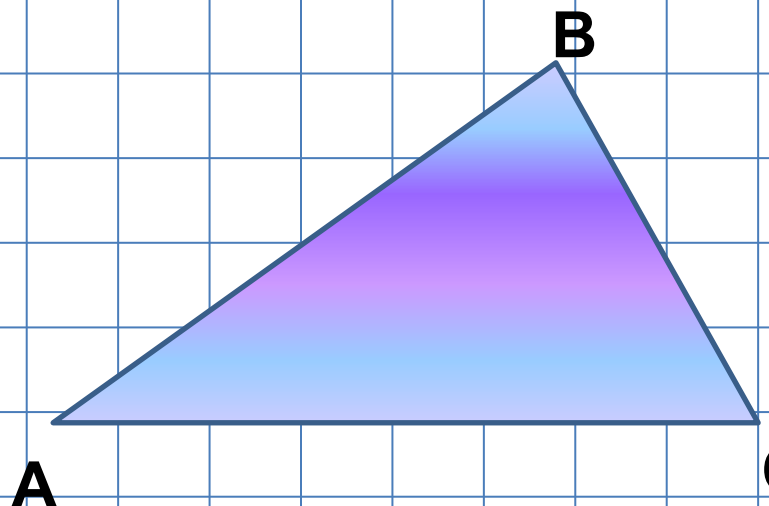
Теорема Косинусов

Цели урока

- Найти способ находить стороны и углы треугольников по трем известным элементам
- Доказать теорему косинусов

Теорема косинусов

- **Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.**



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle A$$

Запишите теорему косинусов для треугольников:

- $\triangle ABC$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \angle B$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle A$$

- $\triangle VXR$
- $\triangle POH$
- $\triangle UTR$

Выразим косинус угла из теоремы косинусов

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$$

$$2AC \cdot BC \cos \angle C = AC^2 + BC^2 - AB^2$$

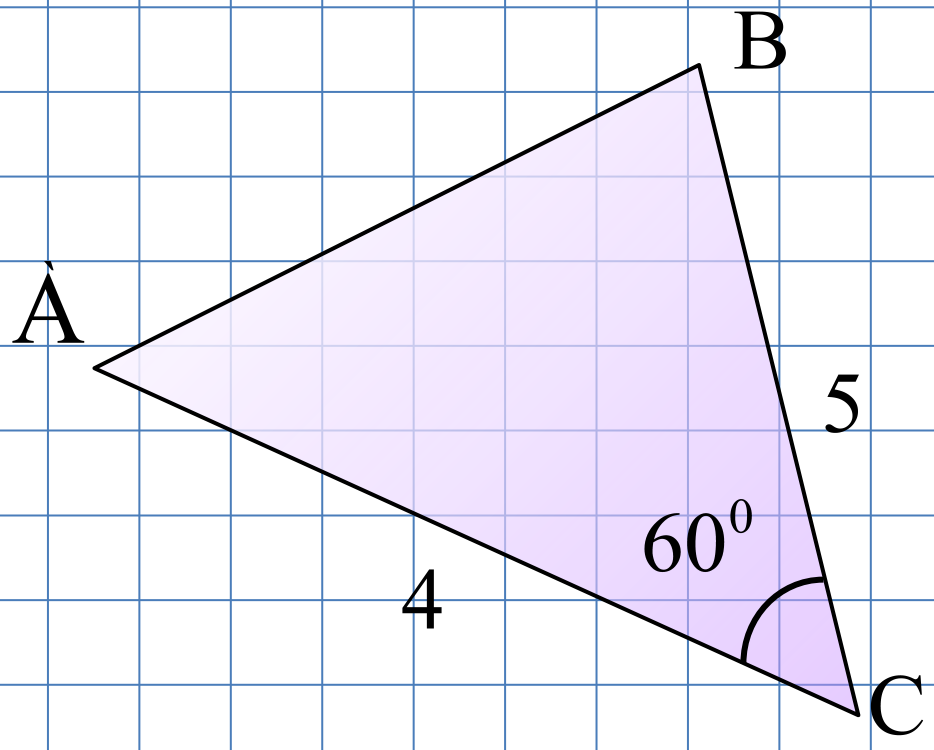
$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AC^2}{2AC \cdot BC}$$

Что можно находить по этой формуле?

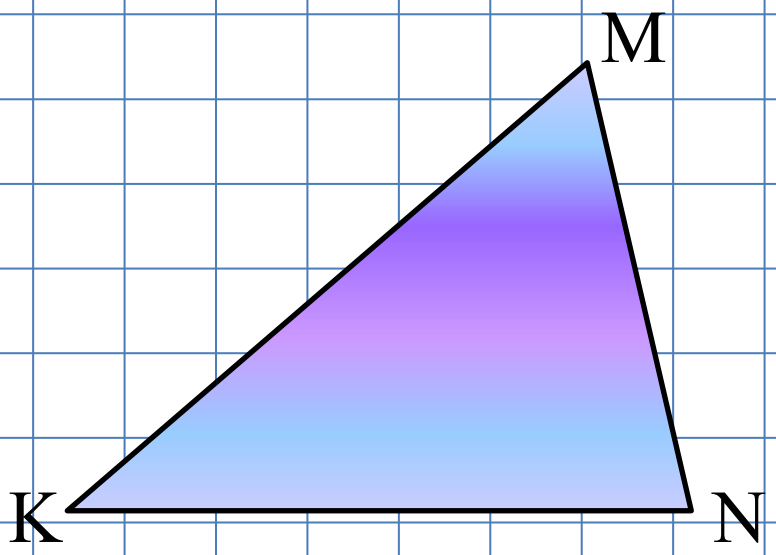
$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AC^2}{2AC \cdot BC}$$

угол (<u>или</u> косинус угла) треугольника по трем известным сторонам

Какую задачу можно решать, используя теорему косинусов?

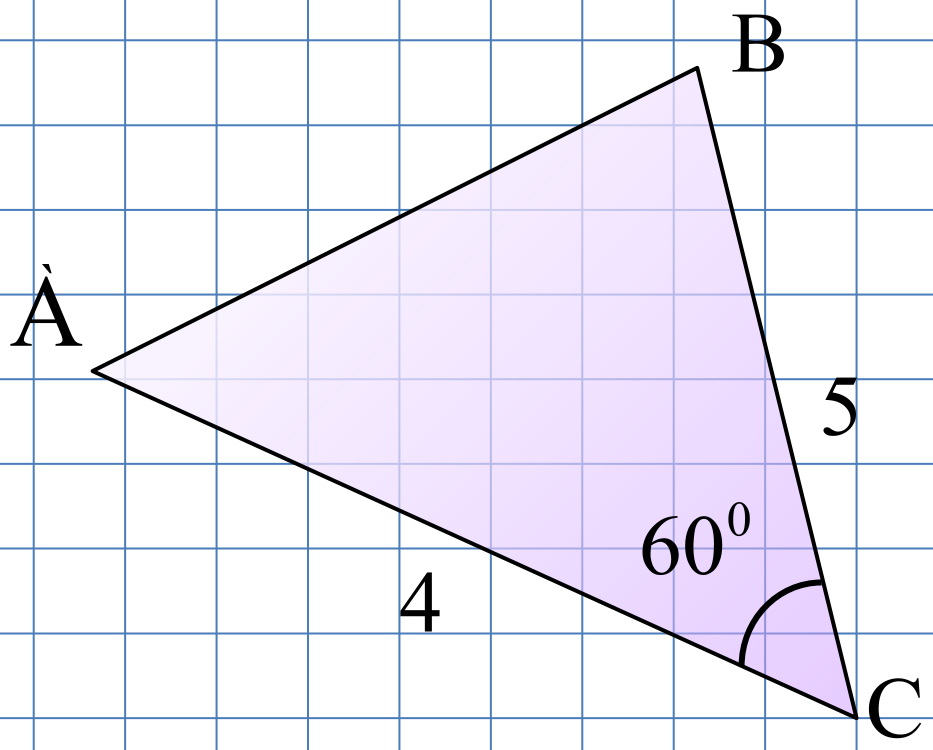


Какое количество элементов должно быть известно, чтобы задача была решена?



- **Запишите теорему косинусов для вычисления стороны МК:**

$$MK^2 = NM^2 + NK^2 - 2NM \cdot NK \cos N$$



$AB = 5, AC = 4$

$\angle ACB = 60^0$

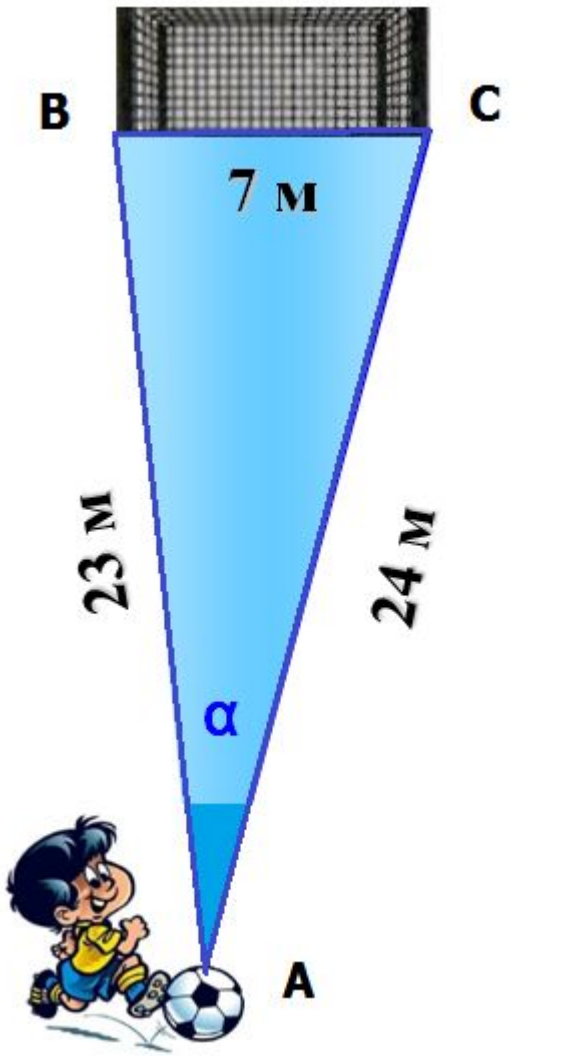
$AB - ?$

Ответ: $AB = \sqrt{21}$

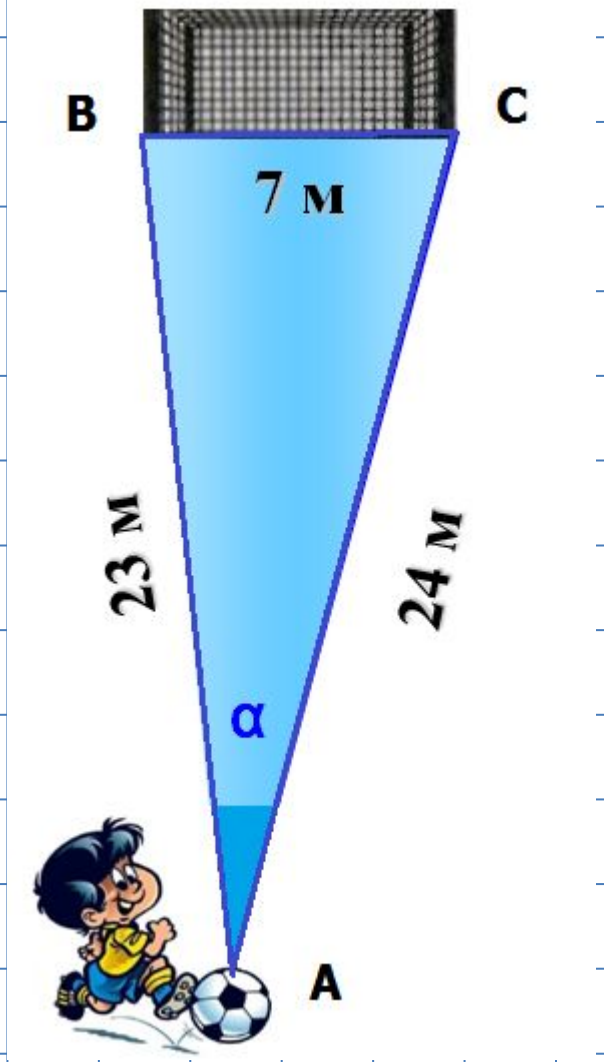
Задача о футболисте.

Футбольный мяч находится в точке А футбольного поля на расстояниях 23 м и 24 м от оснований В и С стоек ворот.

Футболист направляет мяч в ворота. Найдите угол α попадания мяча в ворота, если ширина ворот равна 7 м.



Математическая модель задачи



найдем угол A, равный α.

По теореме косинусов определим cos *A*

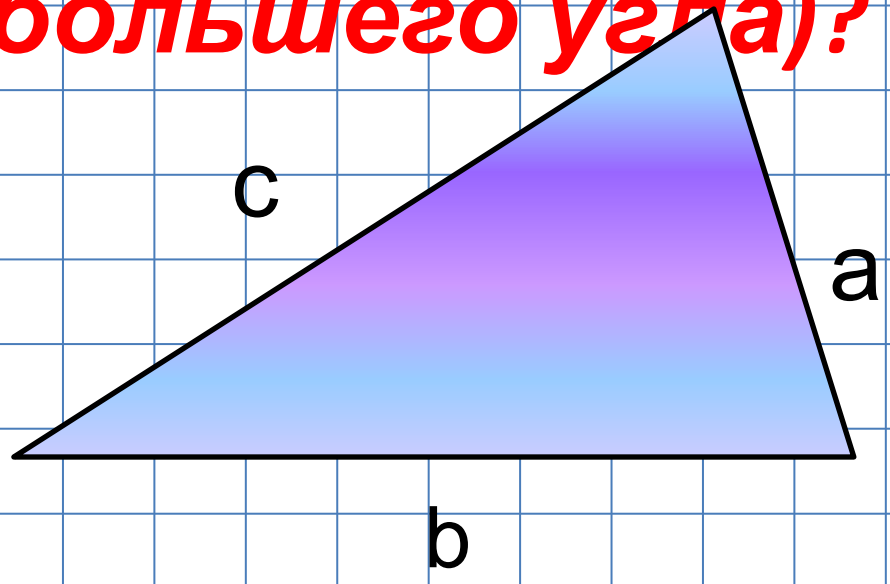
$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$$

Угол α находим по таблице:

$$\alpha \approx 16°57'$$

Как можно ответить на вопрос:

- **«Определить вид этого треугольника *(без вычисления косинуса наибольшего угла)*?**



Как можно ответить на вопрос:
«Определить вид этого треугольника»
без вычисления косинуса наибольшего угла?

Пусть с – наибольшая сторона

– если $c^2 < a^2 + b^2$, то треугольник **остроугольный;**

– если $c^2 = a^2 + b^2$, то треугольник **прямоугольный;**

– если $c^2 > a^2 + b^2$, то треугольник **тупоугольный.**

Какие задачи можно решить с помощью теоремы косинусов?

- находить длину третьей стороны по известным двум другим и углу между ними;
- определять угол (косинус угла) треугольника по трем известным сторонам
- определять вид треугольника по трем известным сторонам