

# Исследовательская работа по теме:

## «Линейная функция»

Выполнил:

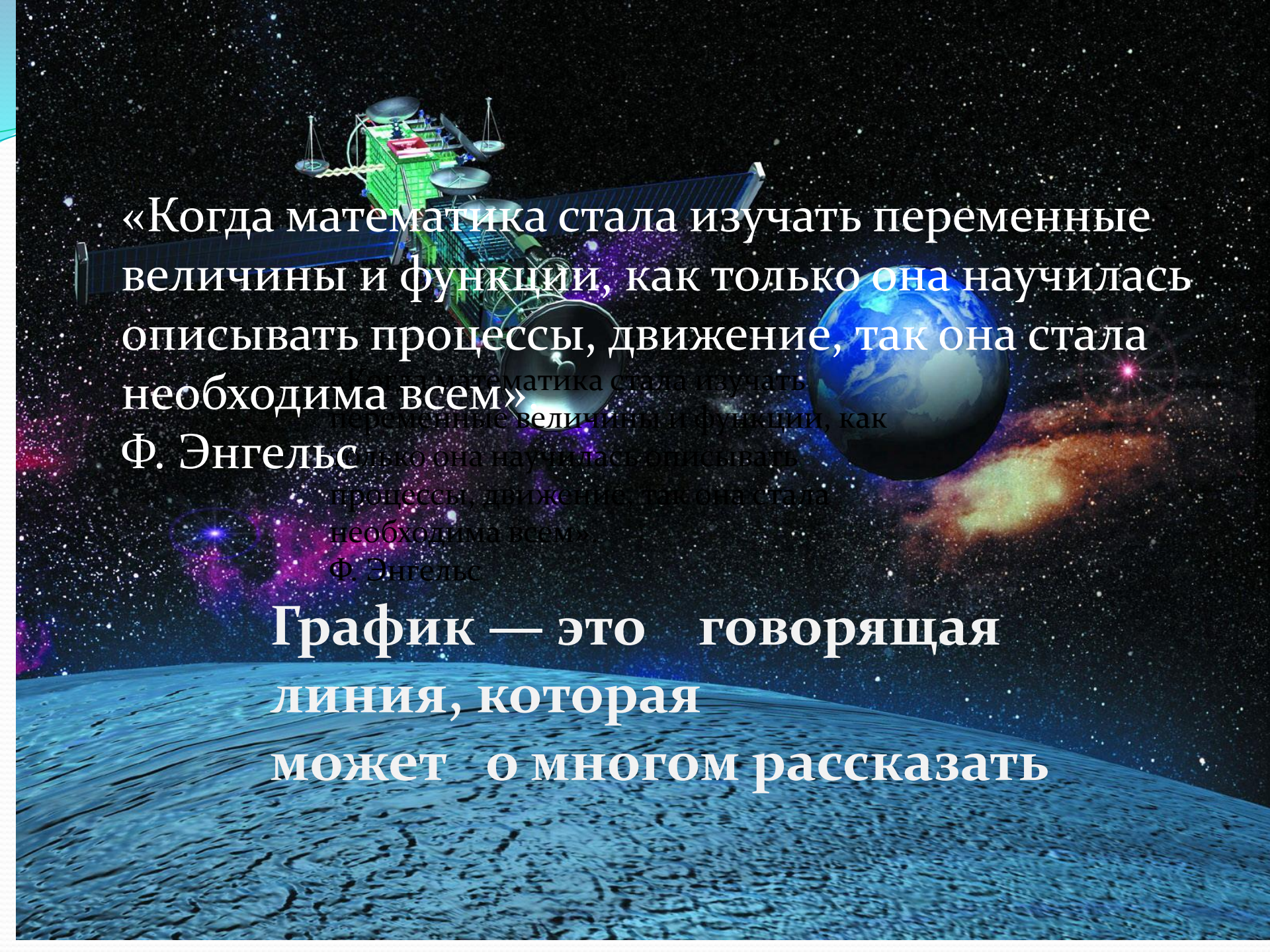
ученик 7класса

МБОУ « Мордовско-Паёвская СОШ»

**Сорокин Данила**

Руководитель:

учитель математики **Кадышкина Н.В.**



«Когда математика стала изучать переменные величины и функции, как только она научилась описывать процессы, движение, так она стала необходима всем»

Ф. Энгельс

График — это говорящая линия, которая может о многом рассказать

## **Цель работы:**

изучить как можно больше сведений,  
связанных с линейной функцией и её  
графиком для решения  
экзаменационных задач



## **Основные задачи:**

- расширить собственные знания о
- линейной функции;
- найти новые сведения о линейной функции и её свойствах из различных источников информации;
- научиться строить график линейной функции , содержащей модуль;
- провести отбор заданий из КИМ-ов

## **Актуальность:**

Линейная функция является начальным этапом работы с функциональными зависимостями.

Материала по данной теме в школьном курсе алгебры недостаточно, чтобы раскрыть все многообразие этого понятия и успешно выполнить задания на ОГЭ.

## **Методы исследования:**

работа с литературой, работа в сети  
Интернет,  
сбор информации,  
анализ, обобщение.



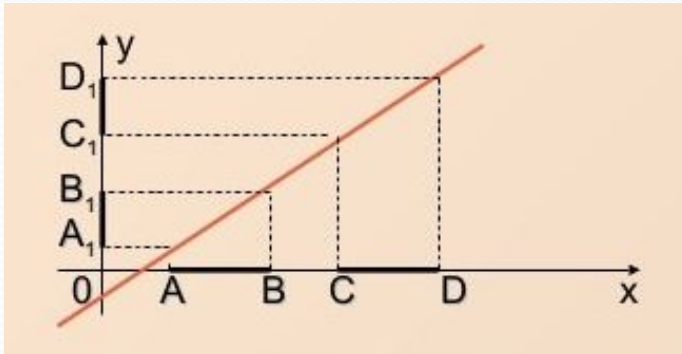
**Объект исследования:**

линейная функция, её свойства

**Предмет исследования:**

график линейной функции

**Линейная функция** – это функция вида  $y = kx + b$ , где  $x$  – независимая переменная, аргумент,  $y$  – функция,  $k$  и  $b$  – некоторые числа.



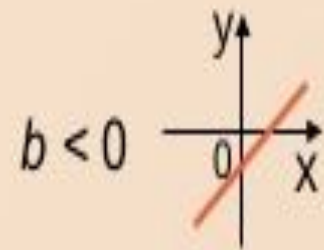
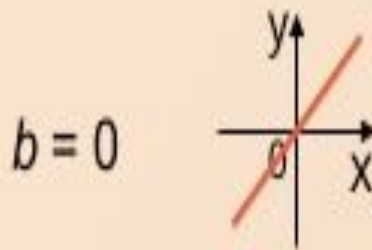
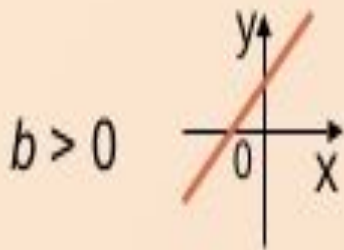
**Основное свойство линейной функции:** равным изменениям одной величины соответствуют равные изменения другой величины (приращение функции пропорционально приращению аргумента).

**Графиком линейной функции  $y = kx + b$  является прямая**

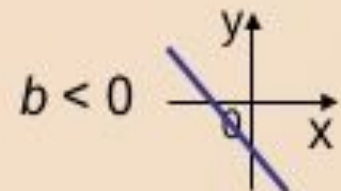
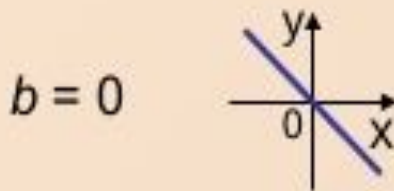
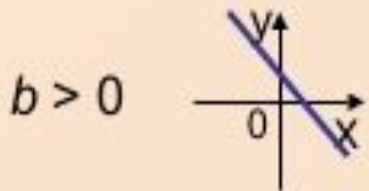


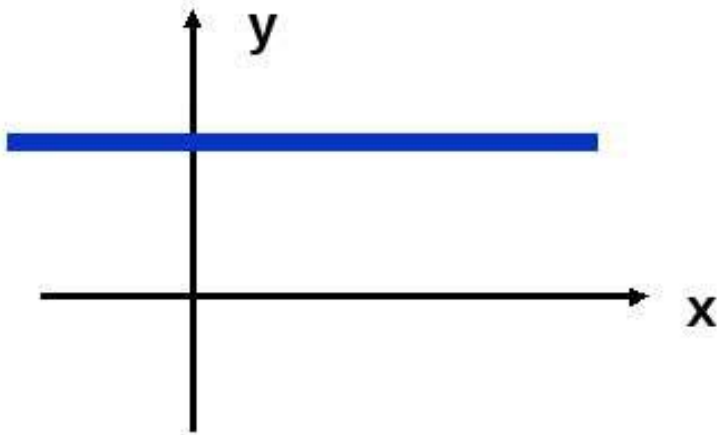
# Геометрический смысл коэффициентов

При  $k > 0$ , прямая образует острый угол с осью абсцисс

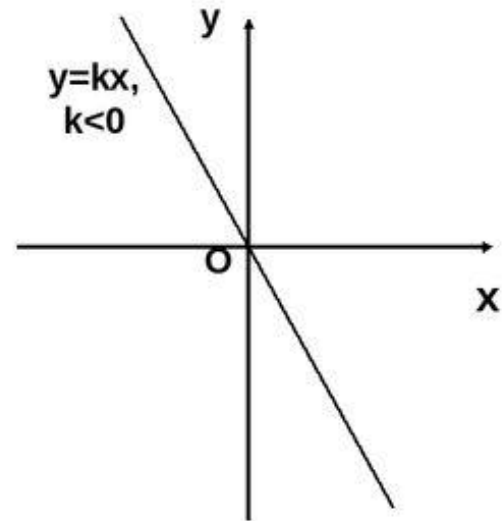
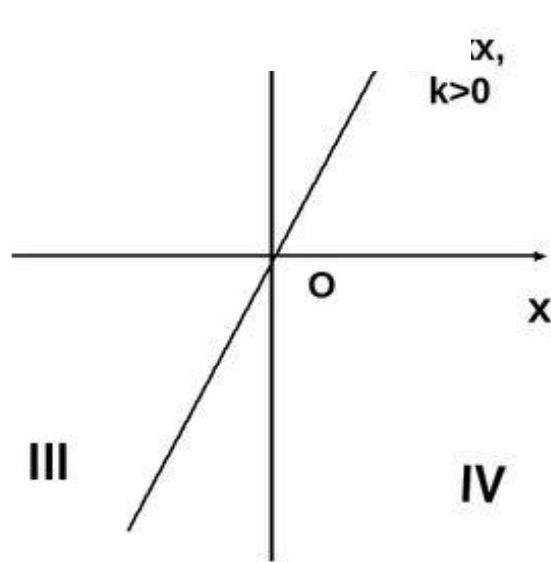


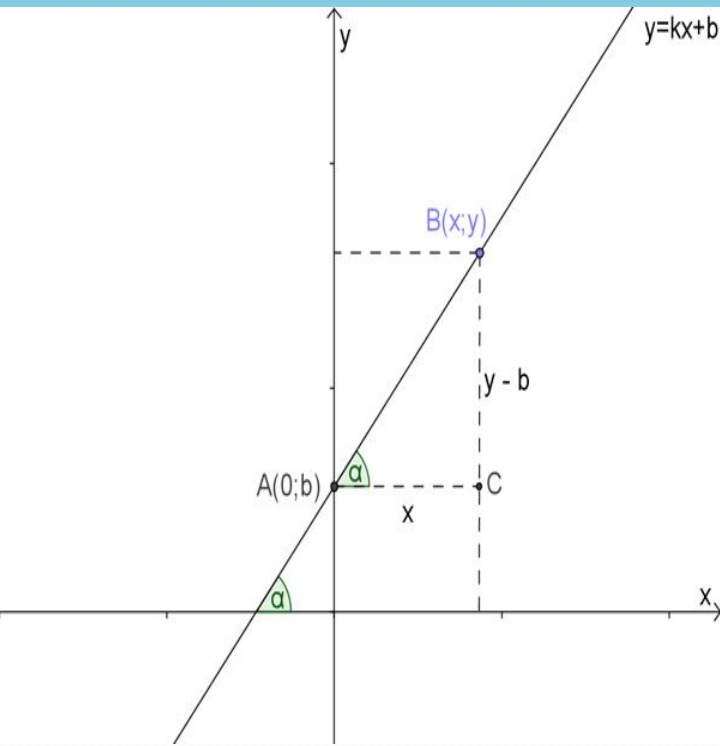
При  $k < 0$ , прямая образует тупой угол с осью абсцисс:





$$K=0, y = b, b>0$$

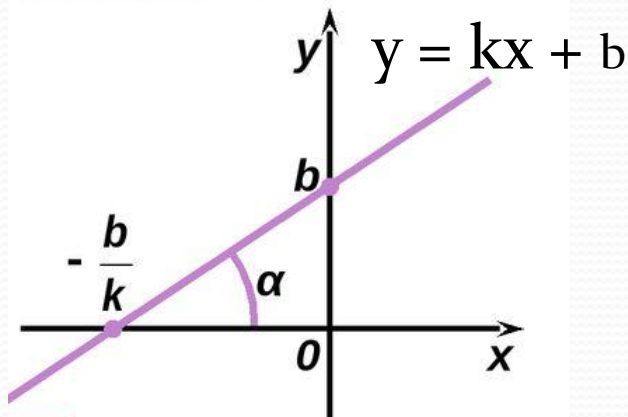




## Угловой коэффициент

прямой—

коэффициент  $k$  в уравнении прямой  $y = kx + b$  на координатной плоскости, численно равен тангенсу угла между положительным направлением оси абсцисс и данной прямой.



$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

## Свойства линейной функции: $y = kx + b$

1) Область определения линейной функции:  $D(y)$ :  $x$ -любое число;

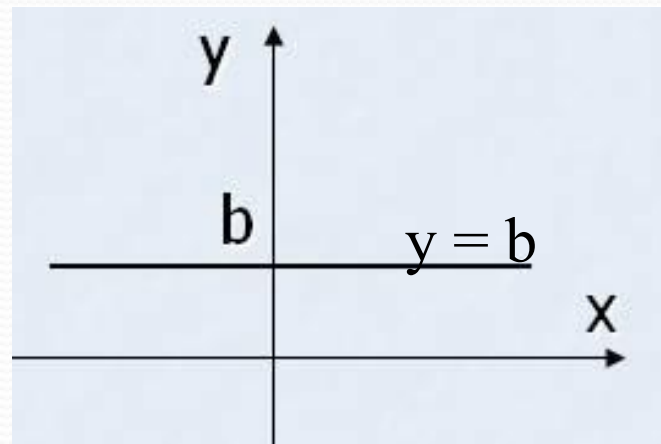
2) Область значений линейной функции:  $E(y)$ :

если  $k \neq 0$ , то  $y$ -любое,

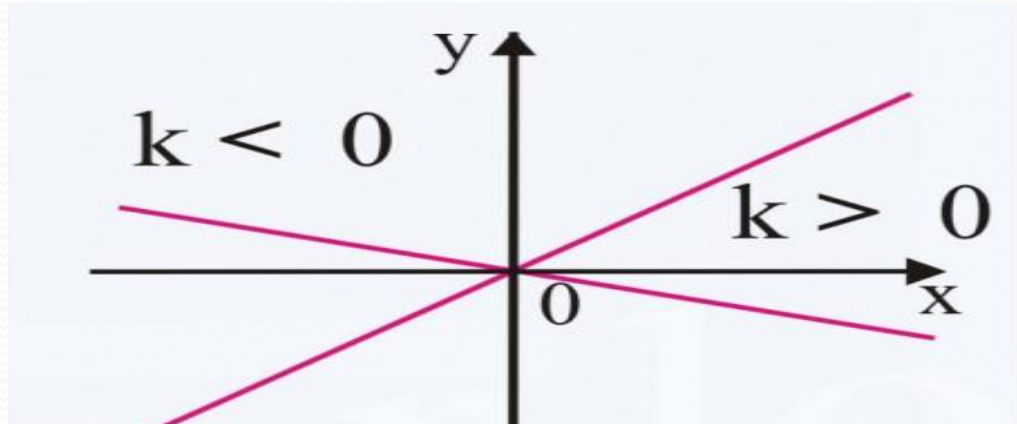
если  $k = 0$ , то область значений линейной функции состоит из числа  $b$ ;

3) Четность и нечетность линейной функции зависят от значений коэффициентов  $k$  и  $b$ .

а)  $b \neq 0$ ,  $k = 0$ , следовательно,  
 $y = b$  – четная;



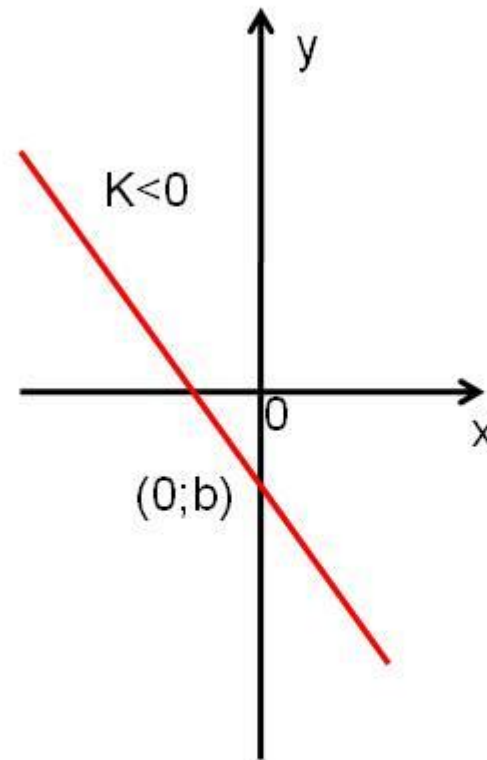
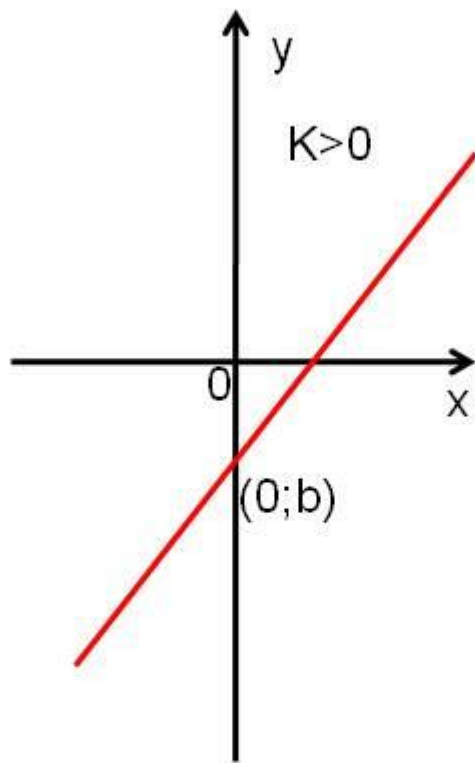
$b = 0, k \neq 0$ , следовательно  $y = kx$  – нечетная



$b = 0, k = 0$ , следовательно  $y = 0$  – как четная, так и нечетная функция.



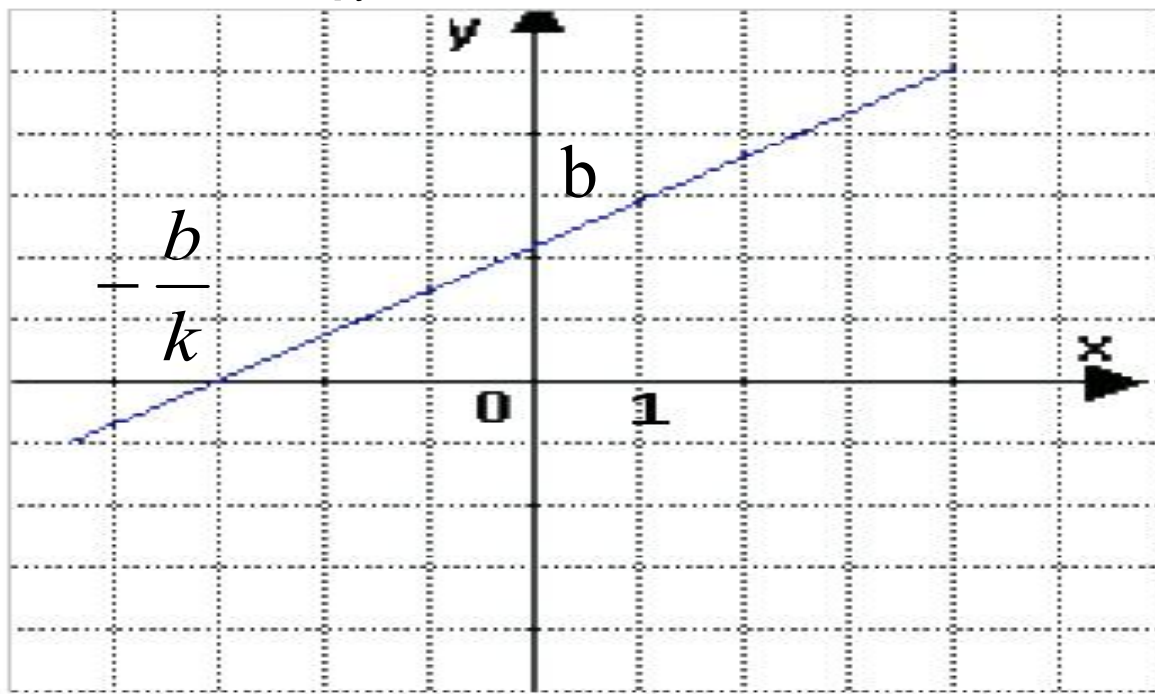
**Линейная функция вида  $y = kx + b$   
не является ни чётной, ни нечётной**



Свойством периодичности линейная функция не обладает;

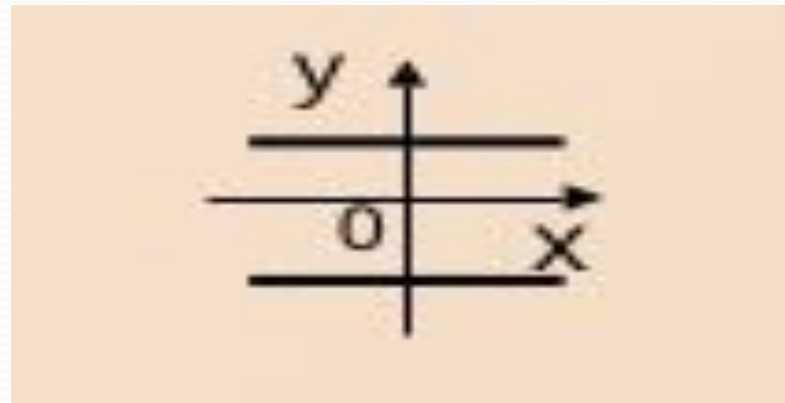
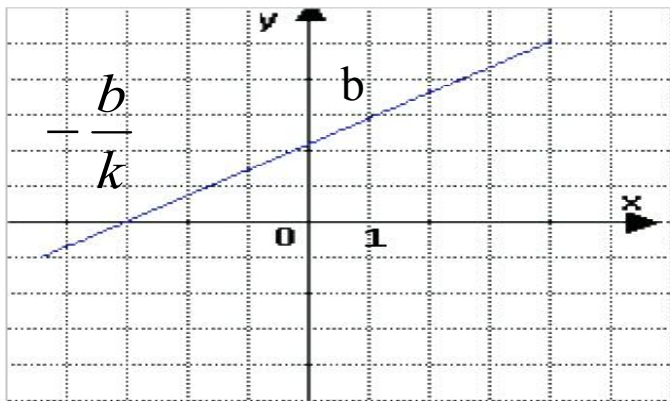
Точки пересечения с осями координат:

Ox:  $y = 0$ :  $(-\frac{b}{k}; 0)$ ; Oy:  $x = 0$ ;  $(0; b)$



# Промежутки знакопостоянства

- 1)  $k > 0$ ,  $y = kx + b$  – положительна при  $x$  из  $(-\frac{b}{k}; +\infty)$   
 $y = kx + b$  – отрицательна при  $x$  из  $(-\infty; -\frac{b}{k})$
- 2)  $k < 0$ ,  $y = kx + b$  – положительна при  $x$  из  $(-\infty; -\frac{b}{k})$   
 $y = kx + b$  – отрицательна при  $x$  из  $(-\frac{b}{k}; +\infty)$

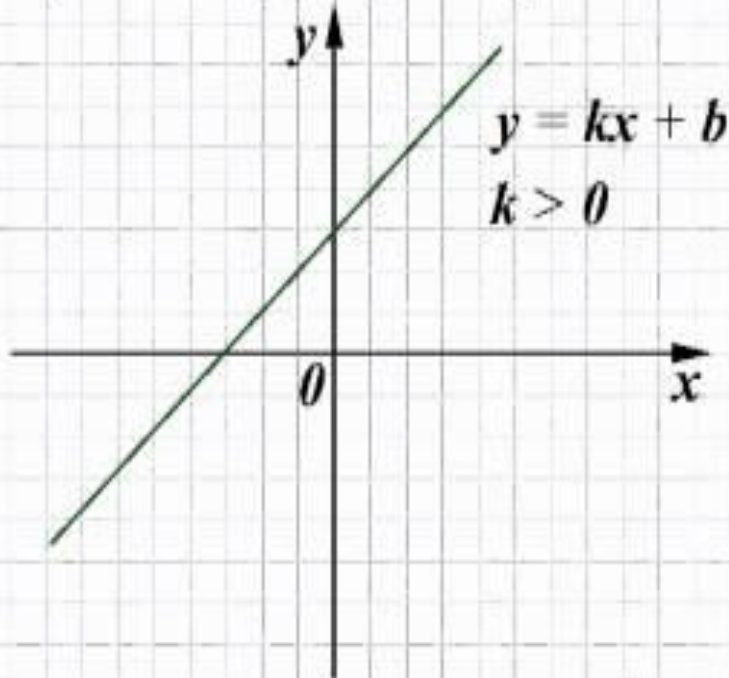


- 3)  $k = 0$ ,  $b > 0$ ;  $y = kx + b$  положительна на всей области определения  
 $k = 0$ ,  $b < 0$ ;  $y = kx + b$  отрицательна на всей области определения

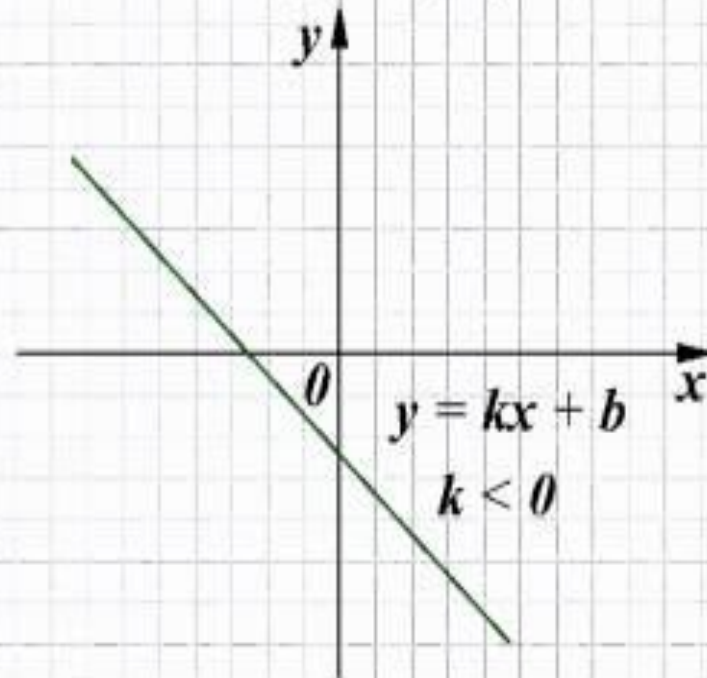


# Промежутки монотонности линейной функции

2)  $k > 0$  – функция возрастает



$k < 0$  – функция убывает



## Общее уравнение прямой на плоскости.

$Ax + By + C = 0$ ,  $A, B, C$  не равны 0 одновременно

### Уравнение прямой с угловым коэффициентом

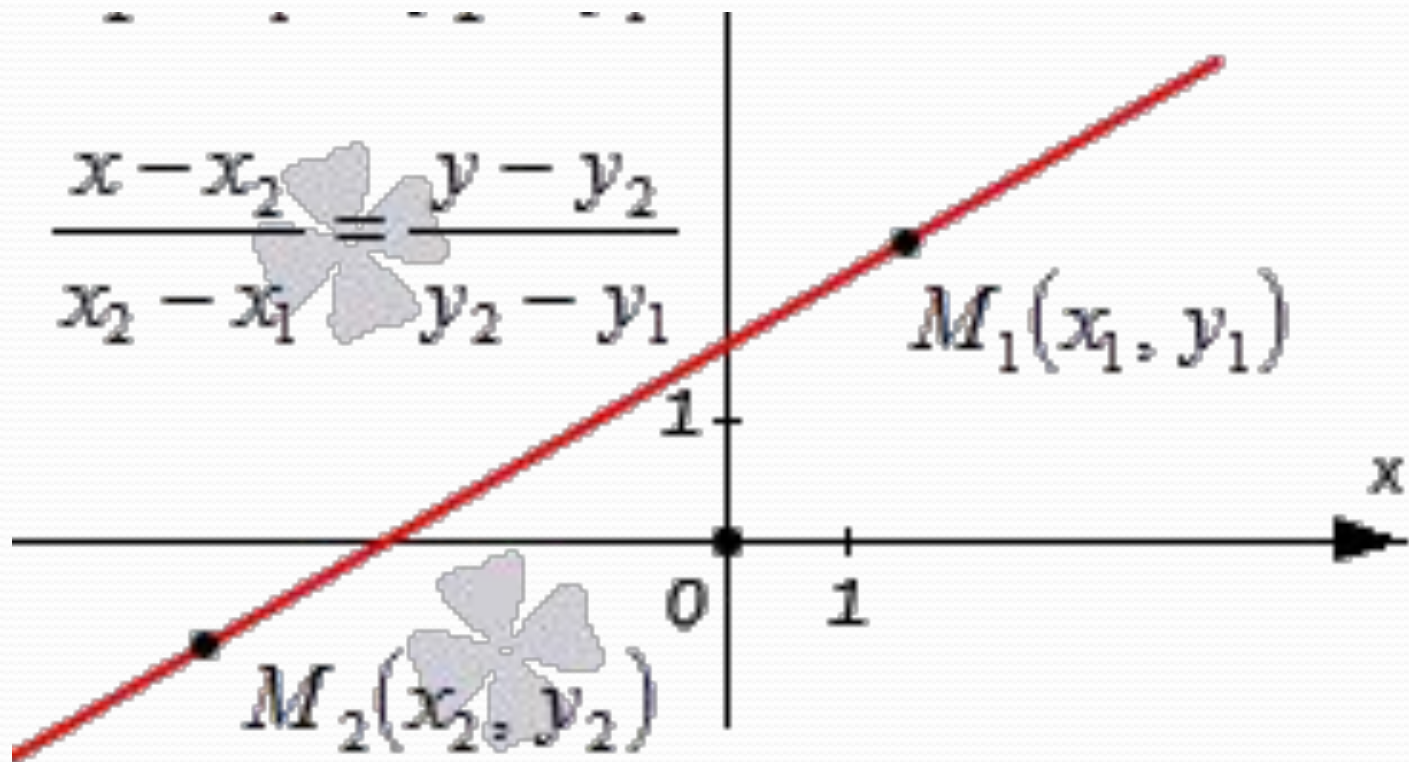
- Если общее уравнение прямой  $Ax + By + C = 0$  привести к виду:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

и обозначить:  $-\frac{A}{B} = k$ ;  $-\frac{C}{B} = b$ ; т.е.  $y = kx + b$

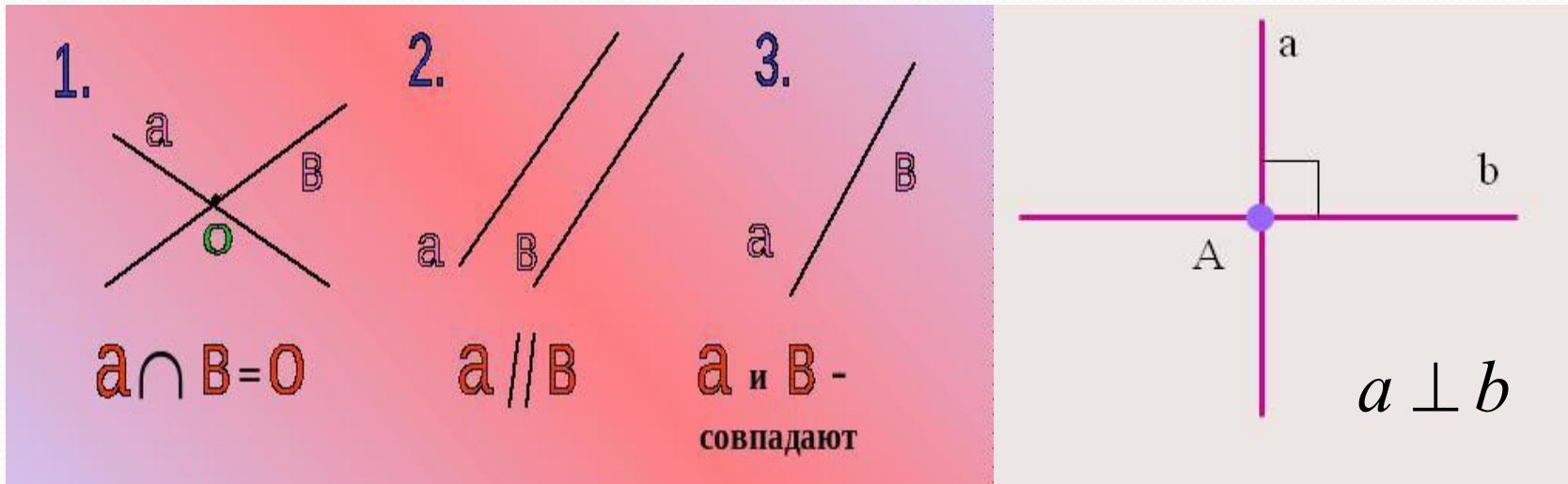
то полученное уравнение называется **уравнением прямой с угловым коэффициентом  $k$** .

**Каноническое уравнение прямой, проходящей через две заданные точки плоскости  $M_1(x_1; y_1)$  и  $M_2(x_2; y_2)$ , если  $x_1 \neq x_2$ .**



# Взаимное расположение двух прямых на плоскости

$$y = k_1x + b_1 \text{ и } y = k_2x + b_2$$



$$k_1 \neq k_2$$

$$k_1 = k_2$$

$$k_1 = k_2 \text{ и } b_1 = b_2$$

$$k_1 \cdot k_2 = -1$$

# Угол между заданными прямыми

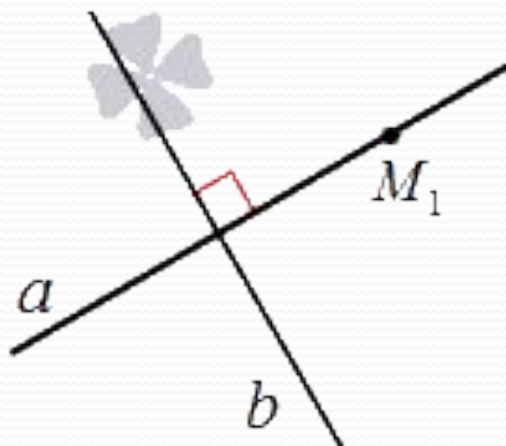
Если заданы две прямые  $y = k_1 x + b_1$ ,  
 $y = k_2 x + b_2$ , то острый угол между этими прямыми  
будет определяться как

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right|$$



# Признаки перпендикулярности прямых на плоскости

через точку  $M_1$  на плоскости  
проходит единственная  
прямая  $a$ , перпендикулярная  
прямой  $b$



Прямая, проходящая через точку  $M_1 (x_1, y_1)$  и перпендикулярная к прямой  $y = kx + b$  представляется уравнением:

$$y - y_1 = -\frac{1}{k}(x - x_1)$$

# Построение графика линейной функции с модулем

а)  $y=4-|x|$

б)  $y=|x-4|$

в)  $y=||x-1|-2|$

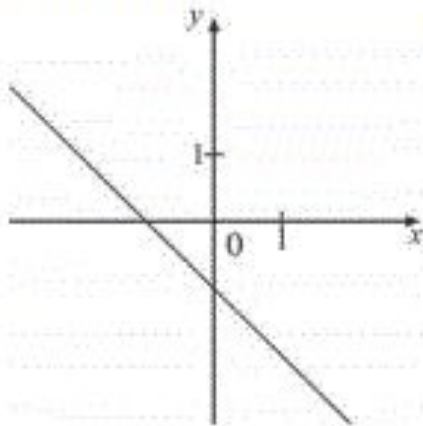
Advanced Grapher

# Задания из открытого банка ОГЭ

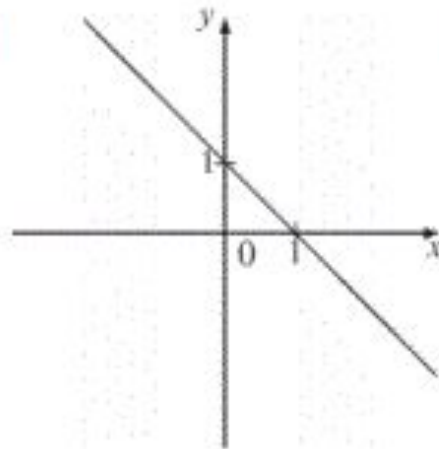
- 1) На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида  $y = kx + b$ . Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

## ГРАФИКИ

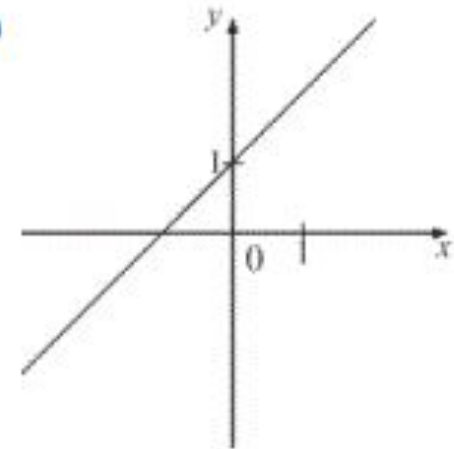
А)



Б)



В)



## ФУНКЦИИ

1)  $y = x + 1$

2)  $y = x - 1$

3)  $y = -x + 1$

4)  $y = -x - 1$

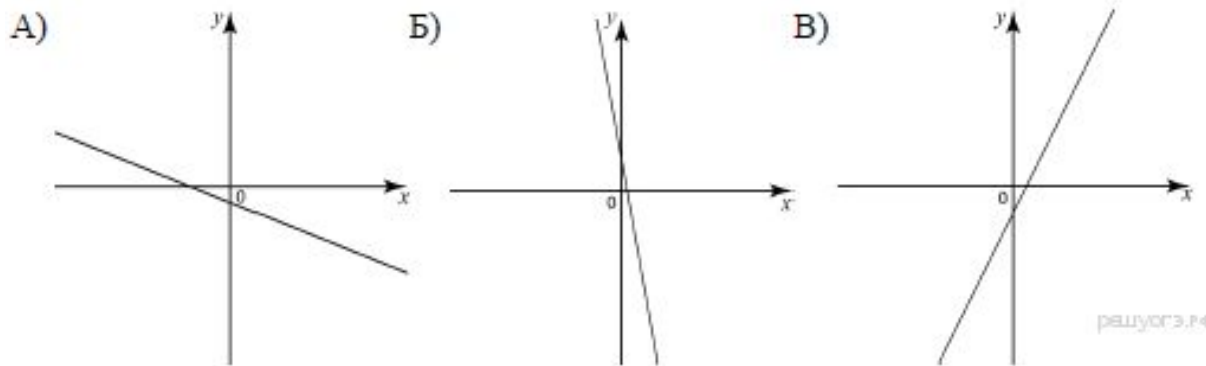
Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



2) На рисунке изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

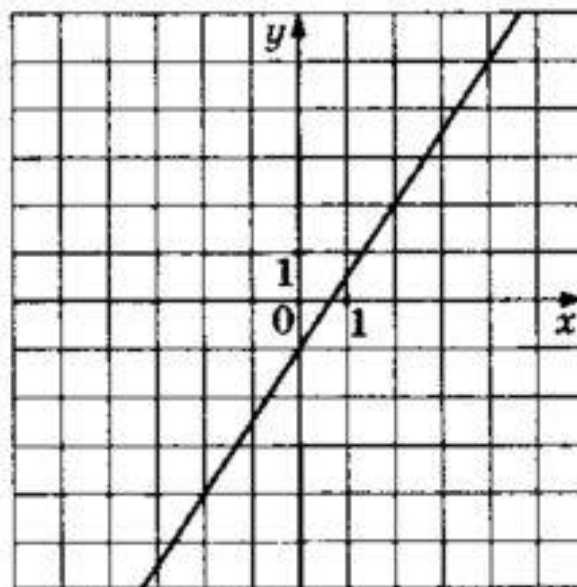
- 1)  $k < 0, b < 0$       2)  $k > 0, b > 0$   
3)  $k < 0, b > 0$       4)  $k > 0, b < 0$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке

АБВ

3)

График какой из приведённых ниже функций изображён на рисунке?



1)  $y = -\frac{3}{2}x + 1$

2)  $y = -\frac{3}{2}x - 1$

3)  $y = \frac{3}{2}x - 1$

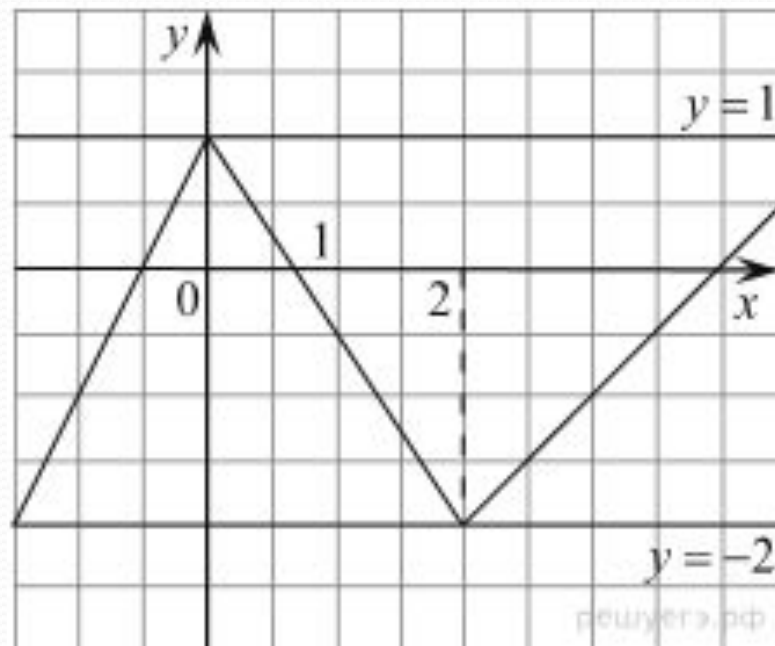
4)  $y = \frac{3}{2}x + 1$

4). Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x < 0, \\ -1,5x + 1, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x - 4, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение:

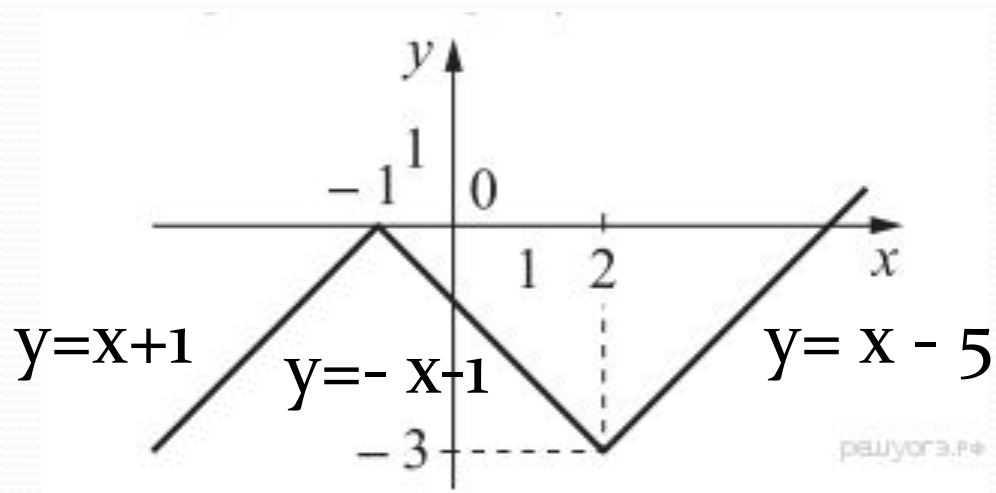


Ответ: 1; -2.

5). Постройте график функции  $y = |x - 2| - |x + 1| + x - 2$

и найдите значения  $m$ , при которых прямая  $y=m$  имеет с ним ровно две общие точки.

Решение.



Прямая  $y=m$  имеет с графиком данной функции ровно две общие точки при  $m = -3$  и  $m = 0$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной работы было изучение линейной функции и её графика в зависимости от  $k$  и  $b$ .

Были изучены материалы дополнительной литературы, материалы из интернета.

Решено множество задач из экзаменационных материалов.

Знание углового коэффициента поможет при изучении геометрического смысла производной функции



**Практическая ценность:**

считаю, что эта работа будет полезна моим сверстникам, желающим расширить свои знания о линейных функциях.

## **Выводы:**

Настоящее исследование значительно расширило представление о линейной функции, способствовало глубокому пониманию взаимосвязи графика этой функции с коэффициентами  $k$  и  $b$ .

Результаты работы можно использовать при подготовке к ОГЭ по математике.

Все поставленные перед собой задачи я выполнил. В своей работе я представил 6 основных вариантов типичных задач на соответствие из Открытого банка экзаменационных задач. Теперь я могу решать задачи на установление соответствия между графиками функций и формулами, строить график линейной функции, содержащей модуль.