«Свои способности человек может узнать, только попытавшись приложить их.»

Сенека Младший


«Свои способности
человек может узнат
только попытавшис
приложить их.»

Цели урока:

- ***Образовательные:*** находить первообразные функции разного уровня, вычислять интеграл, проверить уровень обладания учащимися изученного материала по данной теме.
- ***Развивающая:*** развивать мыслительную деятельность учащихся, основанную на операциях анализа, сравнениях, обобщения, систематизации и способность учащихся реализовать полученные знания при выполнении заданий различного уровня;
- ***Воспитательная:*** формировать мировоззренческие взгляды учащихся, воспитывать ответственность за полученный результат, чувство успеха, взаимоответственности и самоутверждения, самоанализа, самооценки.

Знать:

- Определение первообразной;
- Первообразная определяется неоднозначно.
- Определение криволинейной трапеции.
- Алгоритм вычисления её площади.

Уметь:

- Находить первообразные функций.
- Находить криволинейные трапеции.
- Находить площади фигур.

Взаимно-обратные операции в математике

Прямая	Обратная
x^2 Возведение в квадрат	$\sqrt{x}$ Извлечение из корня
$\sin\alpha = a$ Синус угла	$\arcsin a = \alpha \quad a \in [-1;1]$ Арксинус числа
$(x^n)' = nx^{n-1}$ Дифференцирование	$\int nx^{n-1}dx = x^n + C$ Интегрирование

Первообразная

- Функция F(x) называется **первообразной** для функции f(x) на данном промежутке, если для любого x из этого промежутка F’(x) = f(x).

Неоднозначность первообразной

$$f(x) = 2x \nearrow F_1(x) = x^2 \longrightarrow F_1'(x) = 2x$$

$$f(x) = 2x \rightarrow F_2(x) = x^2 + 1 \longrightarrow F_2'(x) = 2x$$

$$f(x) = 2x \searrow F_3(x) = x^2 + 5 \longrightarrow F_3'(x) = 2x$$

$y = f(x)$ имеет бесконечно много первообразных вида $y = F(x)+C$, *где* C - произвольное число

- Правило 1

  Первообразная суммы равна сумме первообразных.
- Правило 2

  Если $F(x)$-первообразная для $f(x)$, то $kF(x)$- первообразная для $kf(x)$
- Правило 3

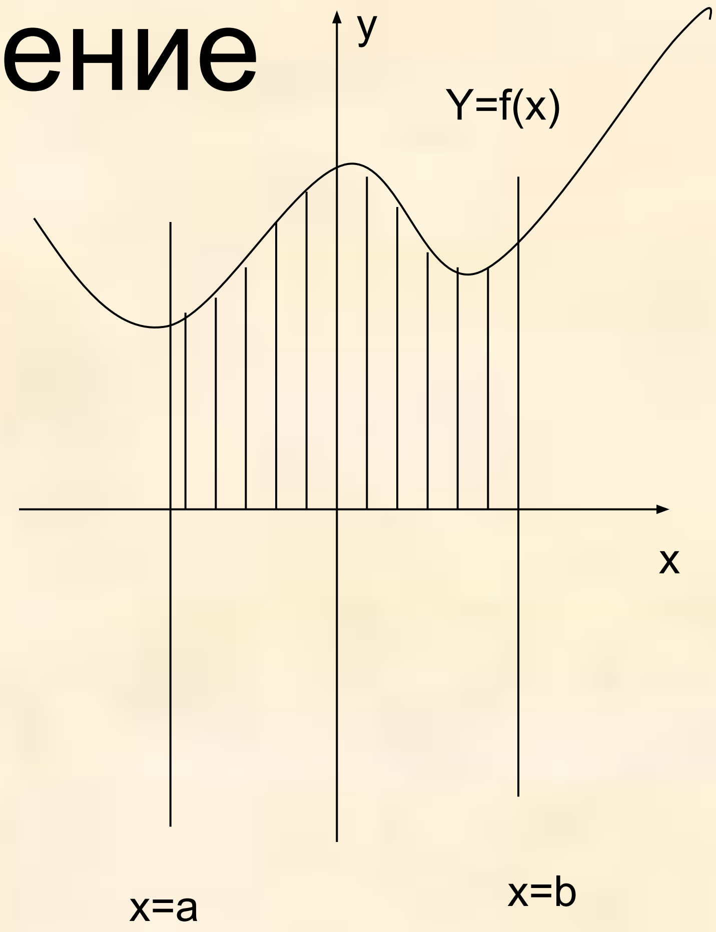
  Если $y=F(x)$- первообразная для функции $y=f(x)$, то первообразной для функции $y=f(kx+m)$ служит функция $y=1/kF(kx+m)$

  Таблица первообразных

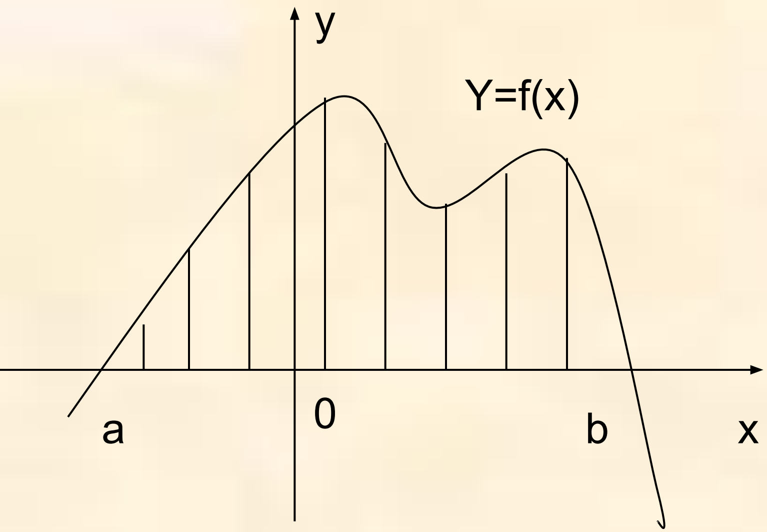

Правило 1
Первообразная суммы равна сумме первообразных.
Правило 2
Если F(x)-первообразная для f(x), то kF(x)-первообразная для kf(x)
Правило 3
Если y=F(x)- первообразная для функции y=f(x), то первообразной для функции y=f(kx+m) служит функция y=1/kF(kx+m)
Таблица первообразных

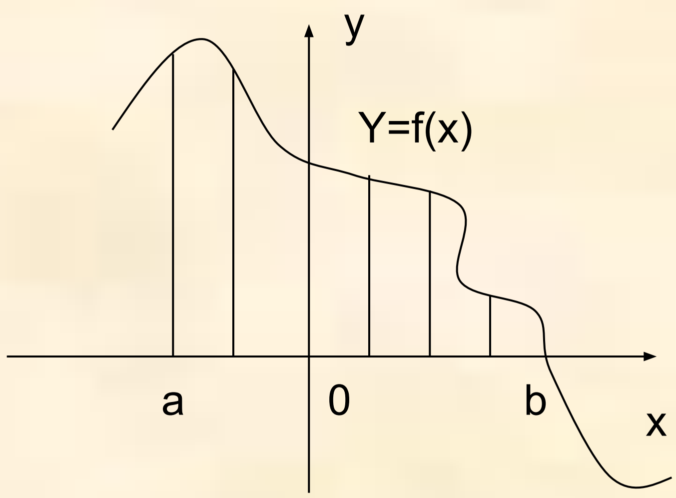
Определение

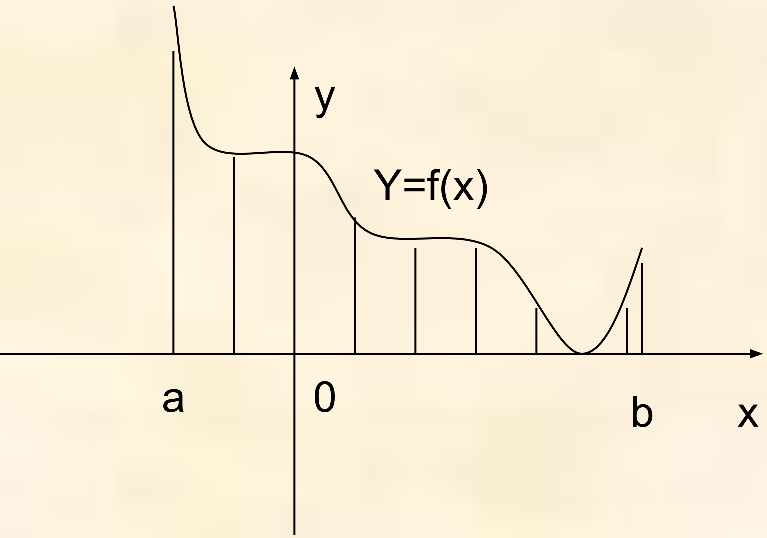
- Пусть на отрезке **[a;b]** оси **Ox** задана непрерывная функция **f(x)**, не меняющей на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком **[a;b]** и прямыми **x = a** и **x=b**, называют к р и в о л и н е й н о й т р а п е ц и е й.

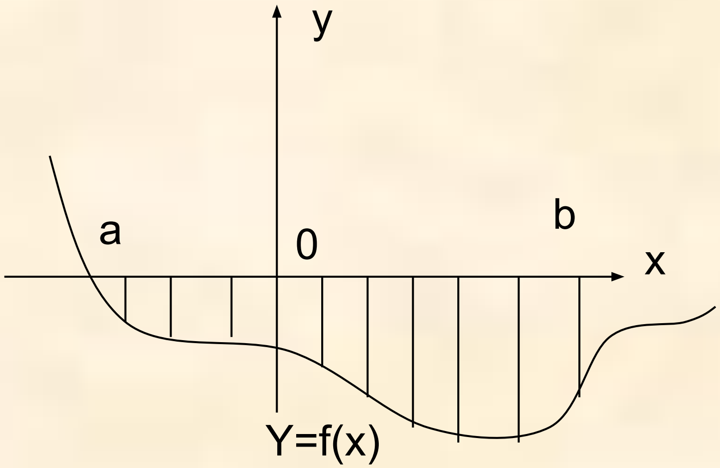


Примеры









Связь между определенным интегралом и первообразной

(Формула Ньютона - Лейбница)

- Для непрерывной функции

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

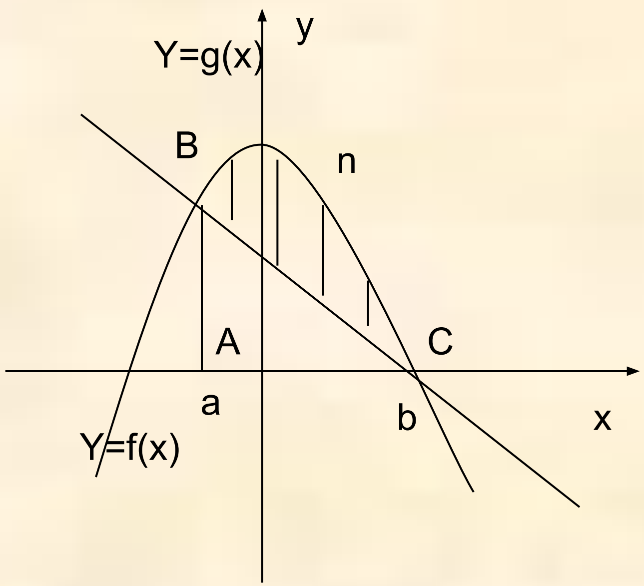
где F(x) – первообразная функции f(x).


Связь между определенным
интегралом и первообразной
(Формула Ньютона - Лейбница)
• Для непрерывной функции
$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\,\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$
где F(x) – первообразная функции f(x).

Алгоритм нахождения площади фигуры

Задача: **Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями y=f(x) и y=g(x).**

1. Строим график данных функций.



2. Найдём абсциссы точек их пересечения (границы интегрирования) из уравнения: **f(x)=g(x).**

Решаем его, находим **x1=a,x2=b**.

3. Выделяем фигуру, ограниченную данными линиями . Выясняем, является ли данная фигура криволинейной трапецией.

4. Ищем площадь данной фигуры:

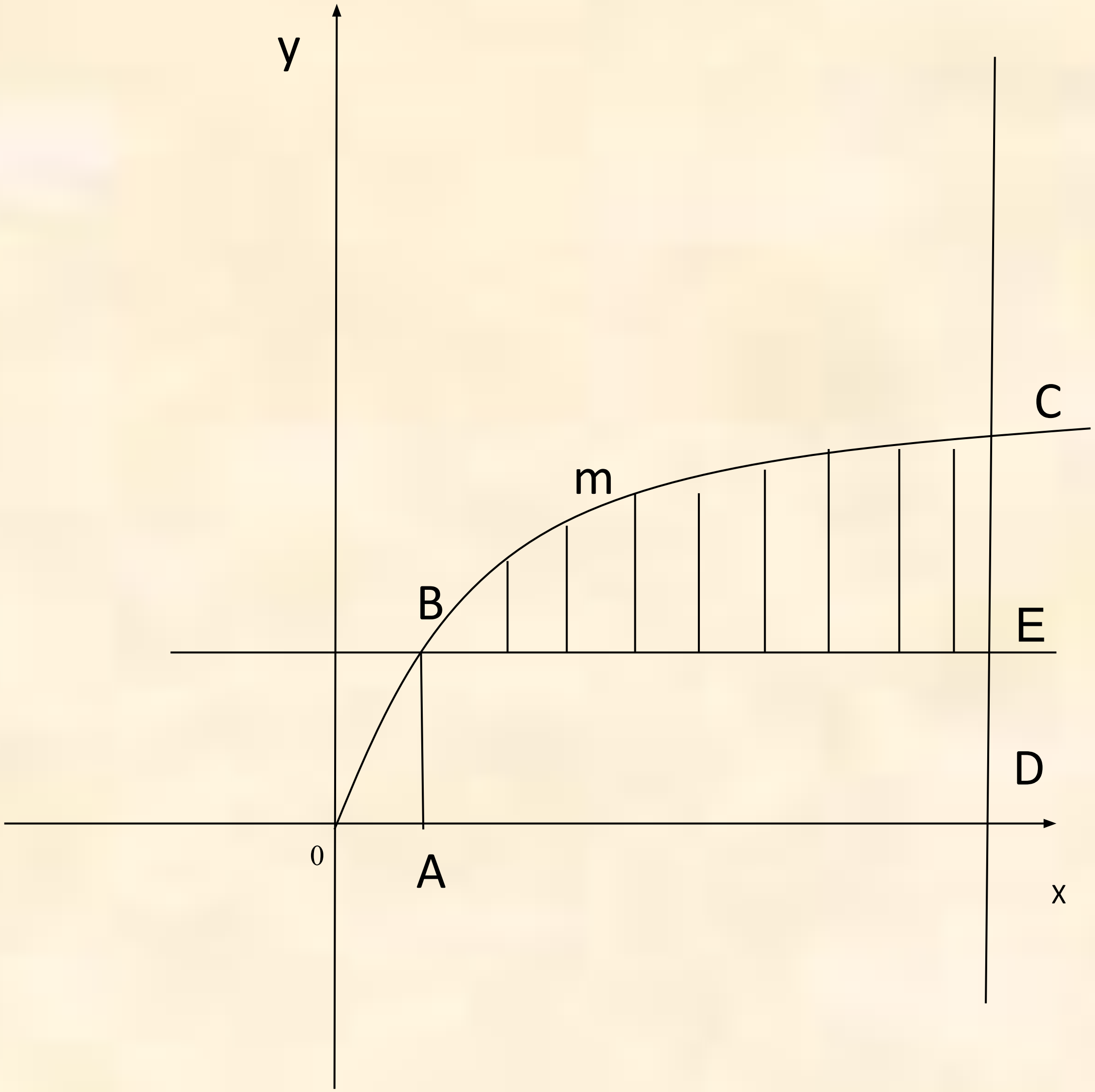
Площадь криволинейной трапеции находим по формуле Ньютона-Лейбница:

$$S_{фиг.} = S_{кр.трап.ABnC} - S_{ABC}$$

где F(x) – первообразная для f(x).

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$


y
x
x=0
y=0
v(t) – ?
t³ + t + C
C = 2

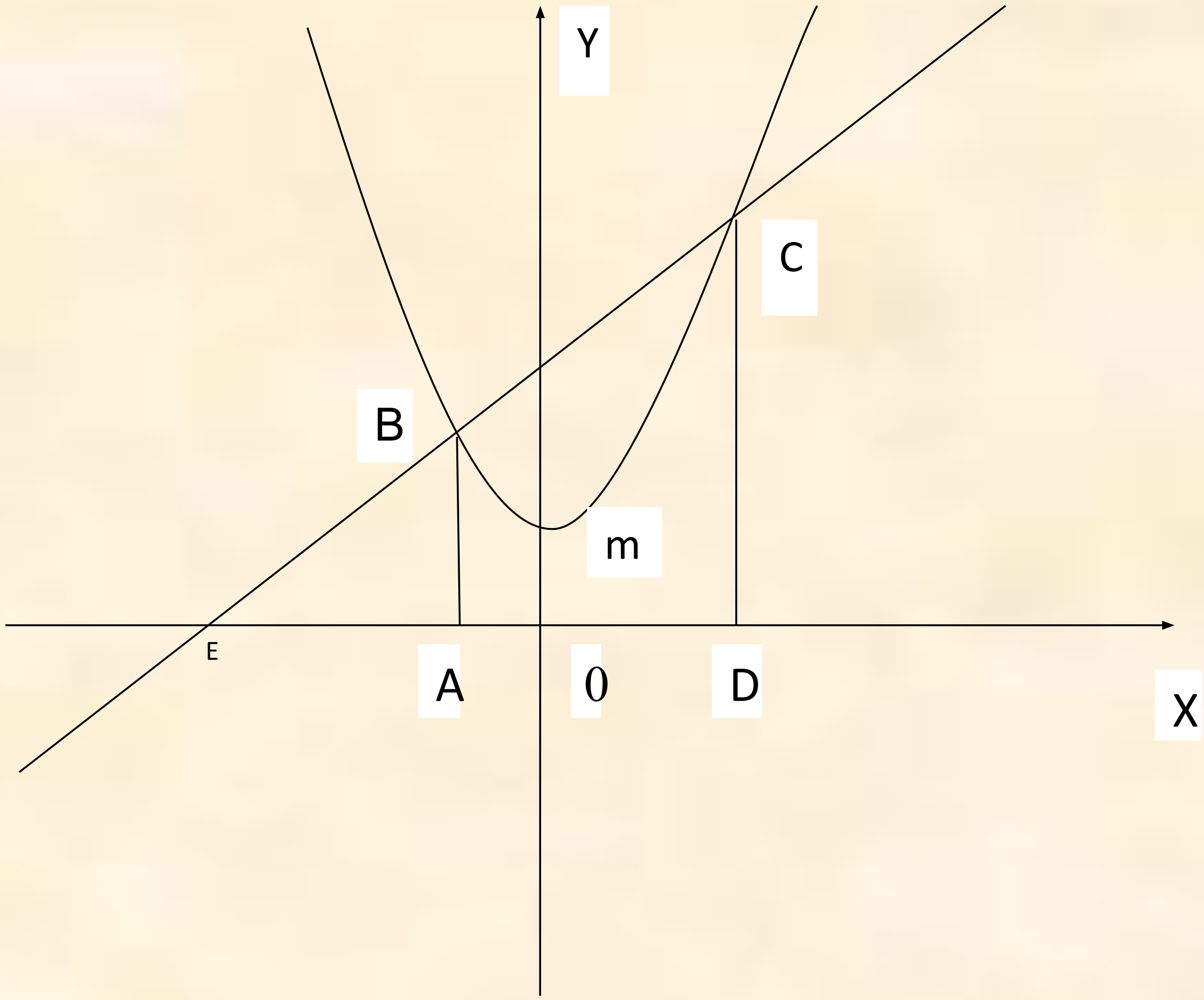


$a)S = S_{ABmCD} - S_{ABED}$

$б)S = S_{OBmCD} - S_{ABED}$

$в)S = S_{OBmCD} - S_{OBED}$


а)S = S_ABmCD − S_ABED
б)S = S_OBmCD − S_ABED
в)S = S_OBmCD − S_OBED
ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ
ЦИЛИНДР
КОНУС
УСЕЧЕННЫЙ КОНУС
ШАР
D – диаметр
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ
ТРИГОНОМЕТРИИ
sin²α + cos²α = 1
ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ
ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА
ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ
ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ В СУММЫ

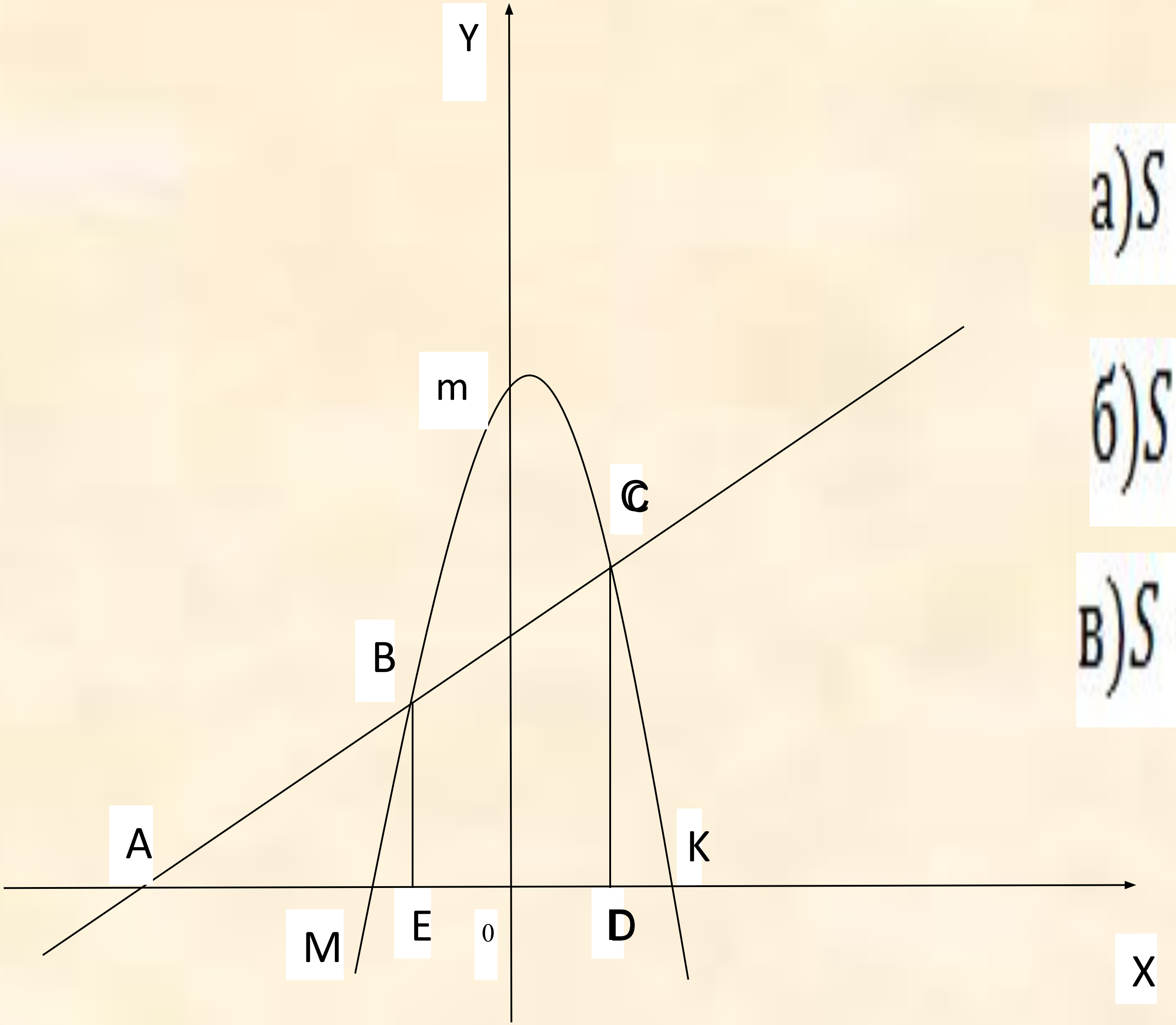


а) $S = S_{ABmCD} - S_{ABCD}$

б) $S = S_{ABCD} - S_{ABmCD}$

в) $S = S_{EBCD} - S_{ABmCD}$

Решение:
y = 8/x²
y = x
C
D
K
0
x
y



$$а)S = S_{MBmCK} - S_{MBCK};$$

$$б)S = S_{EBmCD} - S_{EBCD};$$

$$в)S = S_{MBmCD} - S_{EBCD}.$$

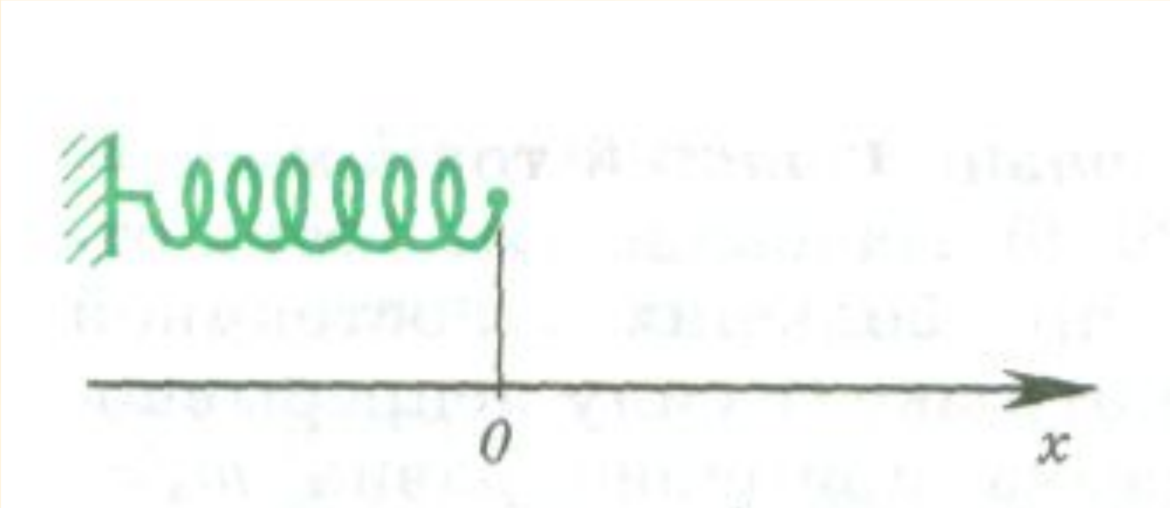
Прирост численности популяции.

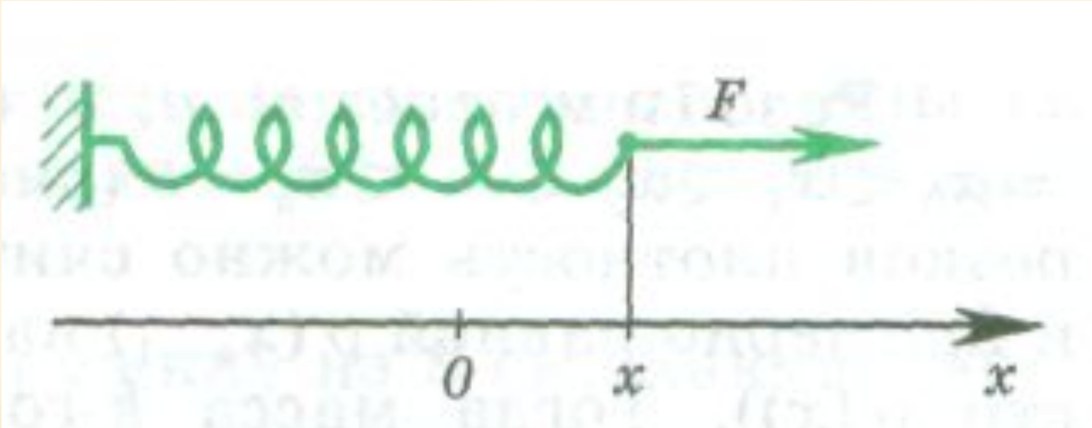
N(t) прирост численности за промежуток времени от t_0 до T, v(t) – скорость роста некоторой популяции.

$$N(t) = \int_{t_0}^{T} v(t)dt$$

интеграл от скорости

по интервалу времени ее размножения.

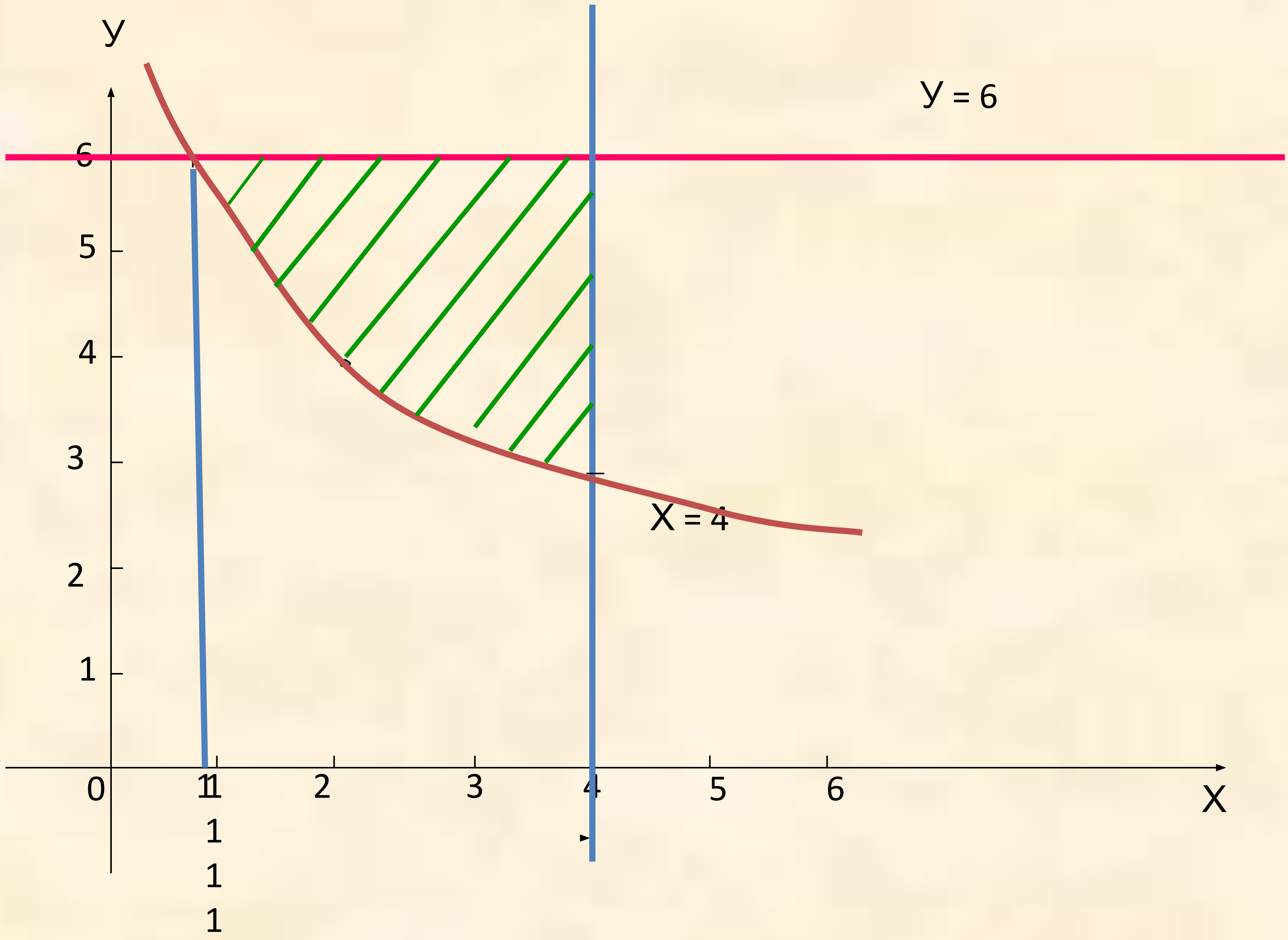

0
x


F
0
x
x

Задача:

Перед зданием школы решено разбить клумбу. Но по форме клумба не должна быть круглой, квадратной или прямоугольной.
Она должна содержать в себе прямые и кривые линии.
Пусть она будет плоской фигурой, ограниченной линиями $Y=4/X+2$; $X=4$; $Y=6$. Необходима еще подсчитать сколько денег можно получить за вскапывания этой клумбы, если за каждый $м^2$ выплачивают 50 руб…?

Построим график и выделим искомую площадь:



2. Найдем пределы интегрирования:

y=4 - по условию,

y=4/x+4 и y=6,

следовательно 4/x+2=6;

4/x=4

x = 1

3. Вычислим площадь полученной фигуры с помощью интеграла:

$$S=\int_{1}^{4}(6-4/x-2)dx=\int_{1}^{4}(4-4/x)dx=(4x-4\ln|x|)\Big|_{1}^{4}=$$

$$16-4\ln4-4+4\ln1=12-4\ln4\approx 6{,}4(м^2)$$

$6{,}4 \cdot 50 = 320$(руб.) - заработок.

СОХРАНИТЕ СЕБЯ В НЕУСТРОЕННОМ МИРЕ:

НИЧЕГО, ЧТО НЕ ВЫБИЛИСЬ ВЫ В КОРОЛИ.

СОХРАНИТЕ СЕБЯ, ЕСЛИ ВАС УРОНИЛИ.

СОХРАНИТЕ СЕБЯ, ЕСЛИ ВАС ВОЗНЕСЛИ.

СОХРАНИТЕ СЕБЯ: СВОЁ СЕРДЦЕ И СЛОВО-

В ЭТОМ МИРЕ ДРУГОГО НЕ БУДЕТ В СУДЬБЕ,