

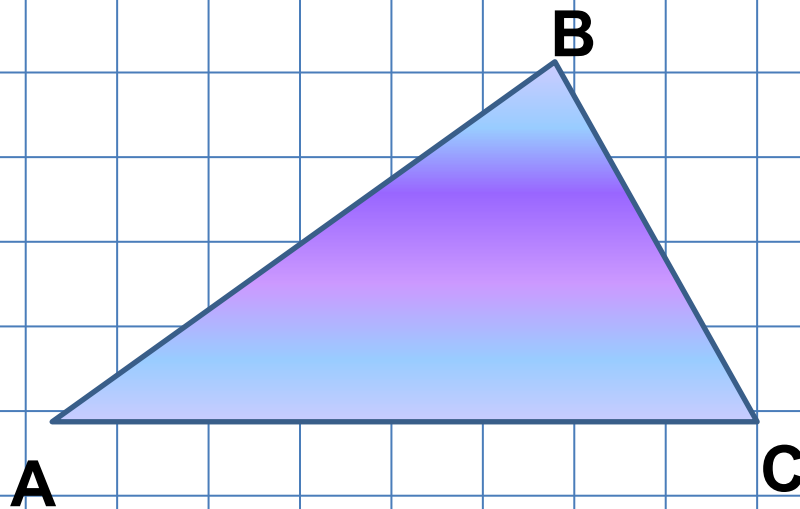
# Теорема Косинусов

# Цели урока

- Найти способ находить стороны и углы треугольников по трем известным элементам
- Доказать теорему косинусов

# Теорема косинусов

- Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle A$$

# Запишите теорему косинусов для треугольников:

- $\triangle ABC$   
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$   
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \angle B$   
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle A$

- $\triangle VXR$

- $\triangle POH$

- $\triangle UTR$

# Выразим косинус угла из теоремы косинусов

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$$

$$2AC \cdot BC \cos \angle C = AC^2 + BC^2 - AB^2$$

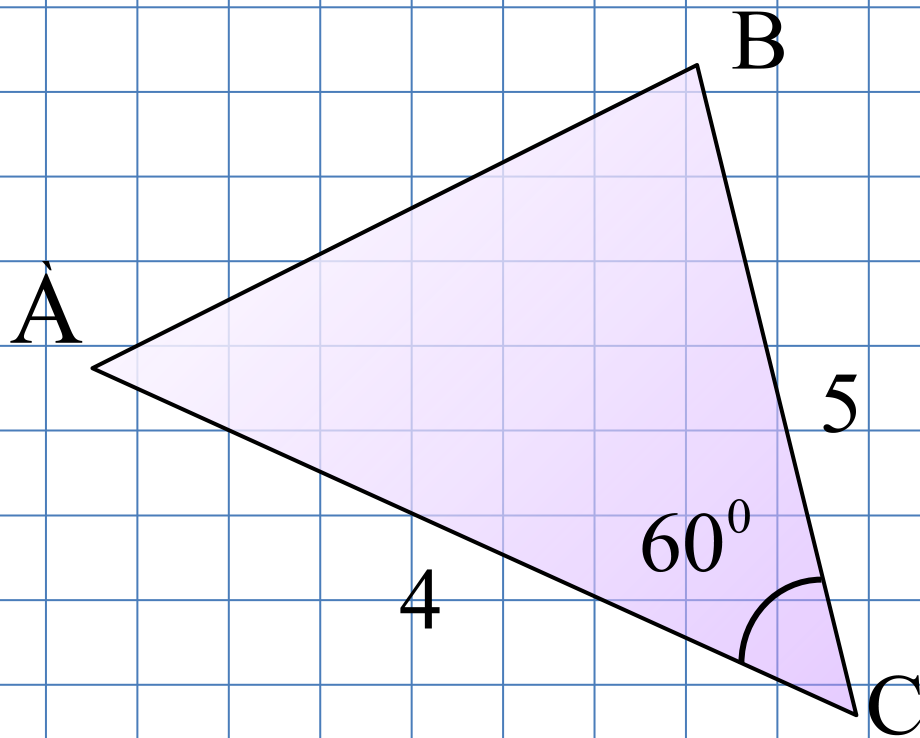
$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

Что можно находить по этой формуле?

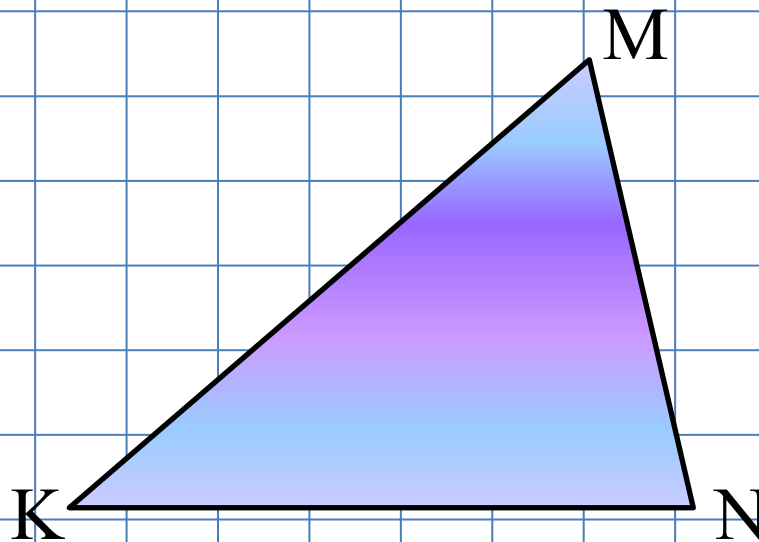
$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

**угол (или косинус угла) треугольника по трем известным сторонам**

**Какую задачу можно решать, используя теорему косинусов?**



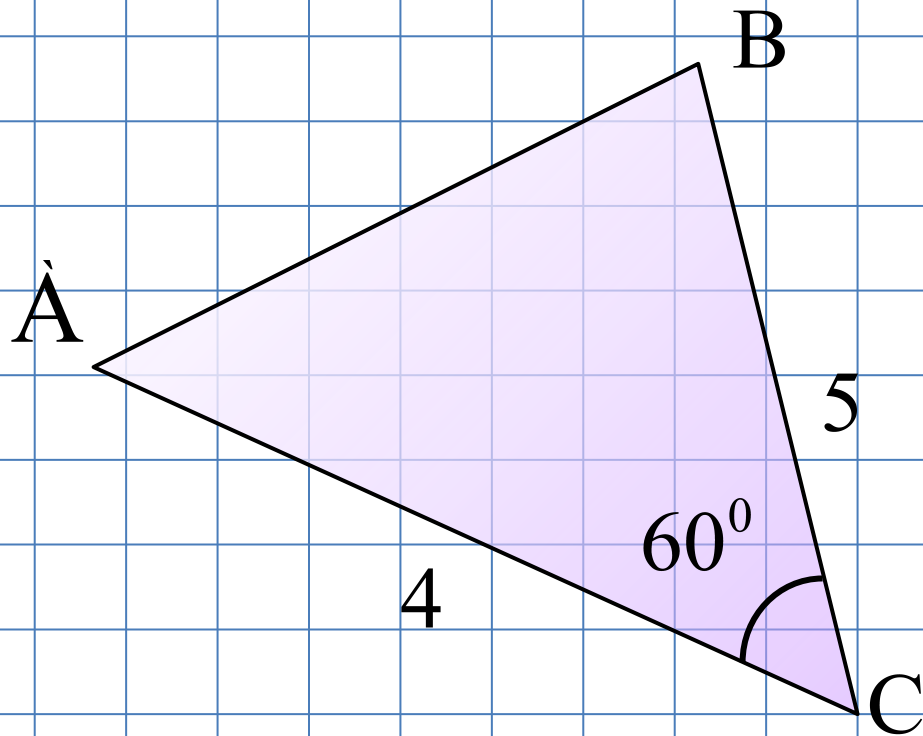
**Какое количество элементов должно быть известно, чтобы задача была решена?**



- **Запишите теорему косинусов для вычисления стороны МК:**

$$MK^2 = NM^2 + NK^2 - 2NM \cdot NK \cos N$$





$$AB = 5, AC = 4$$

$$\angle ACB = 60^\circ$$

---

$$AB = ?$$

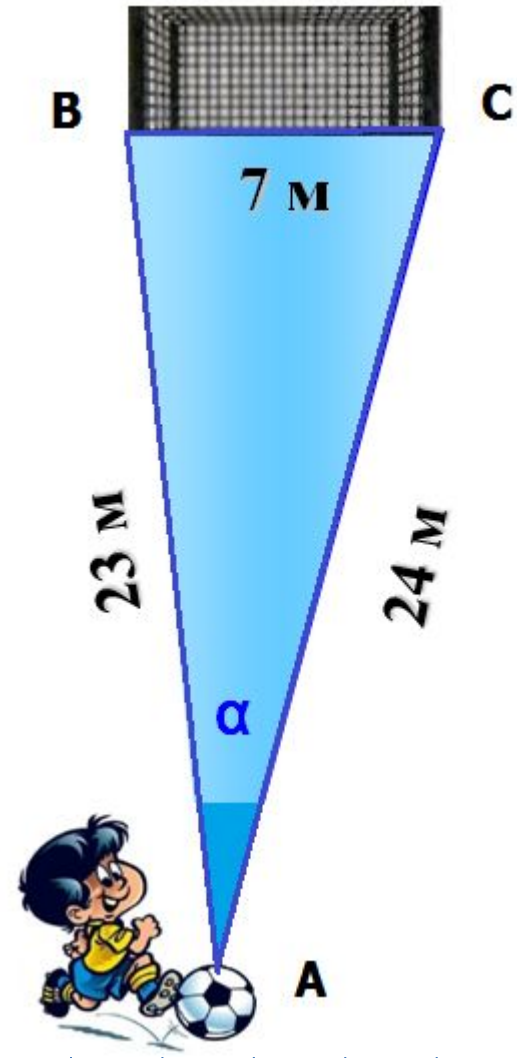
**Ответ:**

$$AB = \sqrt{21}$$

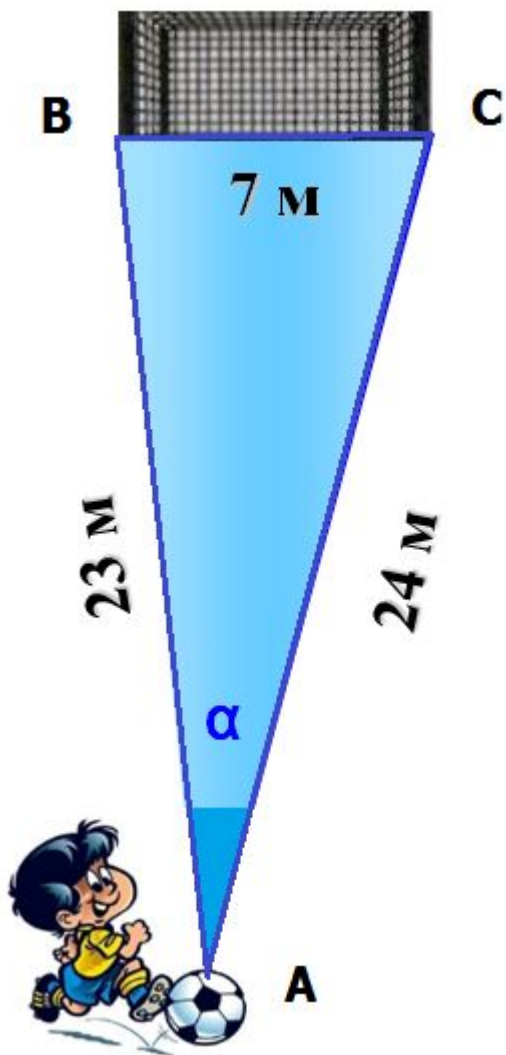
## Задача о футболисте.

Футбольный мяч находится в точке А футбольного поля на расстояниях 23 м и 24 м от оснований В и С стоек ворот.

Футболист направляет мяч в ворота. Найдите угол  $\alpha$  попадания мяча в ворота, если ширина ворот равна 7 м.



## Математическая модель задачи



найдем угол **A**, равный **α**.

По теореме косинусов  
определим **cos A**

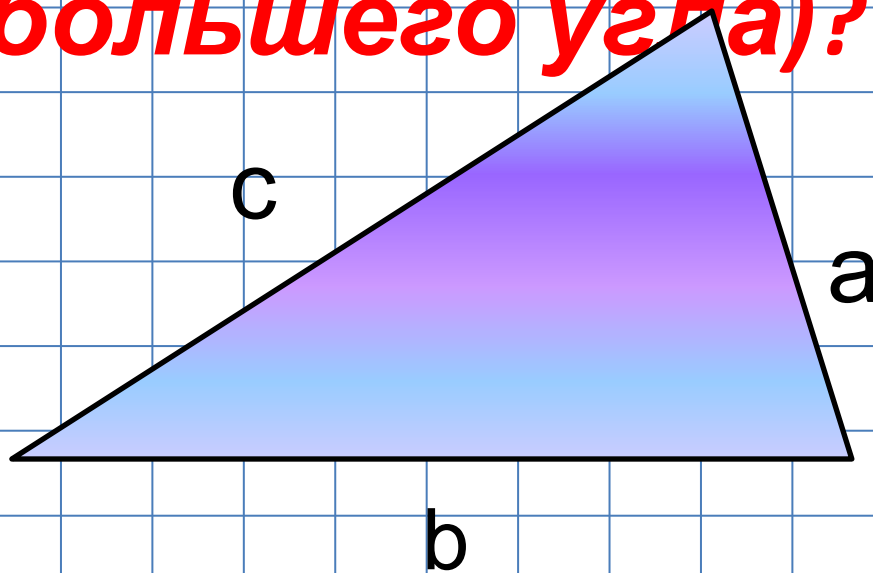
$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$$

Угол **α** находим по таблице:

$$\alpha \approx 16^\circ 57'$$

*Как можно ответить на  
вопрос:*

- **«Определить вид этого  
треугольника (без  
вычисления косинуса  
наибольшего угла)?»**



*Как можно ответить на вопрос:  
«Определить вид этого треугольника»  
без вычисления косинуса наибольшего  
угла?*

- Пусть  $c$  – наибольшая сторона
- если  $c^2 < a^2 + b^2$ , то треугольник **остроугольный**;
  - если  $c^2 = a^2 + b^2$ , то треугольник **прямоугольный**;
  - если  $c^2 > a^2 + b^2$ , то треугольник **тупоугольный**.

**Какие задачи можно  
решить с помощью  
теоремы косинусов?**

- **находить длину третьей стороны по известным двум другим и углу между ними;**
- **определять угол (косинус угла) треугольника по трем известным сторонам**
- **определять вид треугольника по трем известным сторонам**