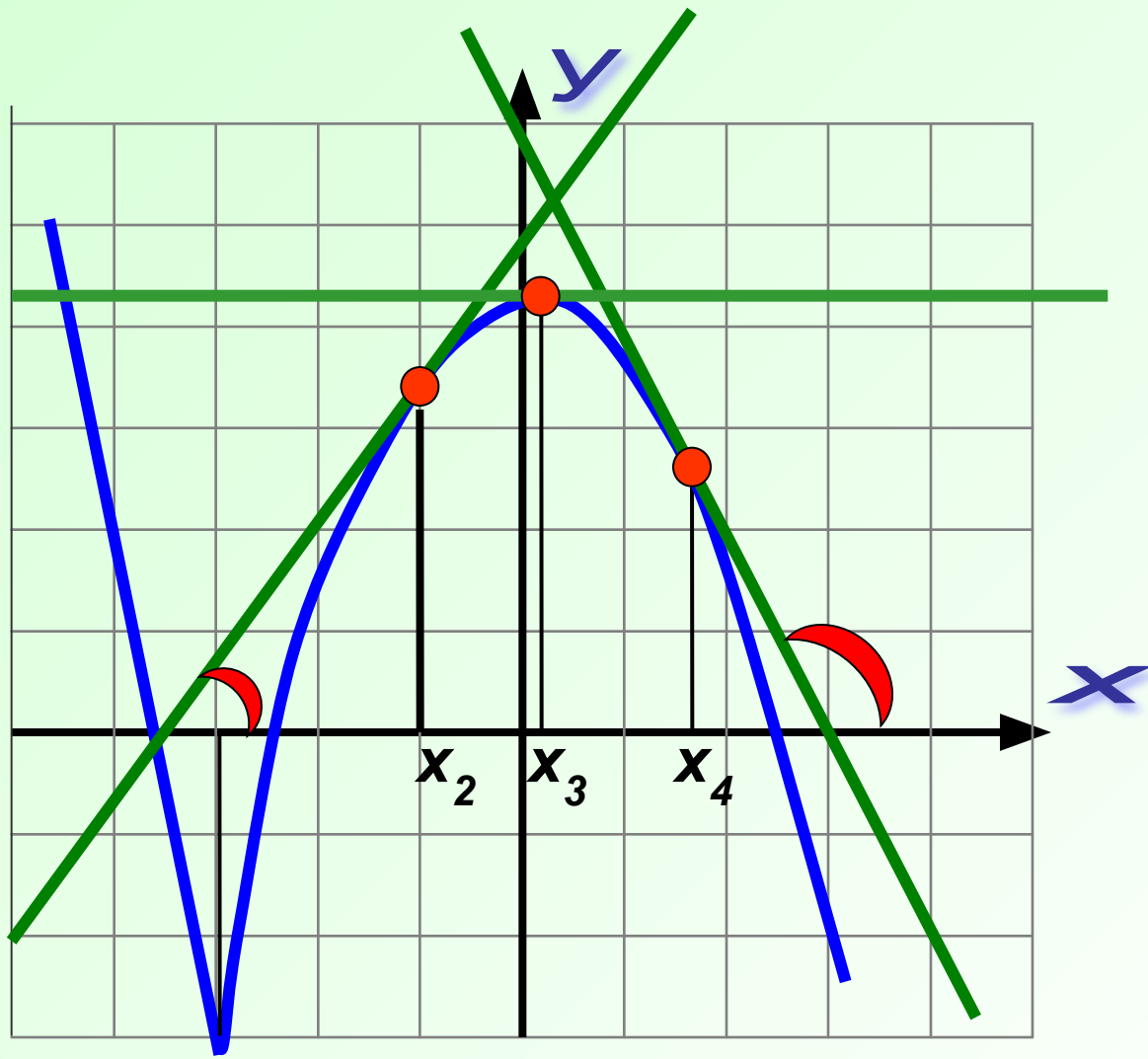


## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0 \quad \alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$ , касательная параллельна  $Ox$

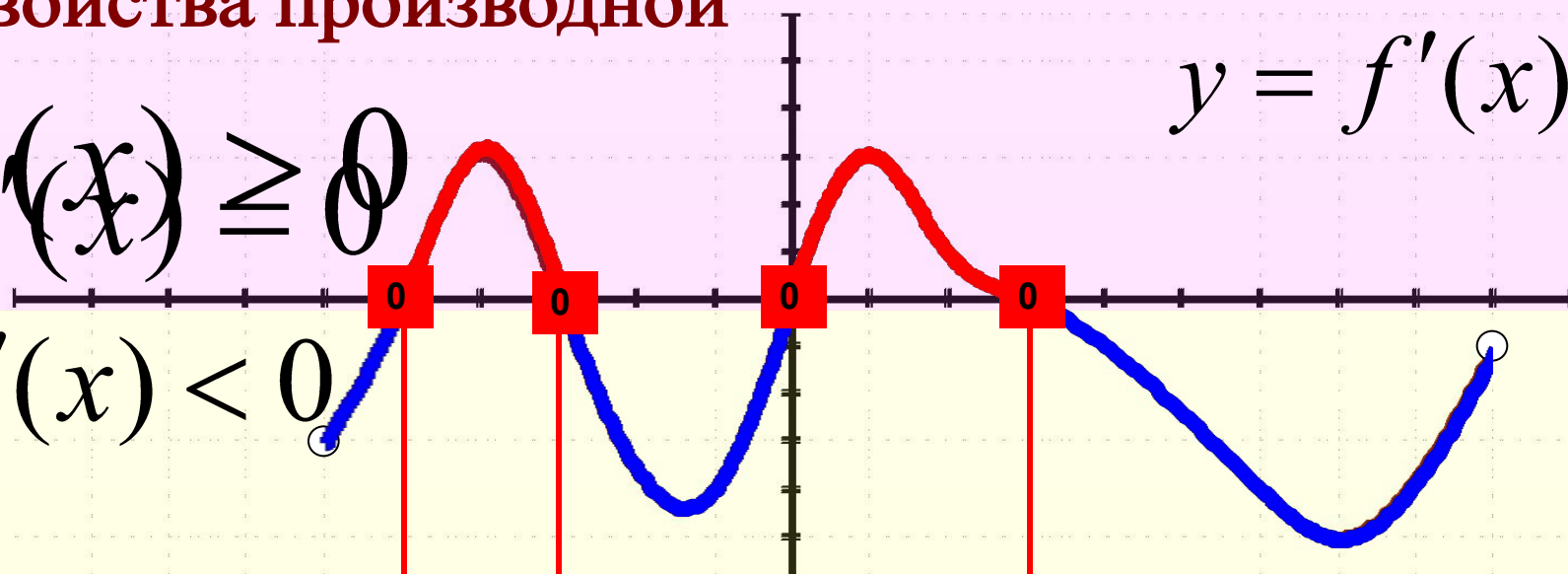


# Свойства производной

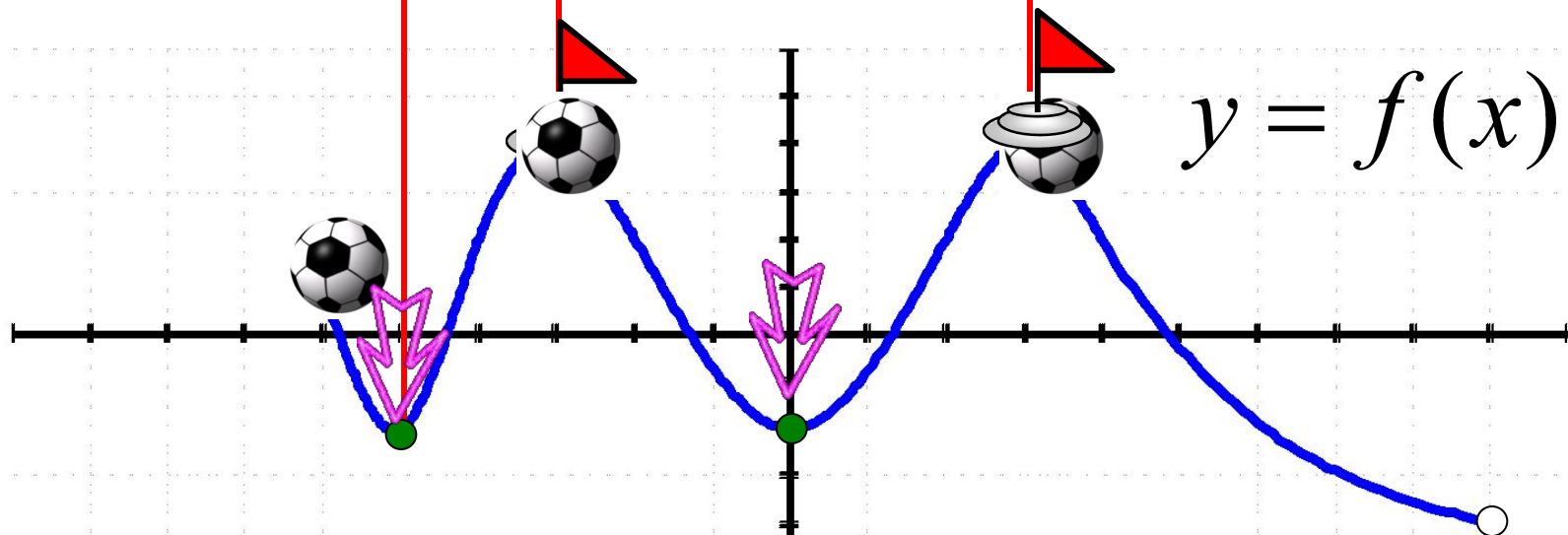
$$y = f'(x)$$

$$f'(x) \geq 0$$

$$f'(x) < 0$$



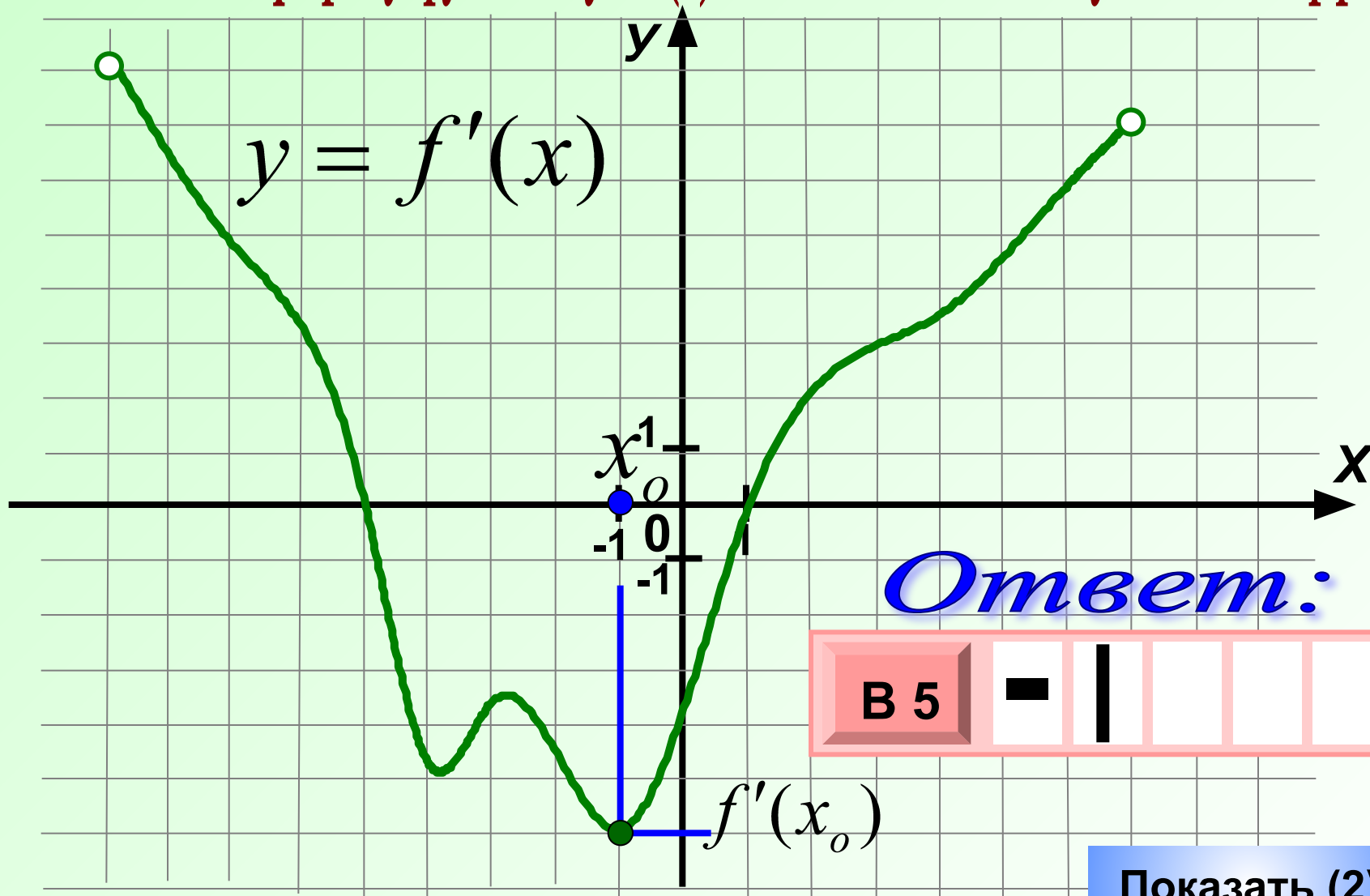
$$y = f(x)$$



Поведение функции: **экстремумы**

Показать (6)

Задание №1 Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  имеет наименьший угловой коэффициент



В 5 - | | | | |

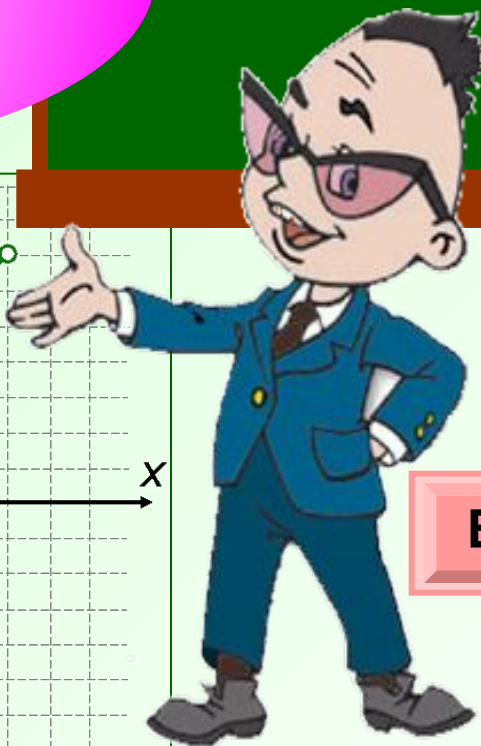
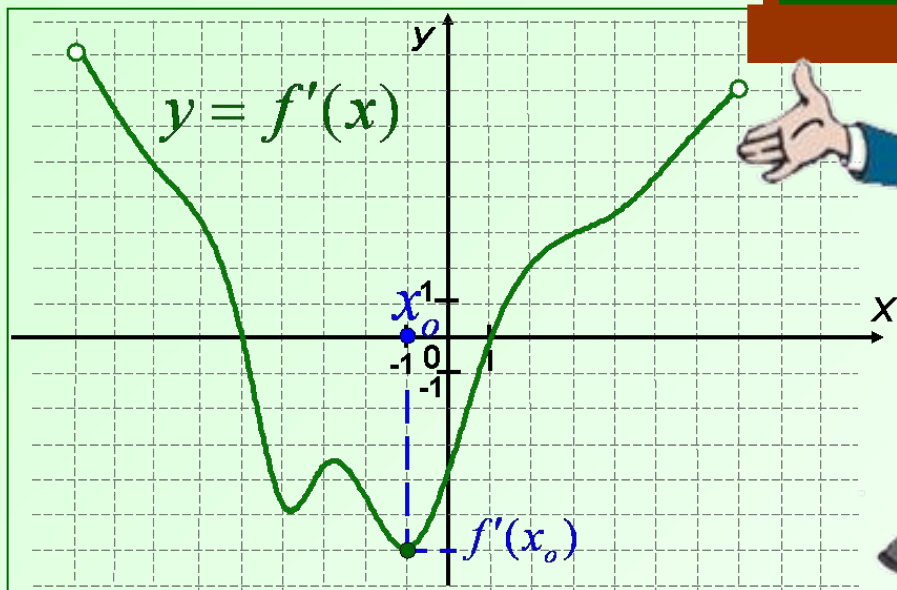
Показать (2)

$$k = f'(x_0)$$



наименьший

Ищу наименьше  
значение  
производной



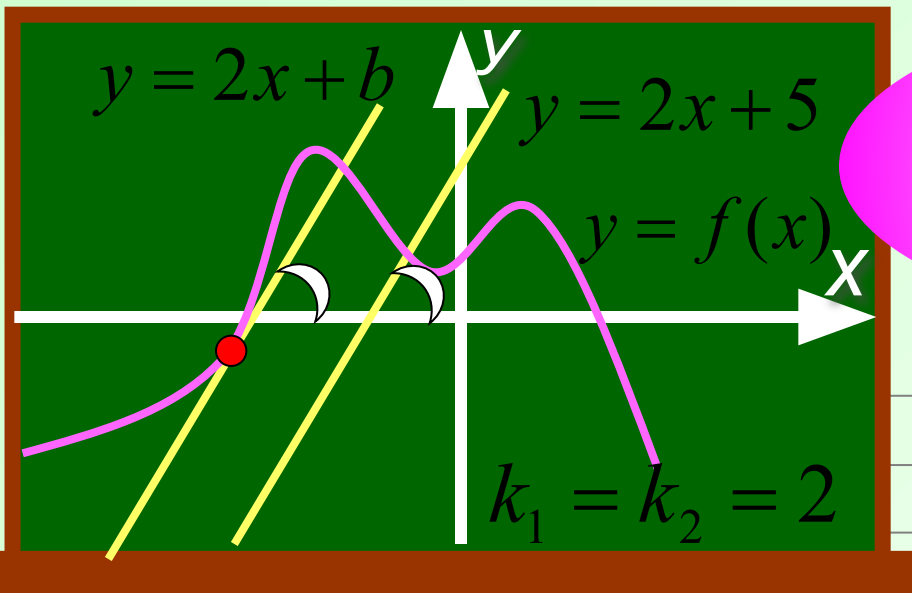
Ответ:

В 5

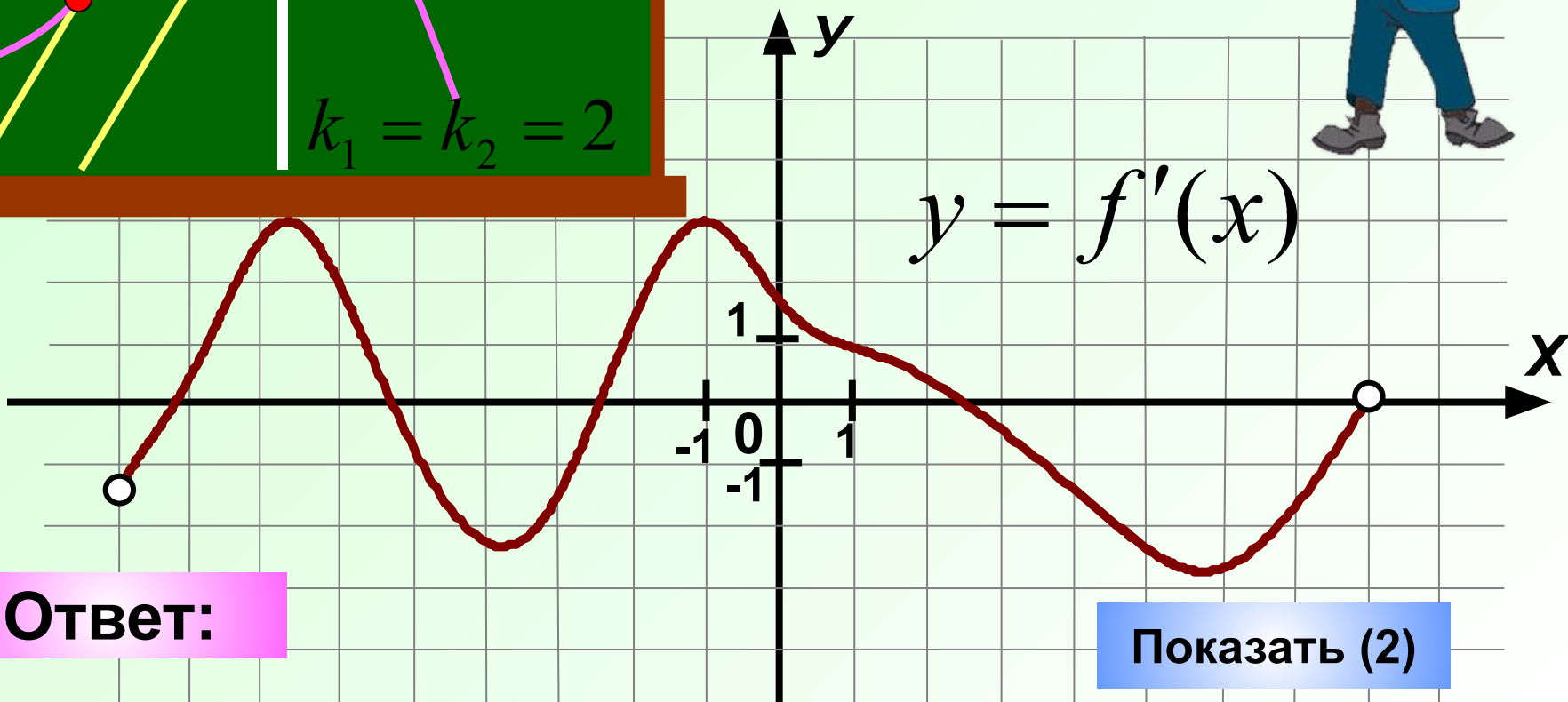


Показать (2)

К графику функции  $y = f(x)$  провели все касательные параллельные прямой  $y = 2x + 5$  (или совпадающие с ней). Укажите количество точек касания.

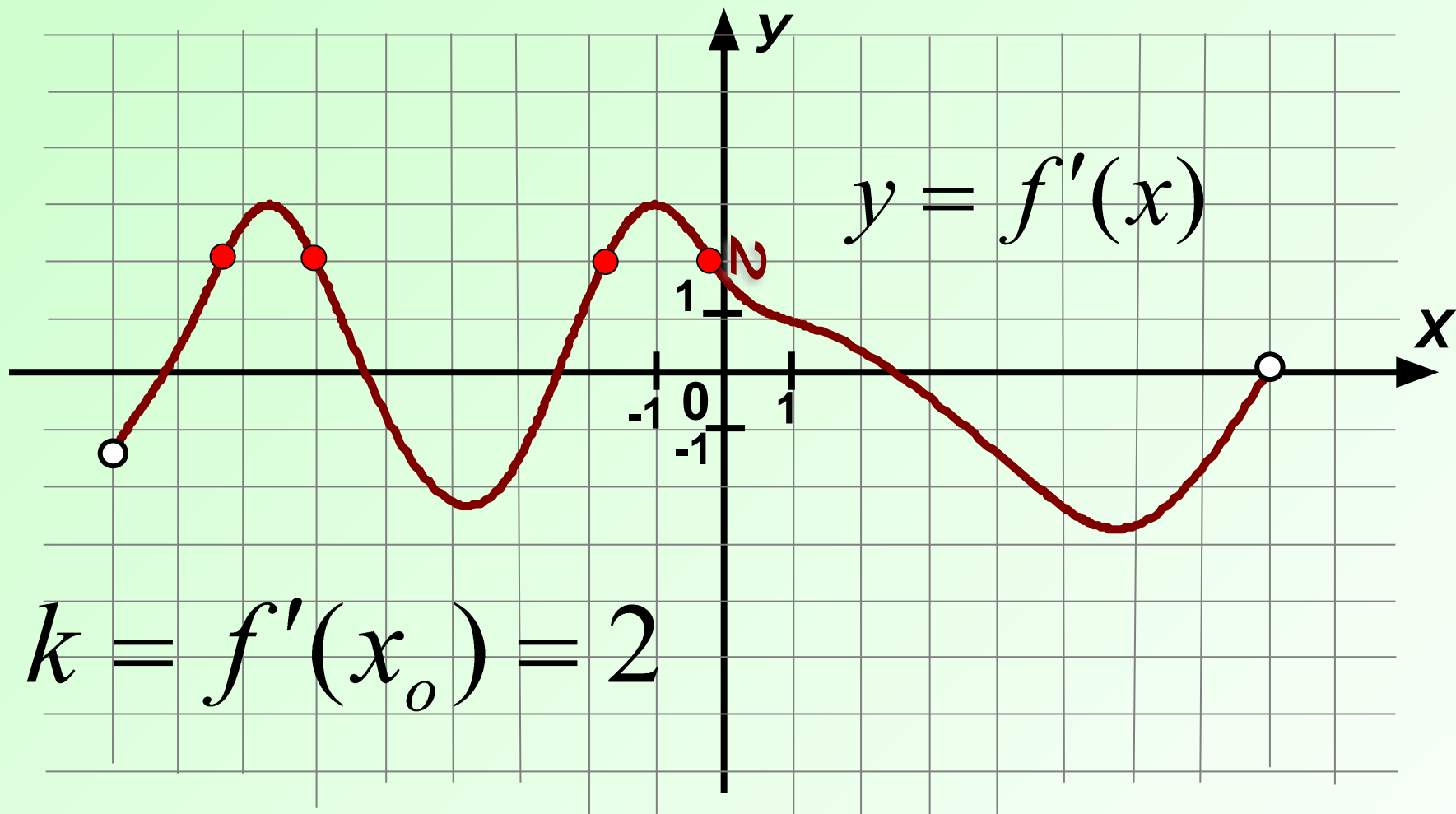


Так как  $k = f'(x_0) = 2$ , то считаю точки, в которых производная принимает значения 2



Ответ:

Показать (2)



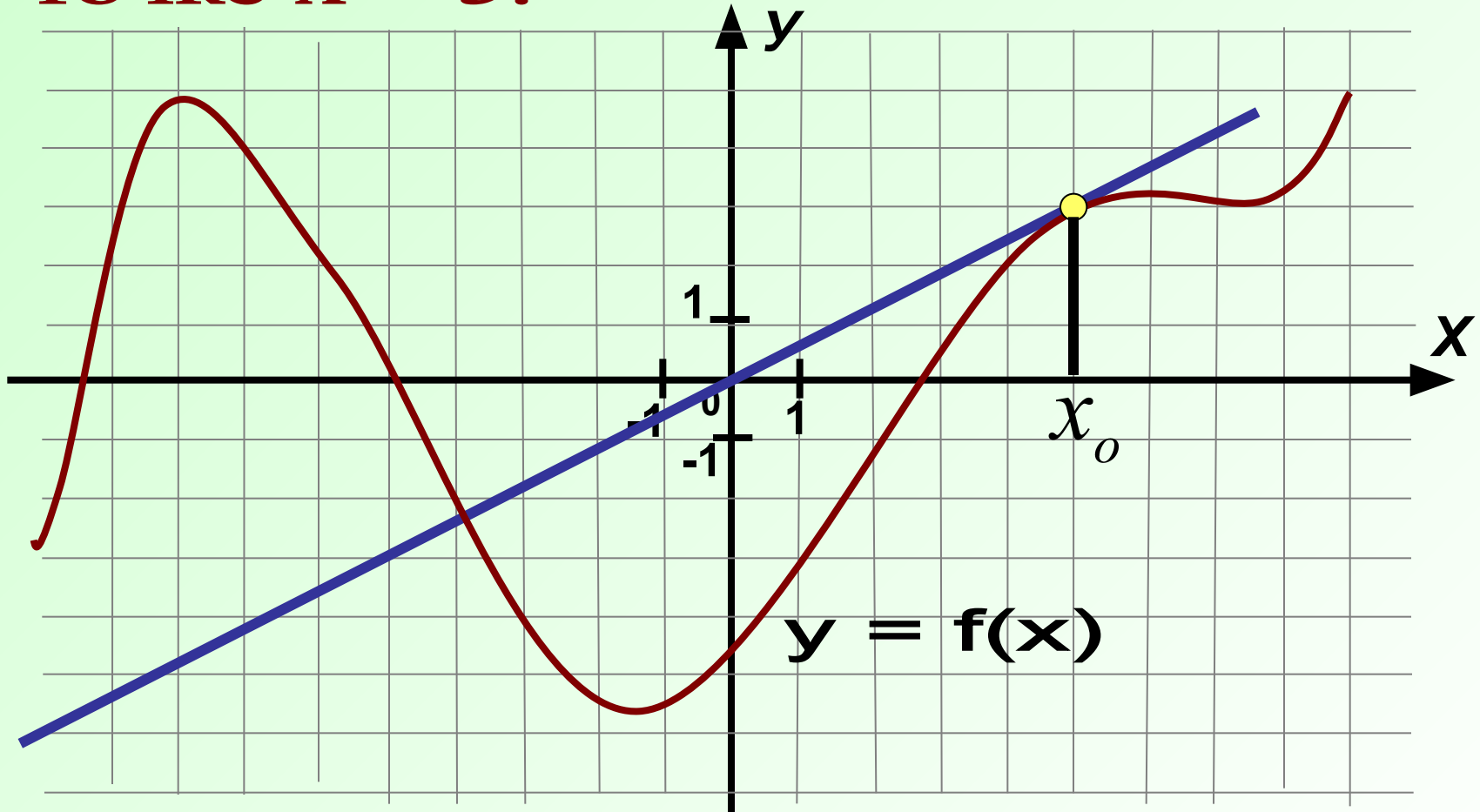
*Ответ:*

В 5

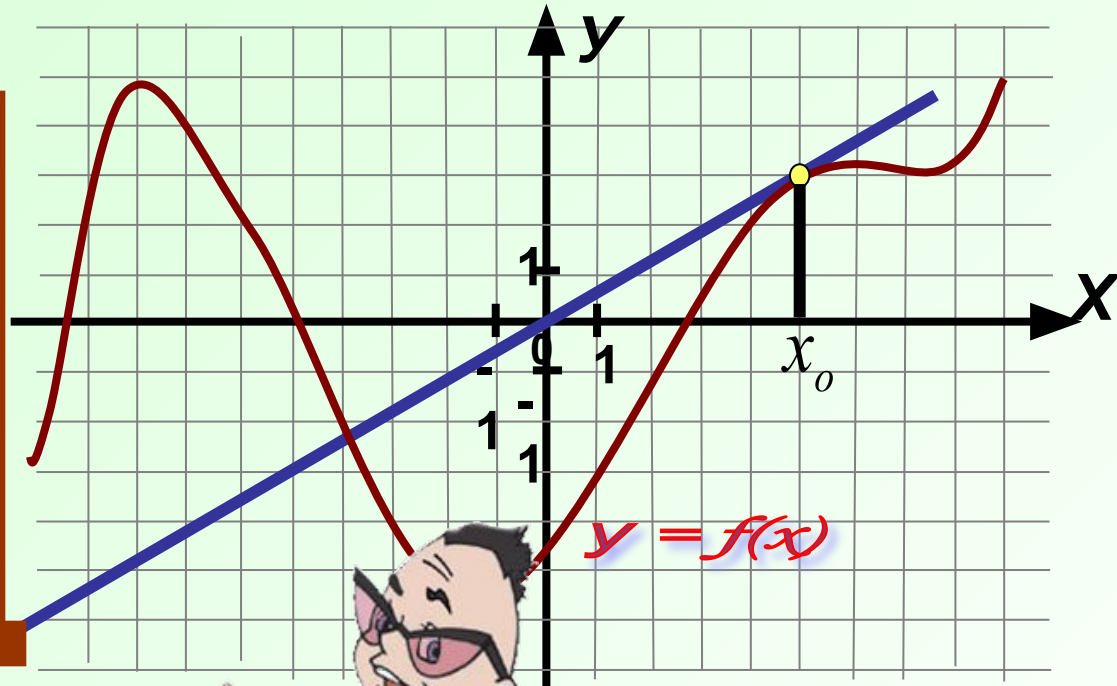
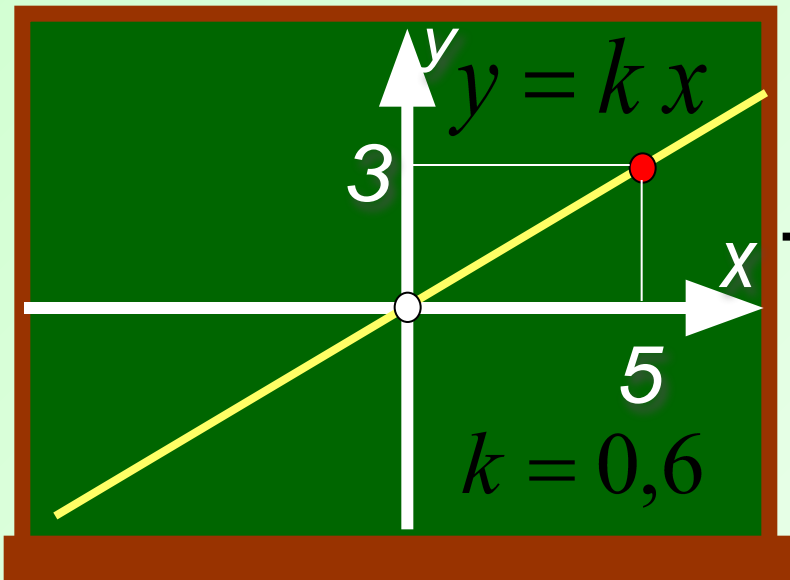
4



**Задание №3:** Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции  $y = f(x)$ . Найдите производную функции в точке  $x = 5$ .



**Задание №3:** Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции  $y = f(x)$ . Найдите производную функции в точке  $x = 5$ .



Производная функции в точке  $x = 5$  – это производная в

В 5

0,6

касательной.



Рассуждение (3)

**Задание №4:** К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные под углом  $135^\circ$  к положительному направлению оси  $Ox$ . На рисунке изображен график производной функции. Укажите количество точек касания.

$\alpha$  – угол наклона

касательной к оси  $Ox$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = k = f'(x_0)$$

$$\operatorname{tg} 135^\circ = -1 = f'(x_0)$$

**Ответ:**

В 5

4

Рассуждение  
(2)



**Задание №5:** По графику производной функции  
указать наибольшую длину промежутка возрастания функции  $y = f(x)$ .

$y = f(x)$  возрастает,

если  $f'(x) \geq 0$

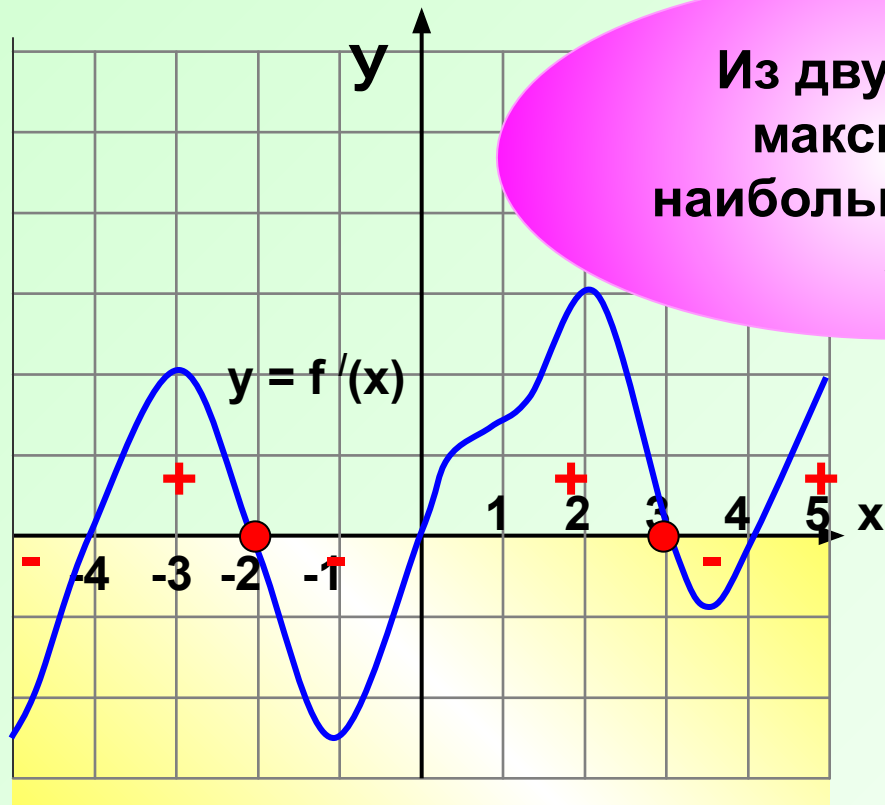
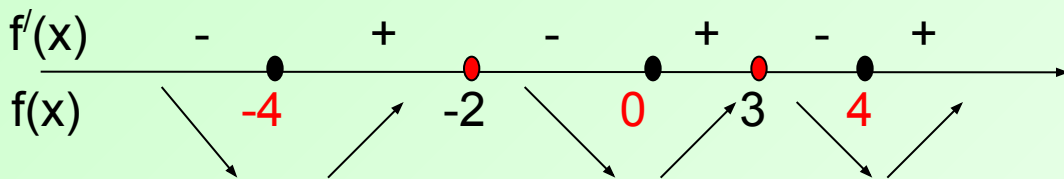
$y = f(x)$  убывает,

если  $f'(x) < 0$  **Ответ:**

В 5	7						
-----	---	--	--	--	--	--	--



**Задание №6:** По графику производной функции указать наибольшую точку максимума функции  $y = f(x)$ .



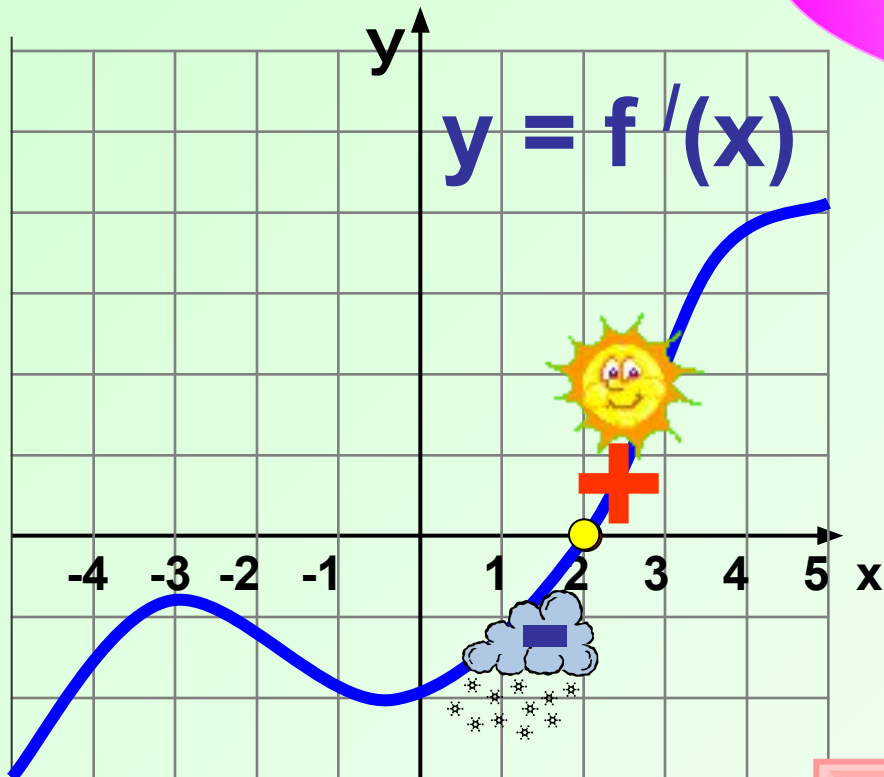
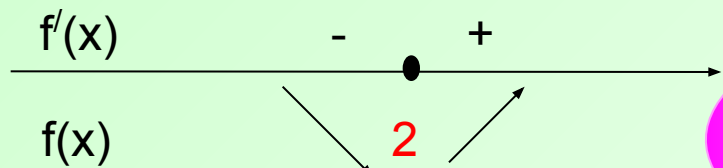
Из двух точек максимума наибольшая  $x_{\max} = 3$



*Ответ:*

В 5	3					
-----	---	--	--	--	--	--

**Задание №7:** По графику производной функции определите значение  $x$ , при котором функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение.



$x_{\min} = 2$  - единственная  
В этой точке функция  
 $y = f(x)$  примет  
наименьшее значение



*Ответ:*

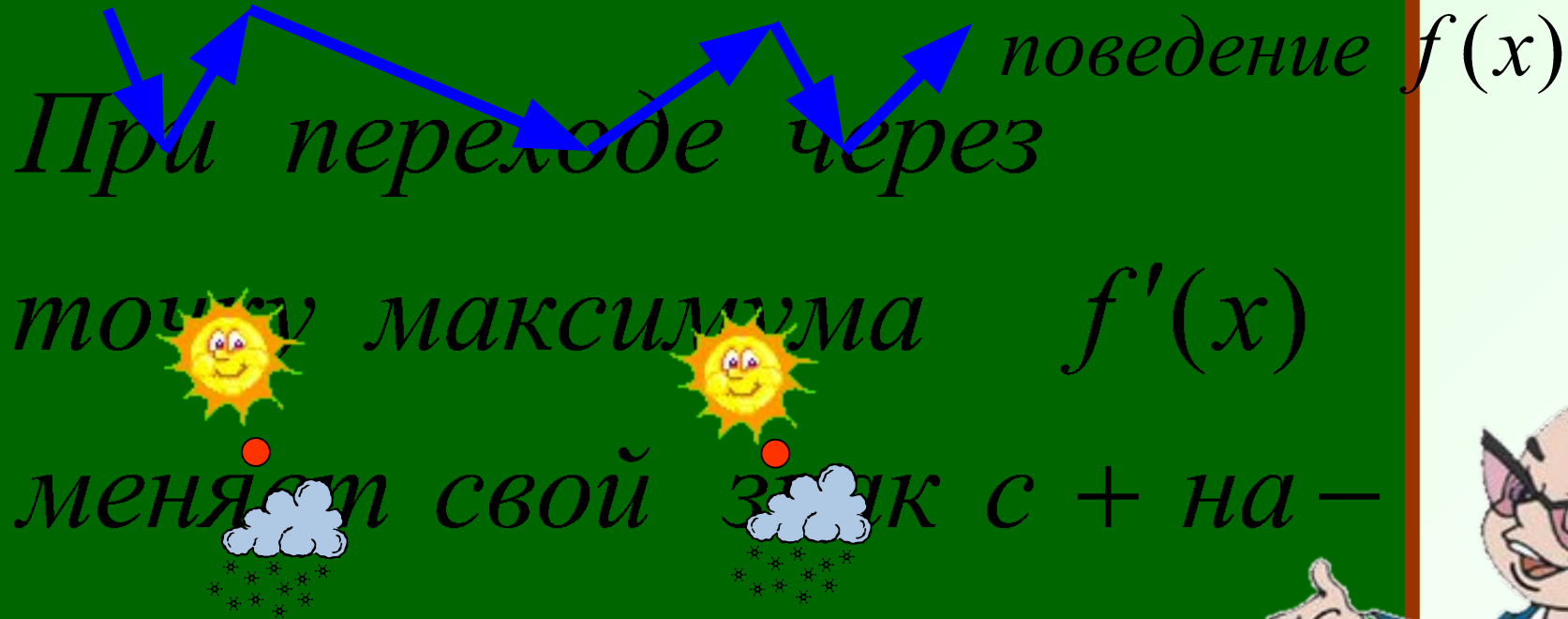
В 5

2

--	--	--	--	--	--

**Задание №8:** По графику производной функции  
указать количество точек максимума функции  $y = f(x)$ .

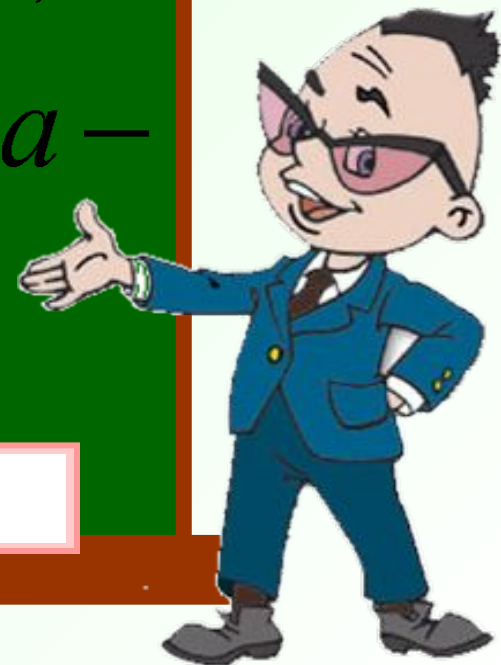
поведение  $f(x)$   
При переходе через  
точку максимума  $f'(x)$   
меняет свой знак с + на -



*Ответ:*

В 5

2



Задание №9: Найдите значение производной функции в точке касания

Ответ:

В 5

0

,

5

$$f'(a) = \operatorname{tg} \alpha$$

$\alpha$  – угол наклона

касательной к

положительному

направлению оси  $Ox$

$\alpha$

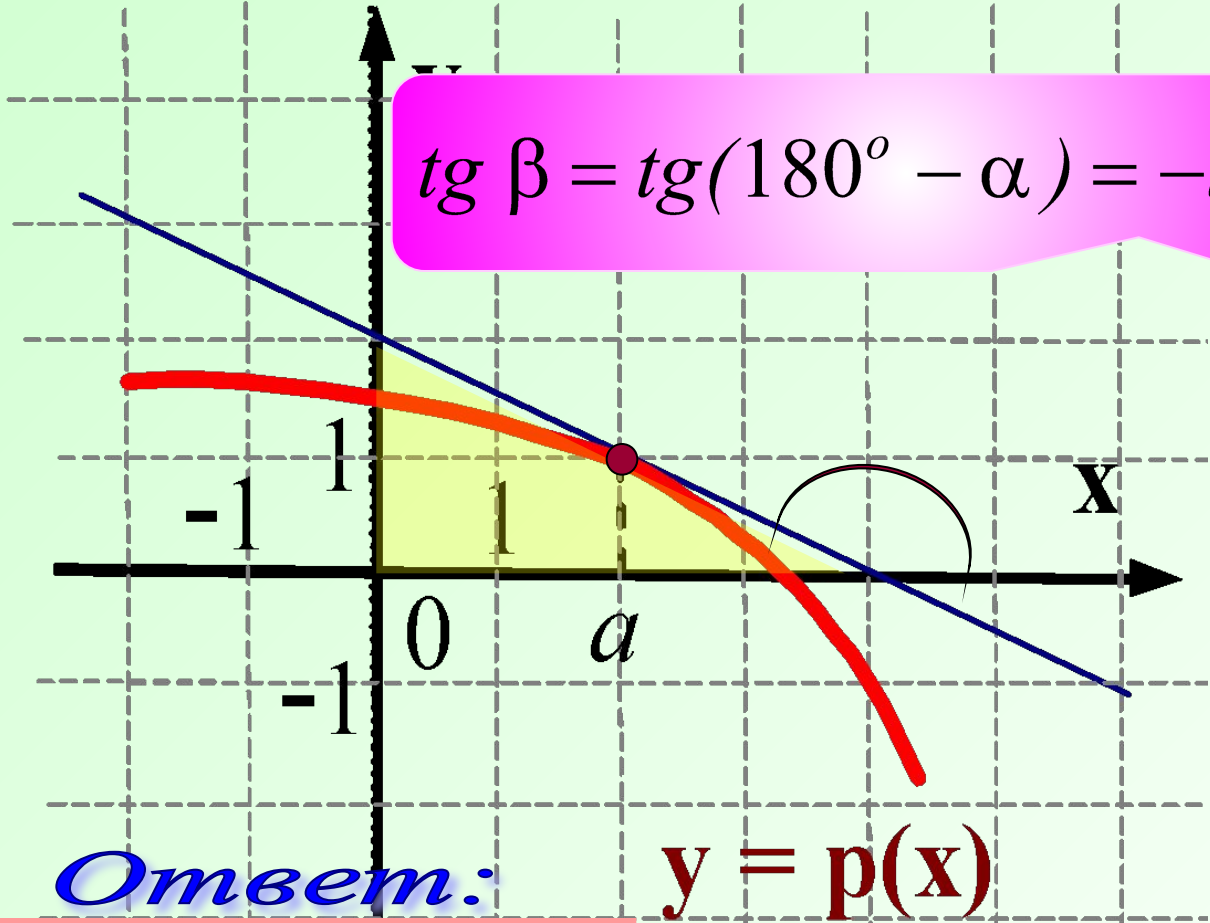




# Задание №10: Найдите значение производной функции в точке касания

ОТВЕТ

$$tg \beta = tg(180^\circ - \alpha) = -tg \alpha$$



В 5 - 0 , 5

Задание №11: Используя график производной функции, найдите значение функции  $y=f(x)$  в точке  $x = 2$ , если  $f(5) = 0$

$$f(x) = -3x + C$$

$$f(5) = 0$$

$$0 = -3 \cdot 5 + C$$

$$C = 15$$

$$f(2) = -3 \cdot 2 + 15 = 9$$



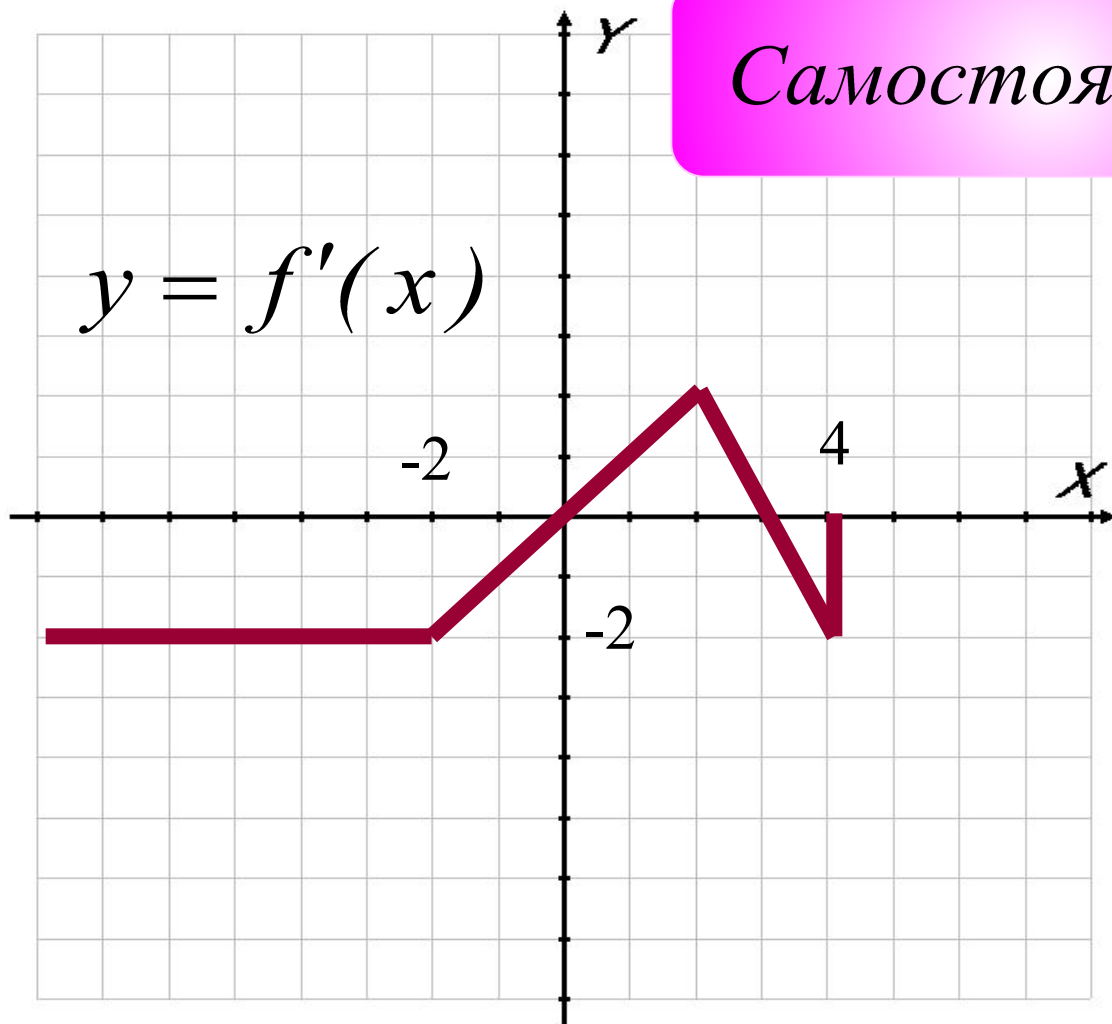
*Ответ:*

В 5

9

**Задание №12:** Используя график производной функции, найдите значение функции  $y=f(x)$  в точке  $x = -3$ , если  $f(-5) = 0$

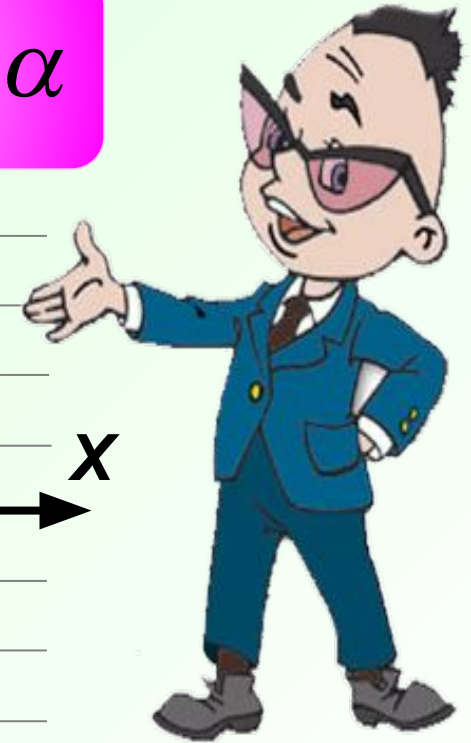
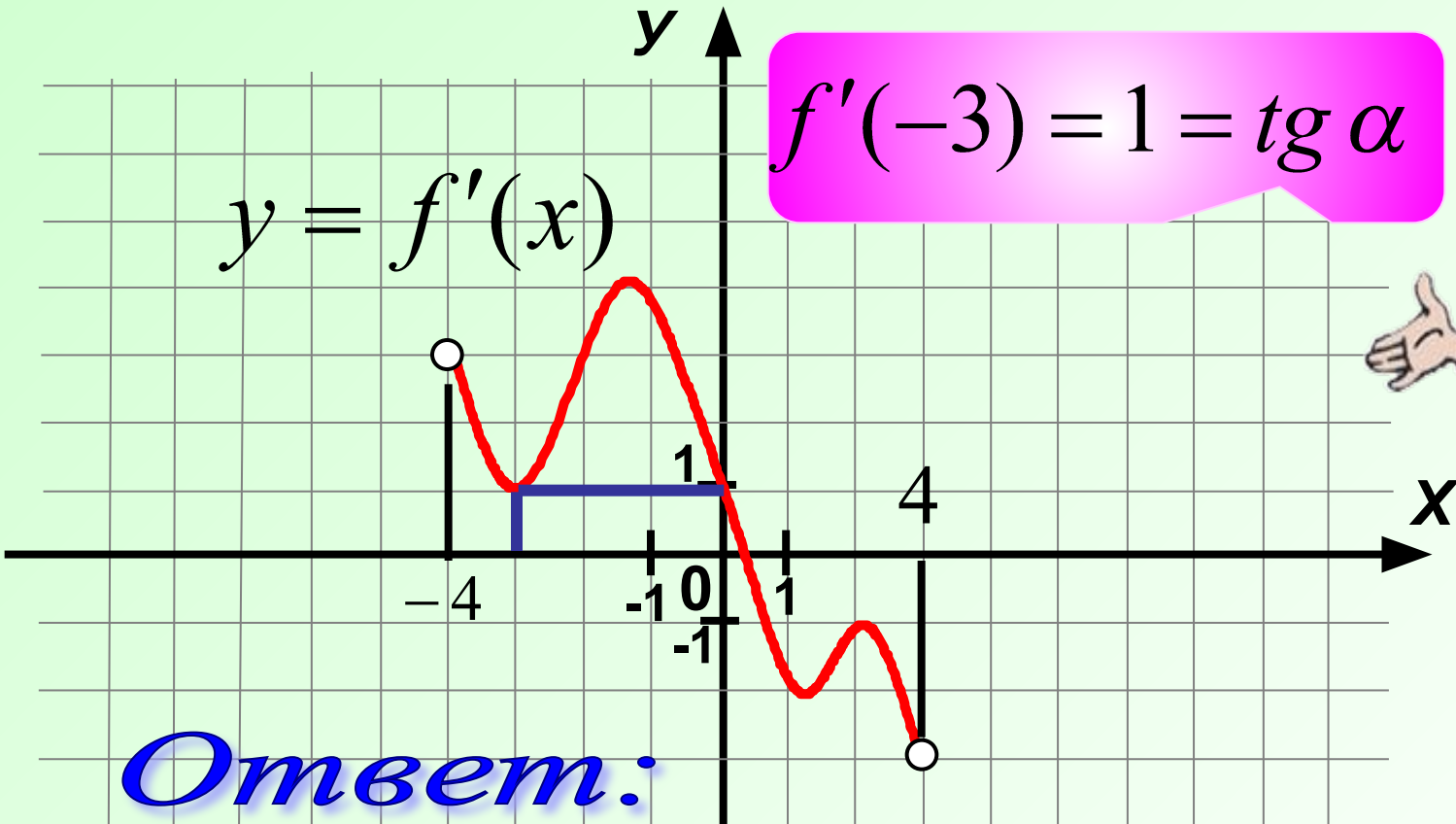
*Самостоятельно*



*Ответ:*

В 5	-	4			
-----	---	---	--	--	--

**Задание №13:** По графику производной функции определить величину угла (в градусах) между положительным направлением оси  $Ox$  и касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x = -3$

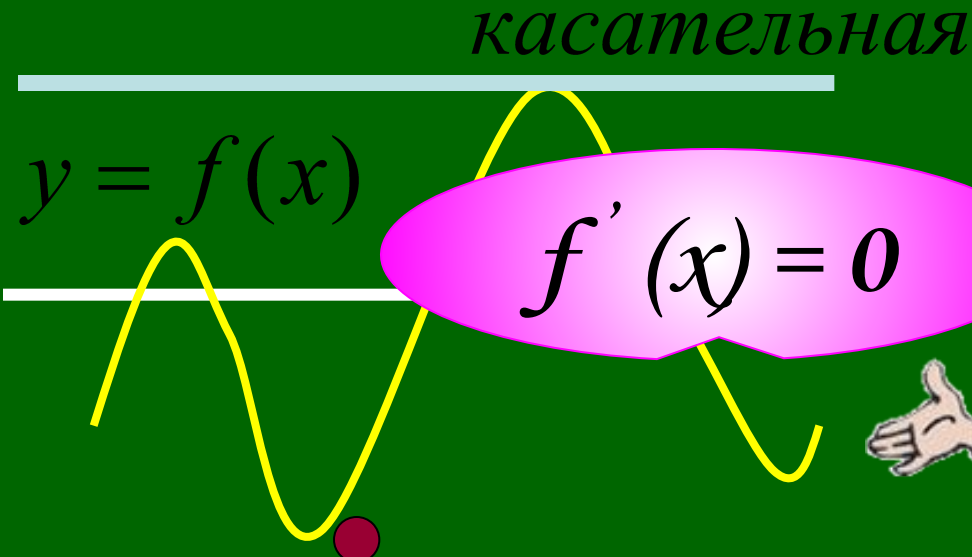


**Ответ:**

В 5	4	5				
-----	---	---	--	--	--	--

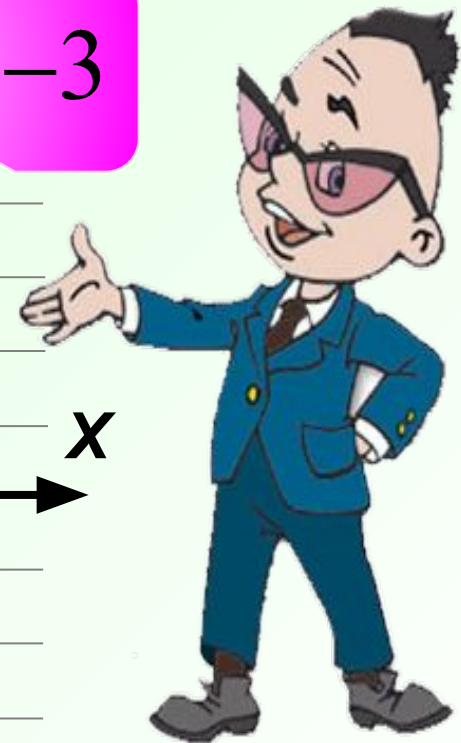
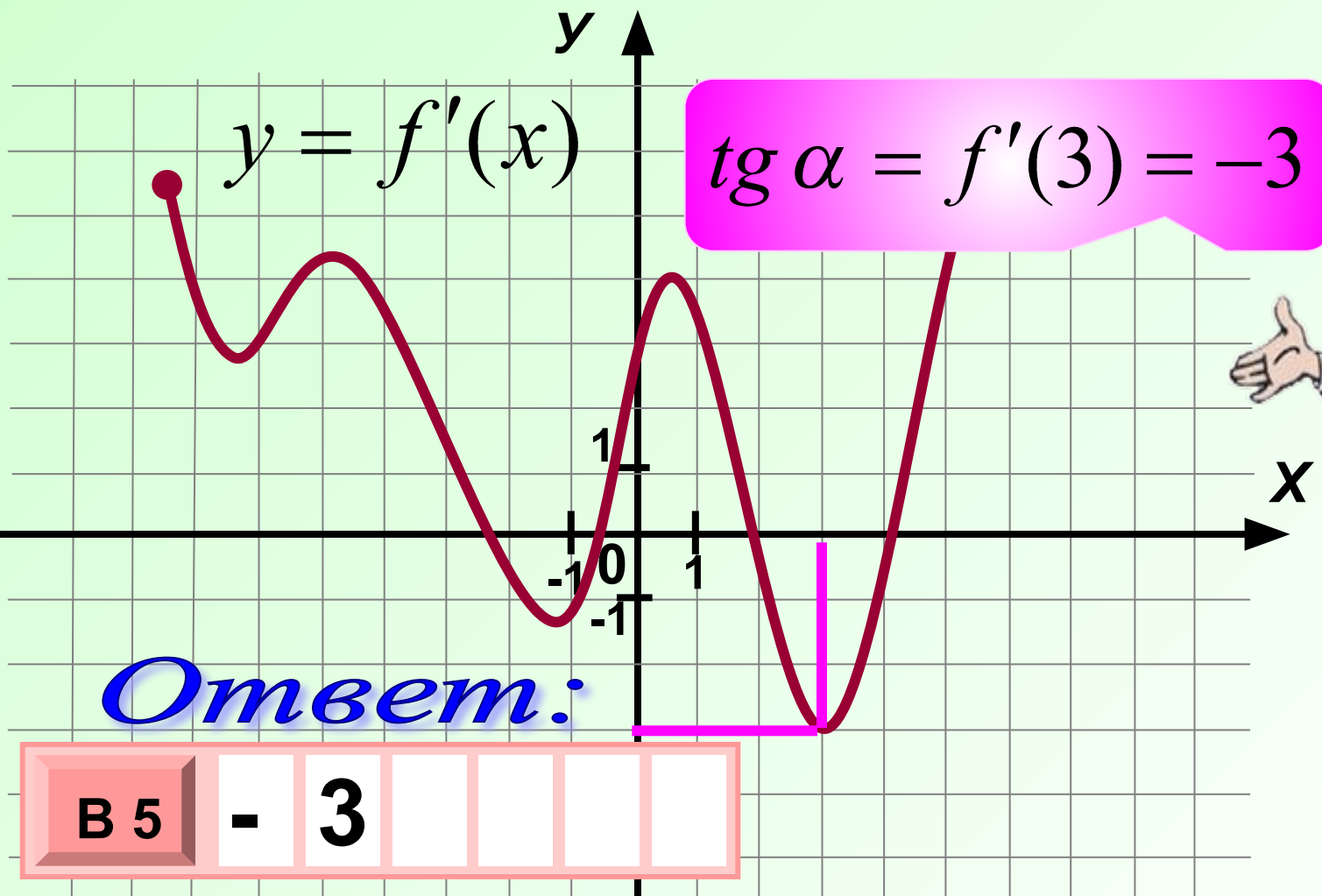
Показать (2)

**Задание №14:** По графику производной функции определить наименьшую абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна оси абсцисс



В 5

**Задание №15:** По графику производной функции определить тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = 3$



**Ответ:**

В 5	-	3				
-----	---	---	--	--	--	--

**Задание №16:** По графику производной функции укажите количество касательных к графику функции  $y = f(x)$ , расположенных под углом 60 градусов к оси абсцисс

$\alpha$  – угол наклона

касательной к оси  $Ox$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = k = f'(x_0)$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \approx 1,7 = f'(x_0)$$

**Ответ:**

В 5

4

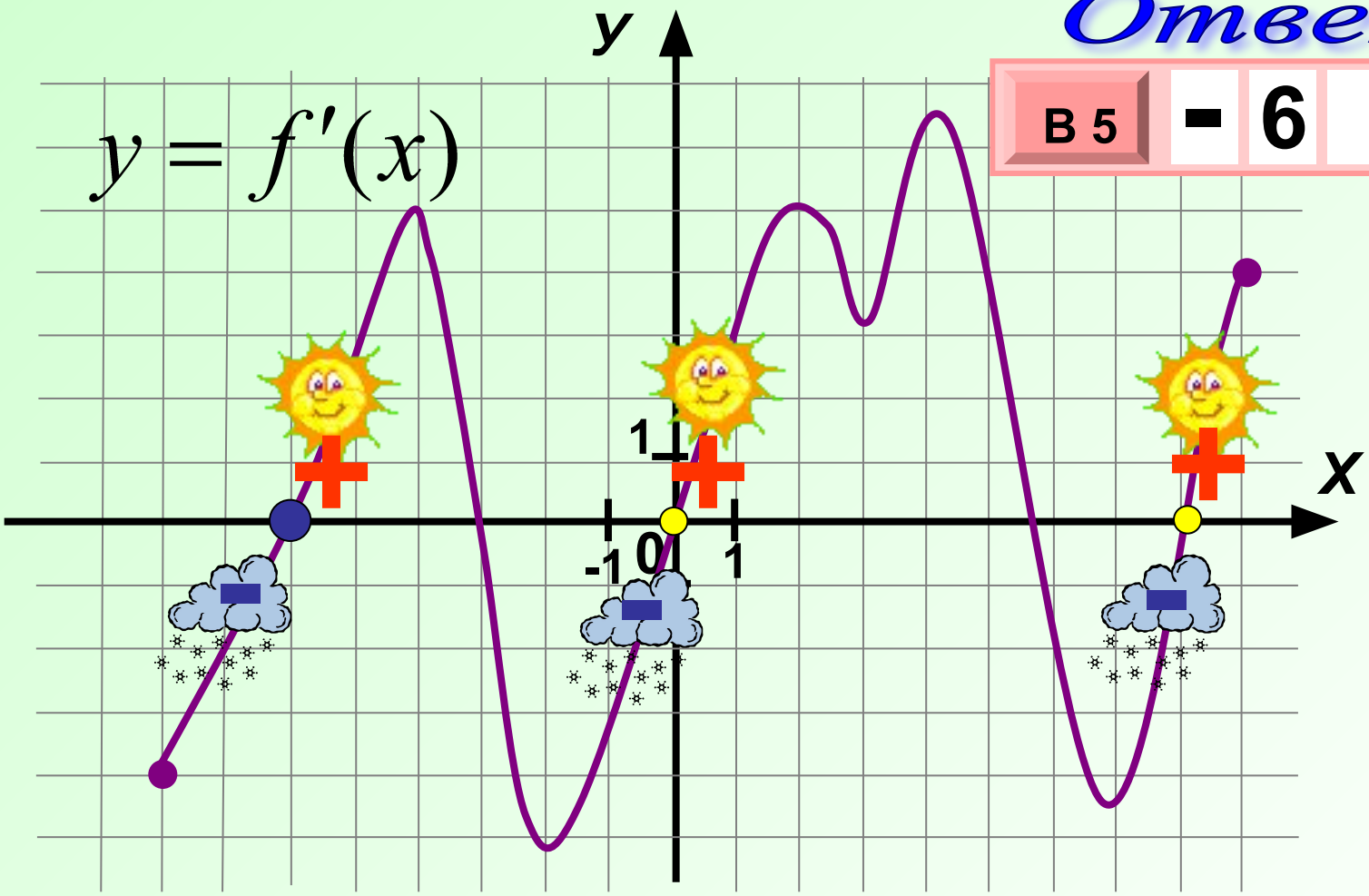
Рассуждение  
(2)



**Задание №17:** По графику производной функции определите наименьшее из тех значений  $x$ , в которых функция  $y = f(x)$  имеет минимум.

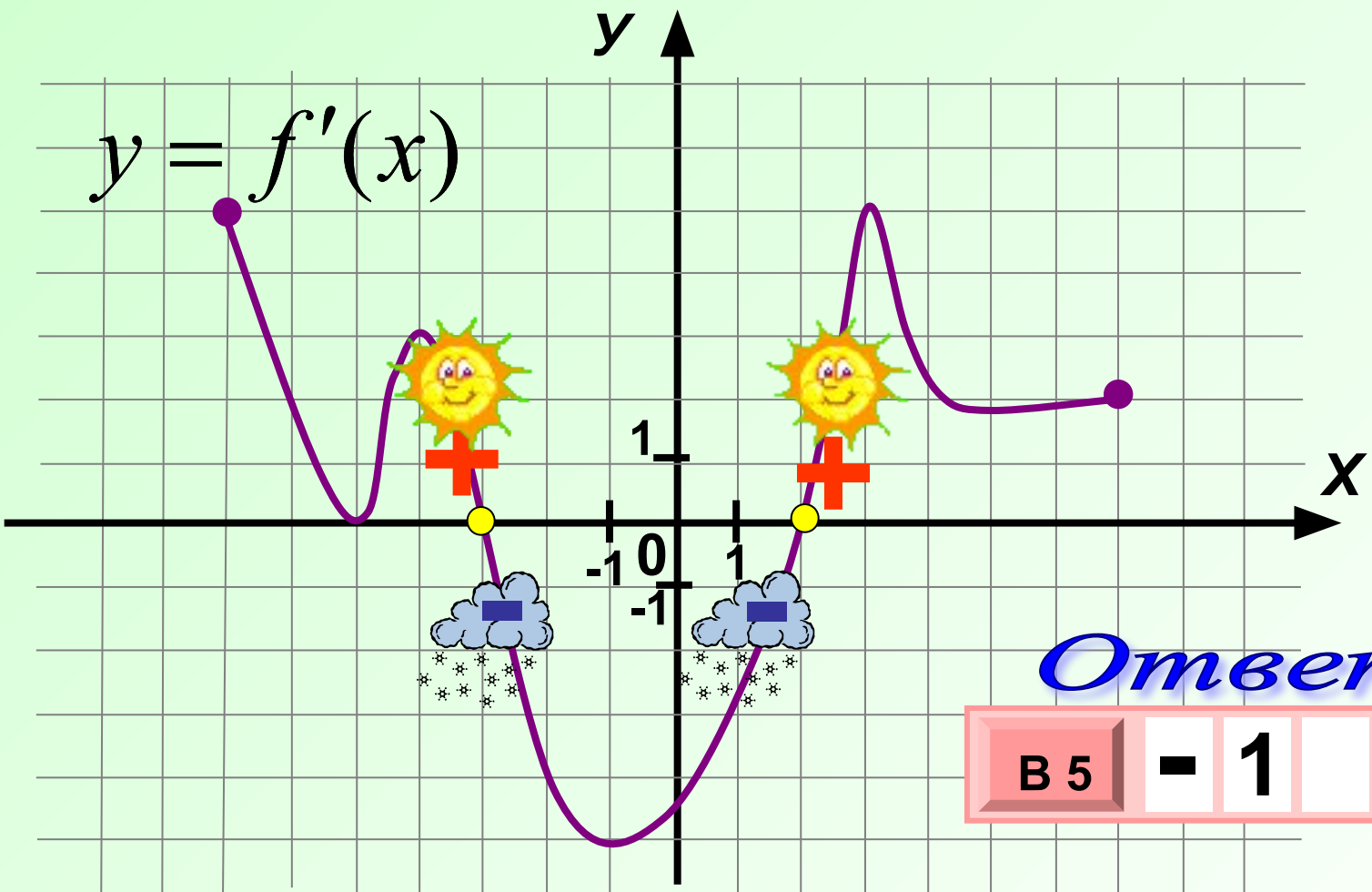
*Ответ:*

В 5	-	6				
-----	---	---	--	--	--	--





**Задание №18:** По графику производной функции определите сумму абсцисс точек экстремумов функции  $y = f(x)$

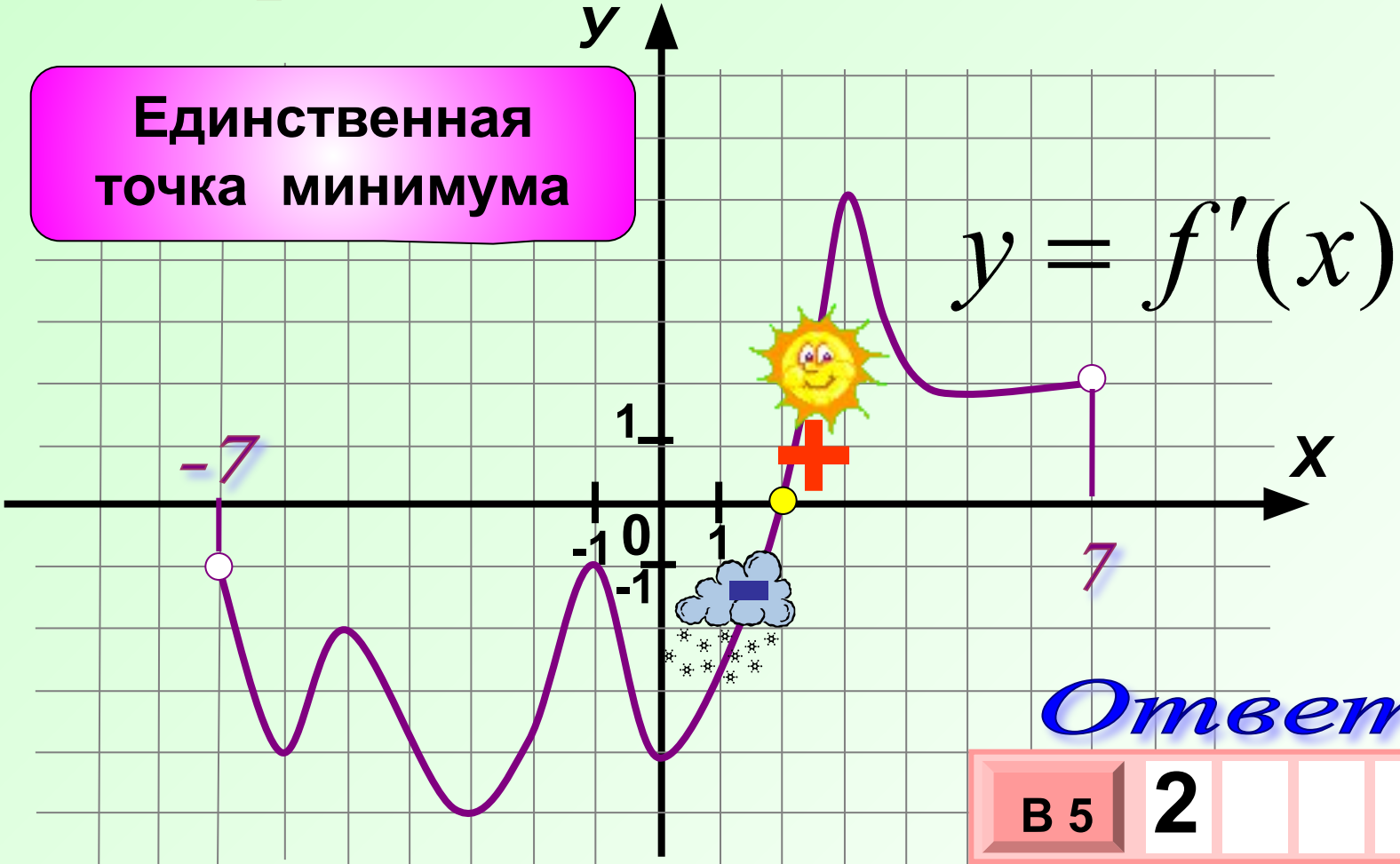


*Ответ:*

В 5	-	1				
-----	---	---	--	--	--	--

**Задание №19:** По графику производной функции определите значение  $x$ , при котором функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение на отрезке  $[-7; 7]$

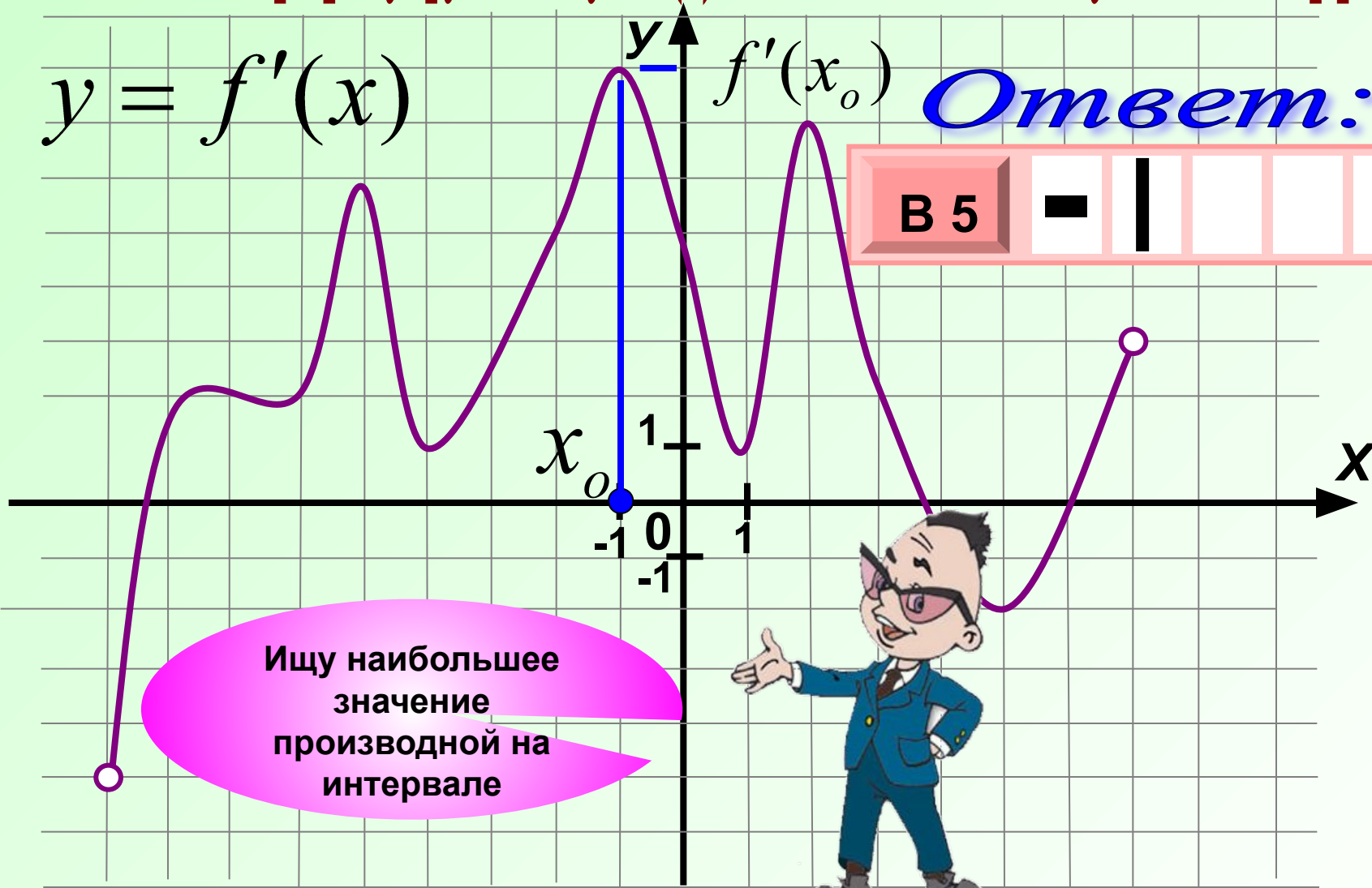
Единственная точка минимума



Ответ:

Задание №20 Укажите абсциссу точки, в которой

касательная к графику функции  $y = f(x)$  имеет наибольший угловой коэффициент



Ответ:

В 5	-					
-----	---	--	--	--	--	--

Ищу наибольшее значение производной на интервале