

# *Логарифмы*



*В нашей жизни*

# *Аннотация к проекту:*

- Цели проекта:**
- 1) Расширить свои знания о логарифмической функции
  - 2) Рассмотреть применение логарифмов в практических приложениях и физических явлениях
  - 3) С помощью специальных формул перевести нотную грамоту на язык логарифмов

**Гипотеза:** Удивительное рядом...

- Краткое содержание работы:**
- 1) Историческая справка;
  - 2) Роль логарифмов в музыке;
  - 3) Звезды, шум и логарифмы;
  - 4) Логарифмическая спираль
  - 5) Нотная грамота и язык логарифмов

# Немного истории

Известный шотландский математик, **Джон Непер** вошел в историю математики как изобретатель логарифмов, он составитель первой таблицы логарифмов, которой посвятил 20 лет своей жизни.

“Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.

Таблицы логарифмов нашли немедленное применение.



**Джон НЕПЕР**  
**John Napier**  
**(1550 - 1617)**

# Немного истории

Параллельно с Непером над составлением таблицы логарифмов работал другой любитель математики - **Йост Бюрги**.

Бюрги составил таблицы логарифмов раньше, но только в 1620 году издал свою книгу "Таблицы арифметической и геометрической прогрессии с обстоятельным наставлением, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях".

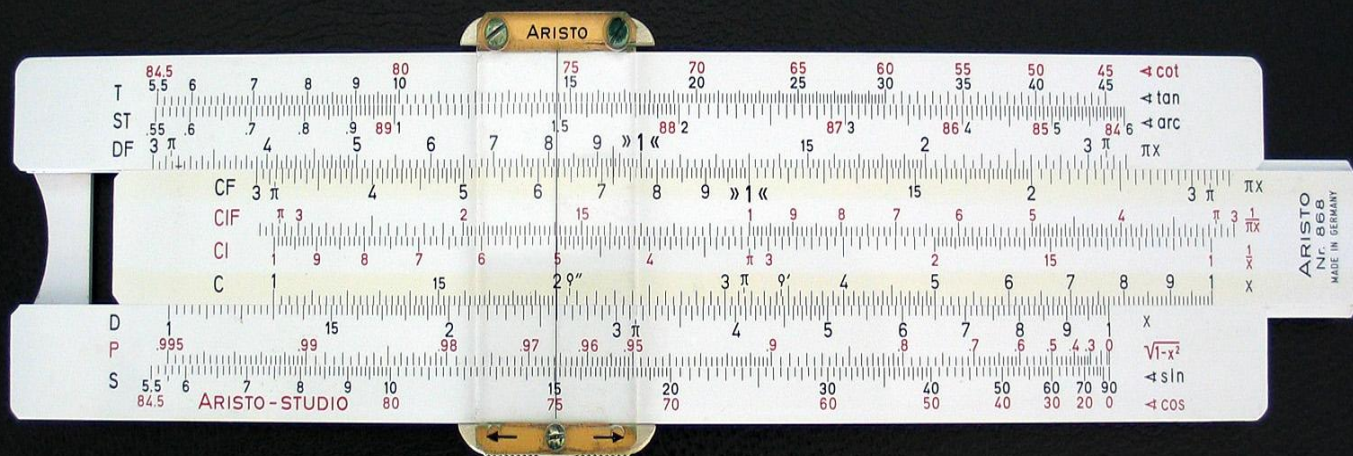


**Йост Бюрги**  
(1552 - 1632)



# Немного истории

В 1623 г., т. е. всего через 9 лет после издания первых таблиц, английским математиком **Эдмундом Гюнтером** была изобретена первая логарифмическая линейка, ставшая рабочим инструментом для многих поколений вплоть до появления ЭВМ.



# *Ода об экспоненте*

Две шкалы Гунтера –  
Вот чудо изобретательности.  
Экспонентой порождена  
Логарифмическая линейка:  
У инженера и астронома не было  
Инструмента полезнее, чем она.  
Даже изящные искусства питаются ею.  
Разве музыкальная гамма не есть  
Набор передовых логарифмов?

Английский поэт Э.Брилл

# Логарифмы в музыке

*«... Даже изящные искусства питаются ею  
Разве музыкальная гамма не есть -  
Набор передовых логарифмов?»*

*Из «Оды экспоненте»*



А. А. Эйхенвальд.

А.А. Эйхенвальд



«Товарищ мой по гимназии любил играть на рояле, но не любил математику.

Он даже говорил с оттенком пренебрежения, что музыка и математика несовместимы.

«Правда Пифагор нашел какие-то соотношения между звуковыми колебаниями, но ведь как раз пифагорова- то гамма для нашей музыки и оказалось неприемлемой»»



# ***Частоту любого звука можно выразить формулой***

Ноте «до» соответствует частота, равная  $n$  колебаниям в секунду.

В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.

Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать  $2n$  колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы –  $3n$  колебания в секунду и т.д.

Обозначим все ноты хроматической гаммы номерами  $p$ .

$$N_{pt} = n \cdot 2^m \left( \sqrt[12]{2} \right)^p$$

**Логарифмируя эту формулу,  
получаем**

$$\lg N_{pt} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{\lg 2}{12},$$

$$\lg N_{pt} = \lg n + \left( m + \frac{p}{12} \right) \lg 2.$$

**Принимая частоту самого низкого «до» за единицу  $n=1$  и приводя логарифмы к основанию 2, имеем**

$$\log_2 N_{pm} = m + \frac{p}{12}.$$

Звезды, шум и логарифм

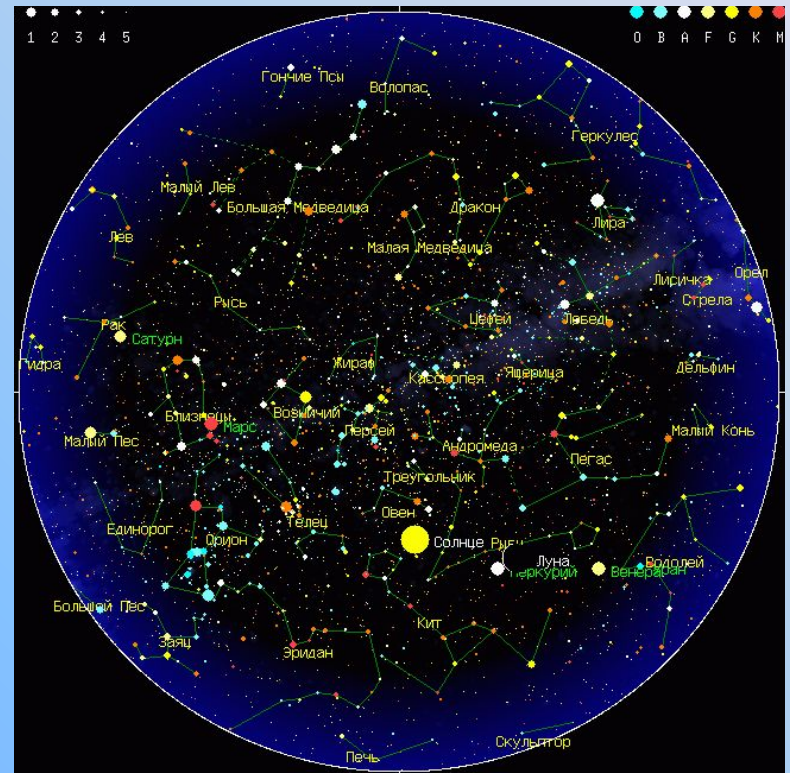


# Звёзды

«Открылась бездна  
звезд полна.  
Звездам числа нет,  
бездне – дна».

Во II веке до н.э.  
Гиппарх разделил звезды  
на 6 групп.  
Самые яркие – звезды 1-  
ой величины, самые  
слабые – 6-ой величины.

Установлено, что  
звезда 1-ой вел. ярче  
звезды 6-ой вел. ровно в  
6 раз.



# Шумы

- Громкость звука – 1 бел, 0,1 бел – 1 децибел.
- Тихий шелест листьев – 1 бел.





**Крик, громкая речь – 6-7 бел**



# ***Рычанье льва – 8-9 бел***





# ***Шум водопада – 9 бел***

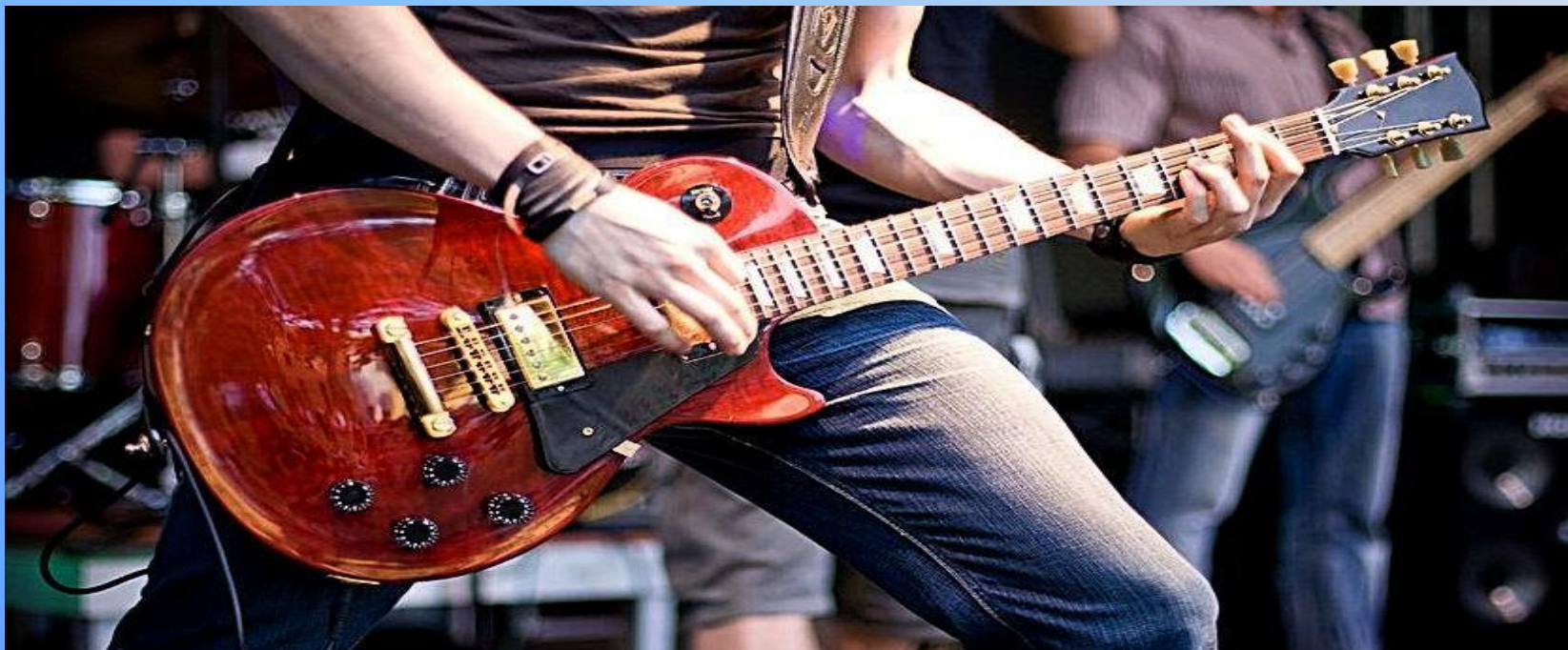


# *Рев двигателя самолета – 20 бел*





- Шум, громкость которого больше 8 бел – признана вредной для организма человека.
- Эта норма зачастую превосходится в школе, на дискотеках, на заводах и фабриках. Музыка: рок – 10-12 белов

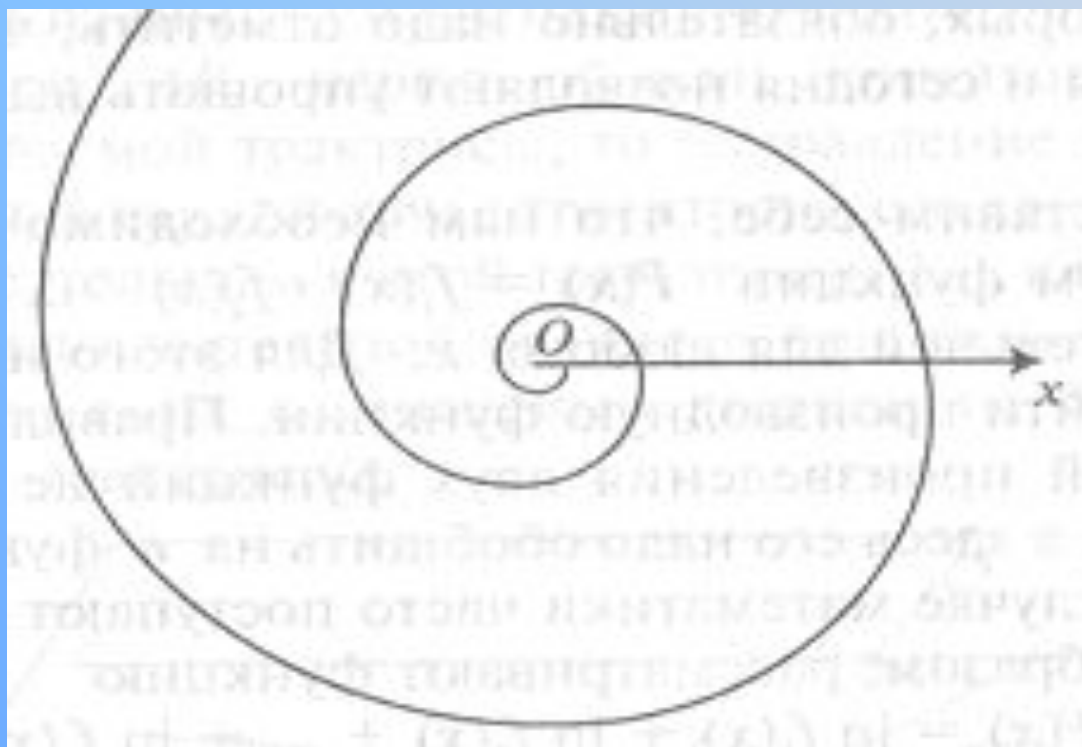


- **Последовательные степени громкости – 1 бел, 2 бел, 3 бела и т.д. составляют арифметическую прогрессию.**
- **Физическая же «сила» этих шумов (точнее - энергия) составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 10.**
- **Громкость – есть десятичный логарифм его физической силы**
  
- **Итак, мы видим, что при оценке видимой яркости светил и при оценке громкости шума мы имеем дело с логарифмами.**
  
- **Величина ощущения прямо пропорциональна логарифму величины раздражения.**



# Логарифмическая спираль

Спираль – это плоская кривая линия, многократно обходящая одну из точек на плоскости, которая называется полюсом спирали.

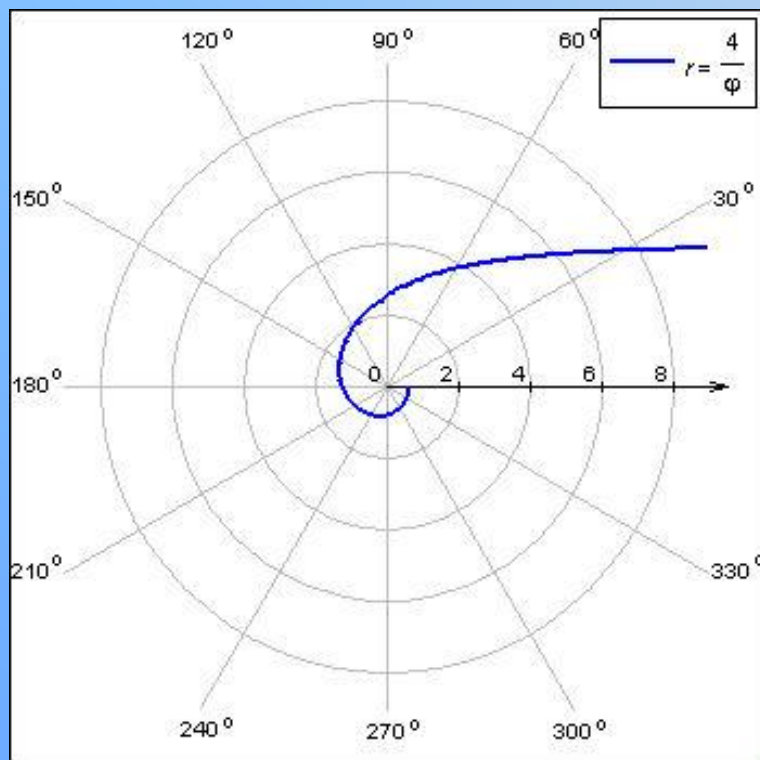


**Первым ученым,  
открывшим эту  
удивительную  
кривую, был  
французский  
математик Рене  
Декарт**

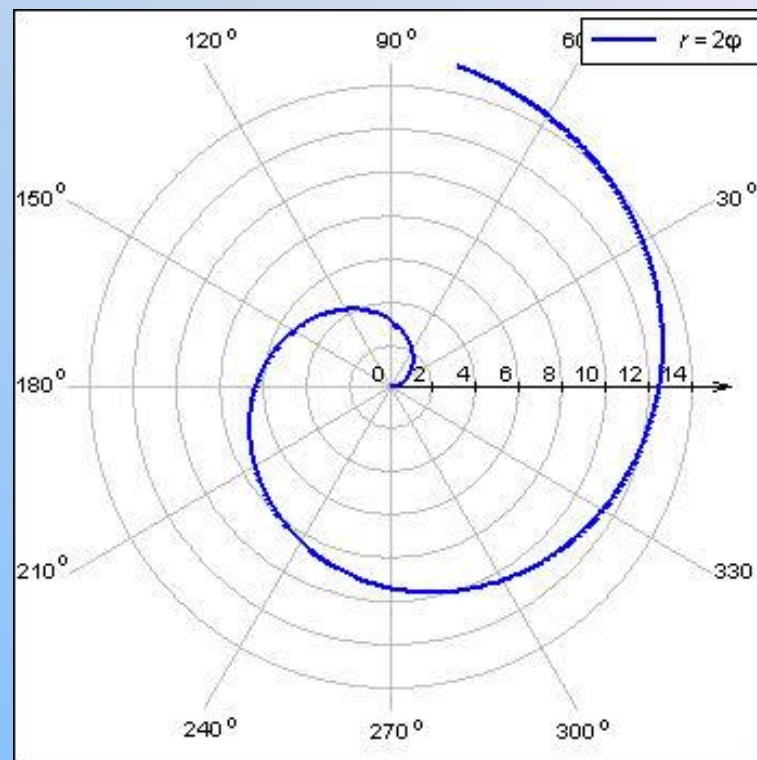


**Рене Декарт  
(1596-1650гг.)**

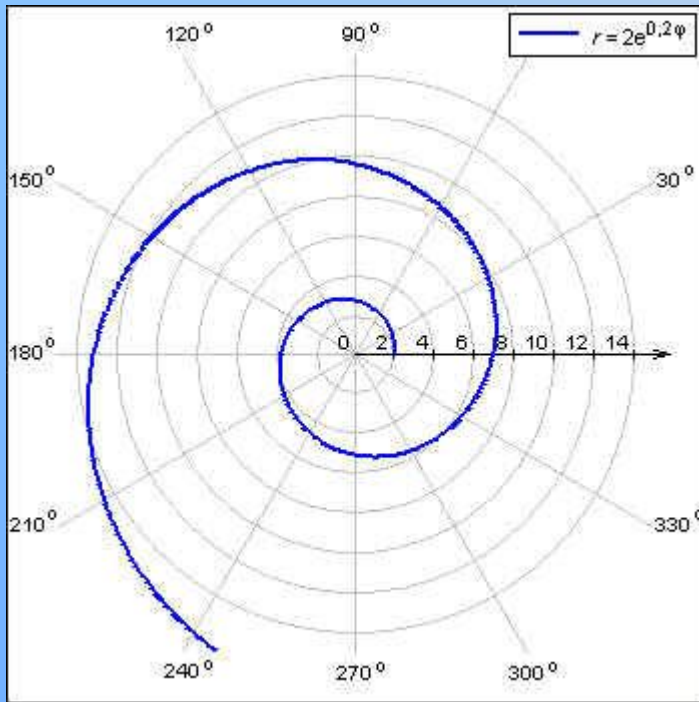
# Логарифмическая спираль



Гиперболическая спираль

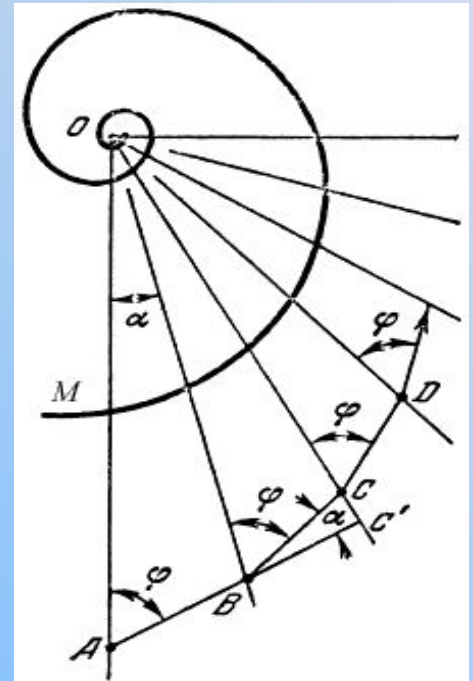


Архимедова спираль



Логарифмическая спираль является траекторией точки, которая движется вдоль равномерно вращающейся прямой, удаляясь от полюса со скоростью, пропорциональной пройденному расстоянию.

Т.е. в логарифмической спирали углу поворота пропорционален логарифм этого расстояния.



# Свойство логарифмической спирали



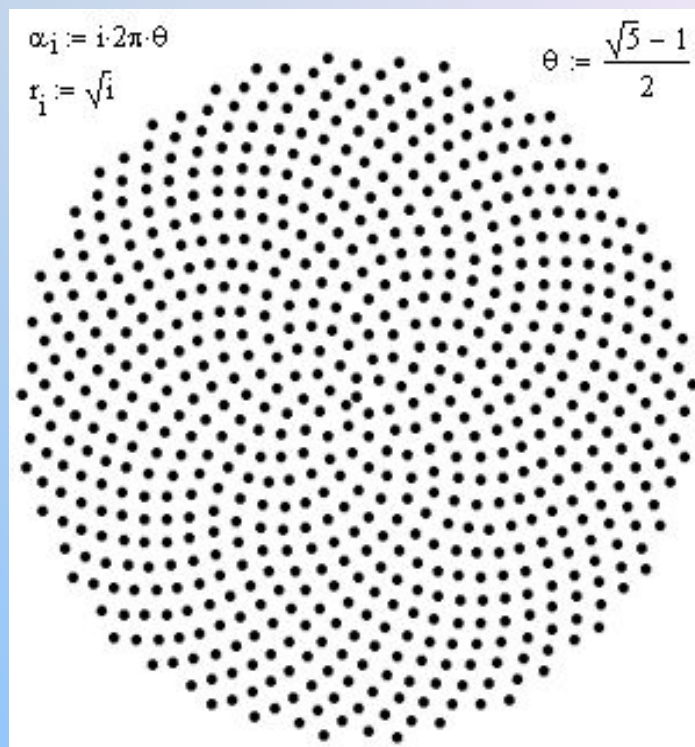
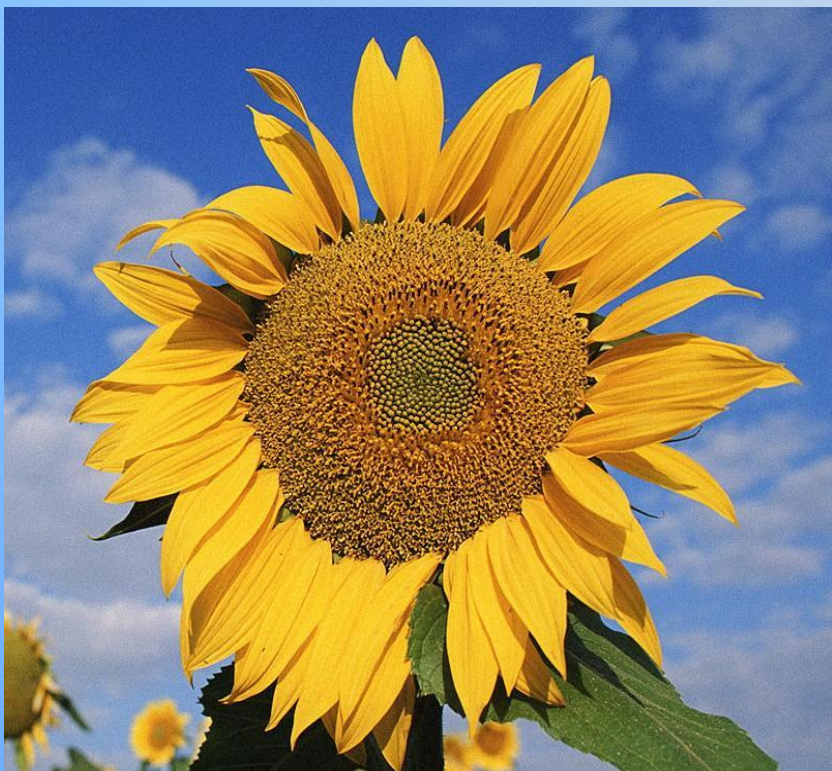
Якоб Бернулли открыл поразительное свойство спирали: кривая с «твёрдым» характером.

Она не изменяется при сжатиях, растяжениях и поворотах.





**По логарифмической спирали свёрнуты раковины многих улиток и моллюсков**



**По логарифмическим спиральям выстраиваются  
цветки в соцветиях подсолнечника**





**Даже пауки, сплетая паутину, закручивают нити вокруг центра по логарифмической спирали**





**По логарифмическим спиралям выстраиваются  
рога многих животных**





**По логарифмической спирали формируется тело  
циклона**





**По логарифмическим спиралям закручены многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит Солнечная система**



**Улитка**

Улитка является органом,  
воспринимающим звук, в котором  
самой природой заложена  
**ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ!**

**Человеческое ухо – это маленькое чудо!**



Траектории насекомых  
летающих на свет также  
описывают  
логарифмическую  
спираль.



\*\*\*\*\*

Логарифмическая спираль единственная из спиралей  
не меняет своей формы при увеличении размеров.

Видимо, это свойство и послужило причиной того, что в  
живой природе логарифмическая спираль встречается  
чаще других.



# *Нотная грамота и язык логарифмов*

Изгиб гитары желтой  
Ты обнимаешь нежно  
Струна осколком эха,  
Пронзит тугую высь  
Качнётся купол неба,  
Большой и звёздно-снежный  
Как здорово, что все мы здесь  
Сегодня собрались

Am



Dm



E7



Am

Dm<sup>6</sup>

Из-гиб ги-та-ры жёл той\_ты об-ни-ма-ешь неж но\_Стру - на ос-кол-ком э ха\_ прон

G7



C



A7



Dm



G7



C



зиг ту-гу - ю высь\_ Кач - нёт-ся ку-пол не - ба\_ боль-шой и звезд-но\_снеж ный. Как

Dm



Am



E7



F



E7



Am



здо-ро- во,\_ что всемы здесь се - под-ня со-бра лись\_

# Нотная грамота и язык логарифмов

## 1 октава

$$\text{do} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 0/12$$

$$\text{re} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 1/12$$

$$\text{mi} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 4/12$$

$$\text{fa} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 5/12$$

$$\text{sol} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 7/12$$

$$\text{la} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 9/12$$

$$\text{si} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 11/12$$

## 2 октава

$$\text{do} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 0/12$$

$$\text{re} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 1/12$$

$$\text{mi} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 4/12$$

$$\text{fa} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 5/12$$

$$\text{sol} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 7/12$$

$$\text{la} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 9/12$$

$$\text{si} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 11/12$$



# ***Выводы:***

- 1) Рассмотрели вариативность свойств логарифмов
- 2) Подробно узнали о роли логарифмов в музыке
- 3) Познакомились с видами логарифмических спиралей, рассмотрели её свойства на наглядном примере;
- 4) С помощью специальных формул перевели нотную грамоту музыкального произведения О. Митяева «Изгиб гитары желтой» на язык логарифмов.

Источник: [<http://www.myshared.ru/slide/473512/>]