

# **Урок алгебры и начал математического анализа в 11 классе**



**Урок разработан  
учителем математики  
МБОУ СШ №10 г.Павлово  
Леонтьевой Светланой Ивановной**

Урок опубликован на сайте учителя: <http://pavls1954.wixsite.com/1712>



# **Приветствую вас на уроке**

**Девиз урока:**

**Главная сила математики состоит в том, что вместе с решением одной конкретной задачи она создаёт общие приёмы и способы, применимые во многих ситуациях, которые даже не всегда можно предвидеть.**

**Эрик Темпл Белл**

**Успешного усвоения учебного материала**

**ДРН<sub>4</sub> на 14.09.18**

**1. Теория. Глава I, §3, (разобрать до задачи 1)**

**2. Практика. \*Стр. 16-17,**

**№№28, 32-35 по графику**

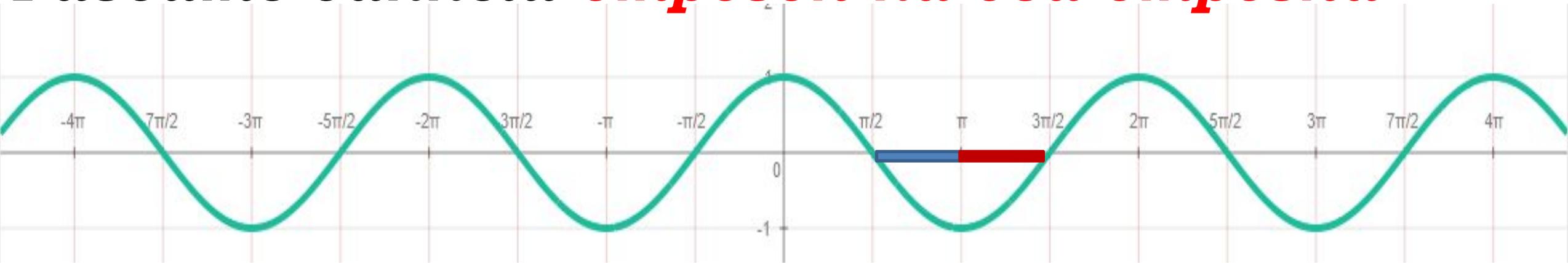
**№№29, 30 (четные)**

**Возрастает на**  $[3\pi; 4\pi]$ ,  $[-2; -1]$ ,  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$



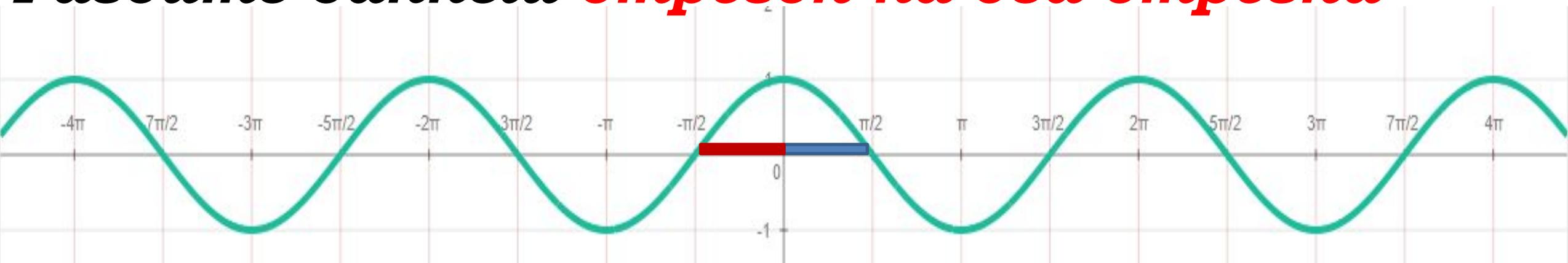
**Убывает на**  $[-2\pi; -\pi]$ ,  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ ,  $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

Разбить данный **отрезок** на два отрезка



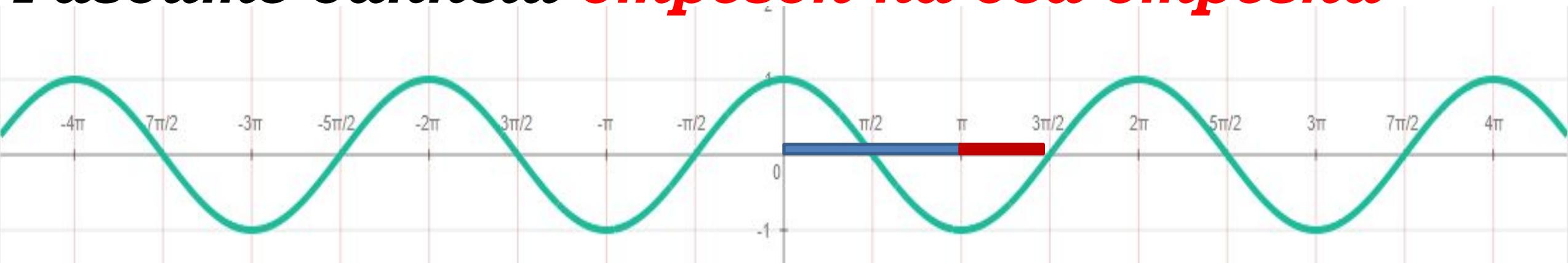
$$1) \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right] = \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right] \boxtimes \left[ \pi; \frac{3\pi}{2} \right]$$

Разбить данный **отрезок** на два отрезка



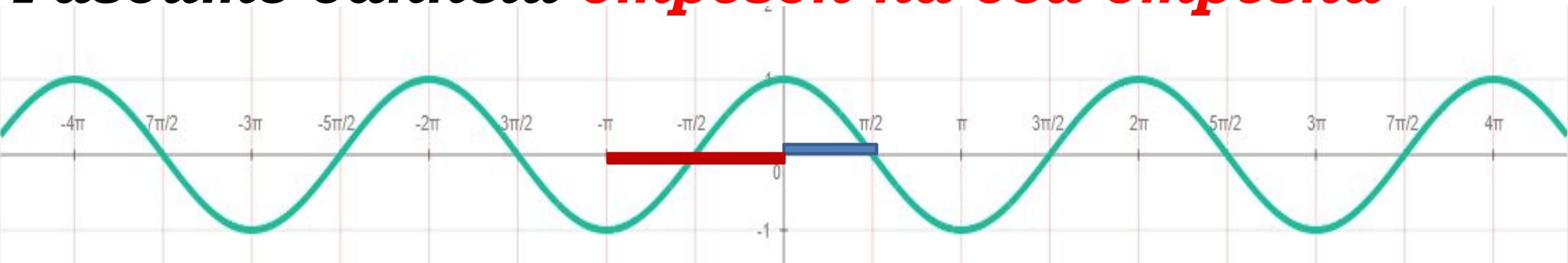
$$2) \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] = \left[ -\frac{\pi}{2}; 0 \right] \boxtimes \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right]$$

Разбить данный **отрезок** на два отрезка



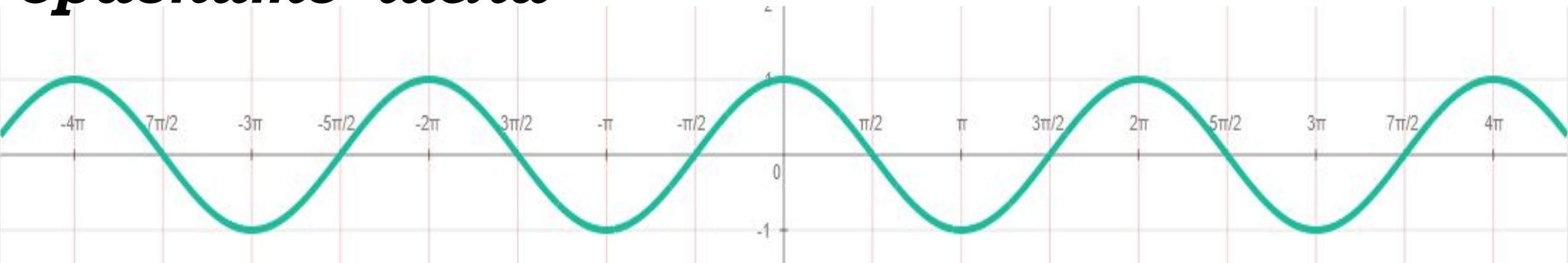
$$3) \left[ 0; \frac{3\pi}{2} \right] = [0; \pi] \boxtimes \left[ \pi; \frac{3\pi}{2} \right]$$

Разбить данный **отрезок** на **два отрезка**



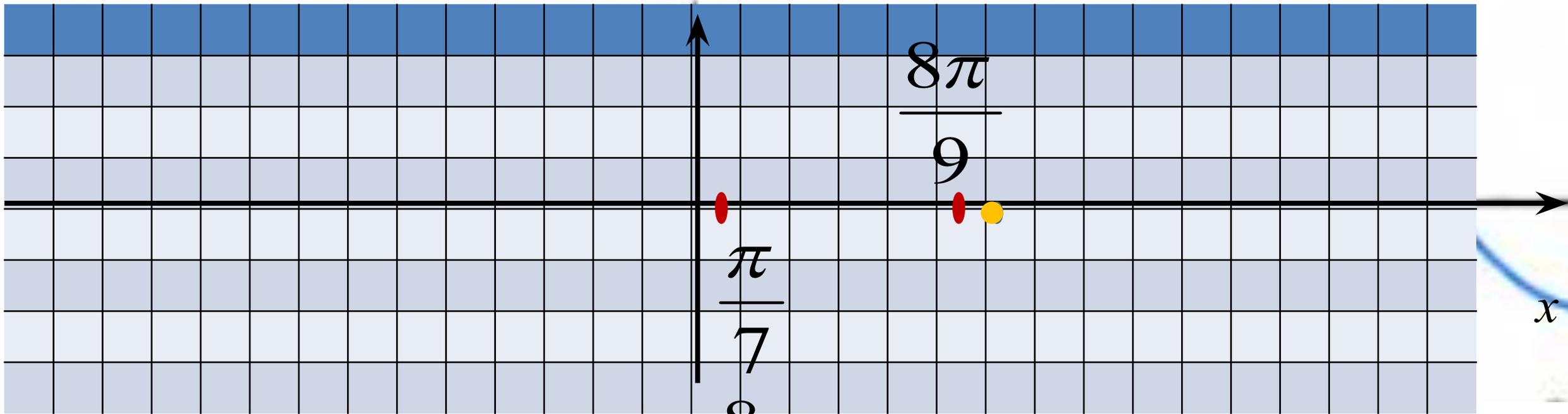
$$4) \left[ -\pi; \frac{\pi}{2} \right] = \left[ -\pi; 0 \right] \boxtimes \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right]$$

**Сравнить числа**



1)  $\cos \frac{\pi}{7}$  и  $\cos \frac{8\pi}{9}$

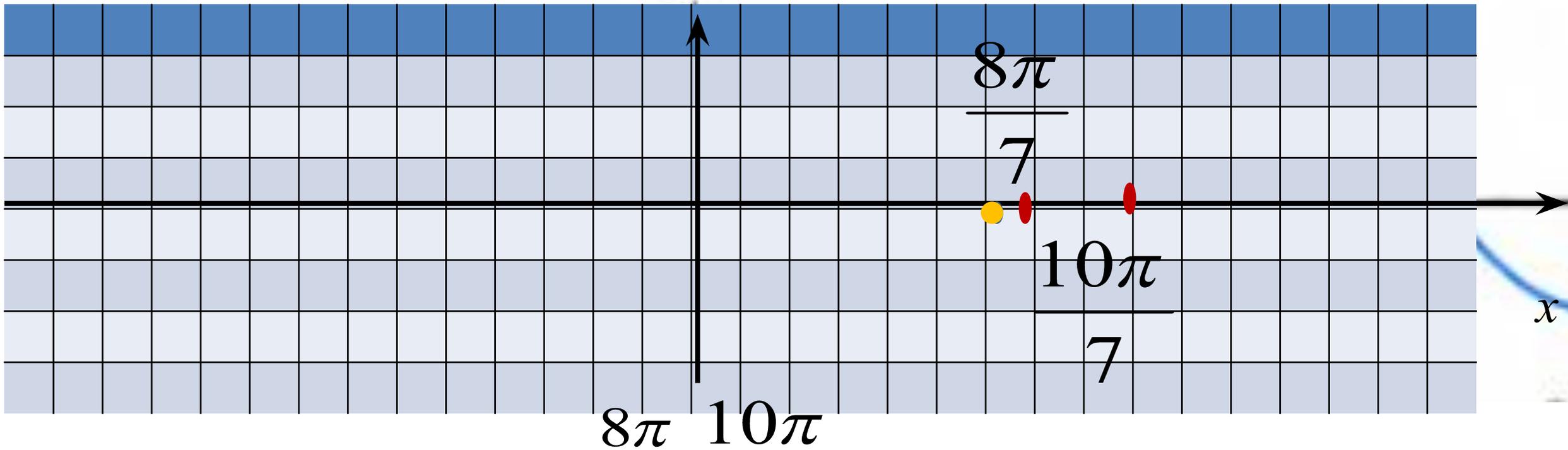
**Сравнить числа** 1)  $\cos \frac{\pi}{7}$  и  $\cos \frac{8\pi}{9}$  **Стр.16, № 34**



**Значения аргумента  $\frac{\pi}{7}$  и  $\frac{8\pi}{9}$  принадлежат отрезку  $[0; \pi]$ , где  $\cos x$  убывает, сл-но:**

$$\frac{\pi}{7} \boxtimes \frac{8\pi}{9} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{7} \boxtimes \cos \frac{8\pi}{9}$$

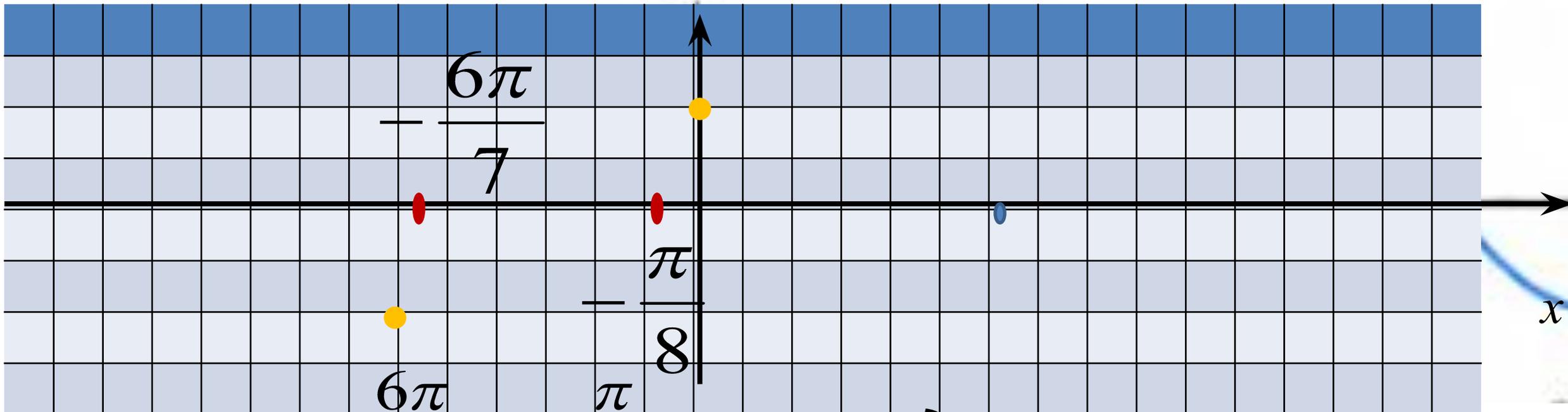
**Сравнить числа  $2) \cos \frac{8\pi}{7}$  и  $\cos \frac{10\pi}{7}$**  Стр.16, № 34



**Значения аргумента  $\frac{8\pi}{7}$  и  $\frac{10\pi}{7}$  принадлежат отрезку  $[\pi; 2\pi]$ , где  $\cos x$  возрастает, сл-но:**

$$\frac{8\pi}{7} \boxtimes \frac{10\pi}{7} \Rightarrow \cos \frac{8\pi}{7} \boxtimes \cos \frac{10\pi}{7}$$

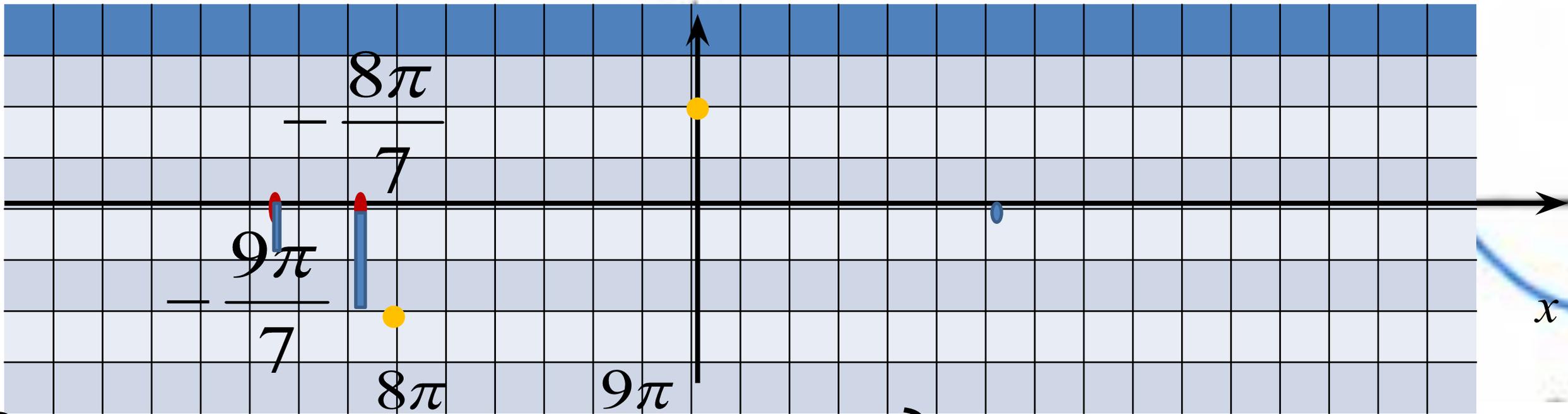
$$3) \cos\left(-\frac{6\pi}{7}\right) \text{ и } \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)$$



**Значения  $x = -\frac{6\pi}{7}$  и  $x = -\frac{\pi}{8}$  принадлежат отрезку  $[-\pi; 0]$ , где  $\cos x$  возрастает, сл-но:**

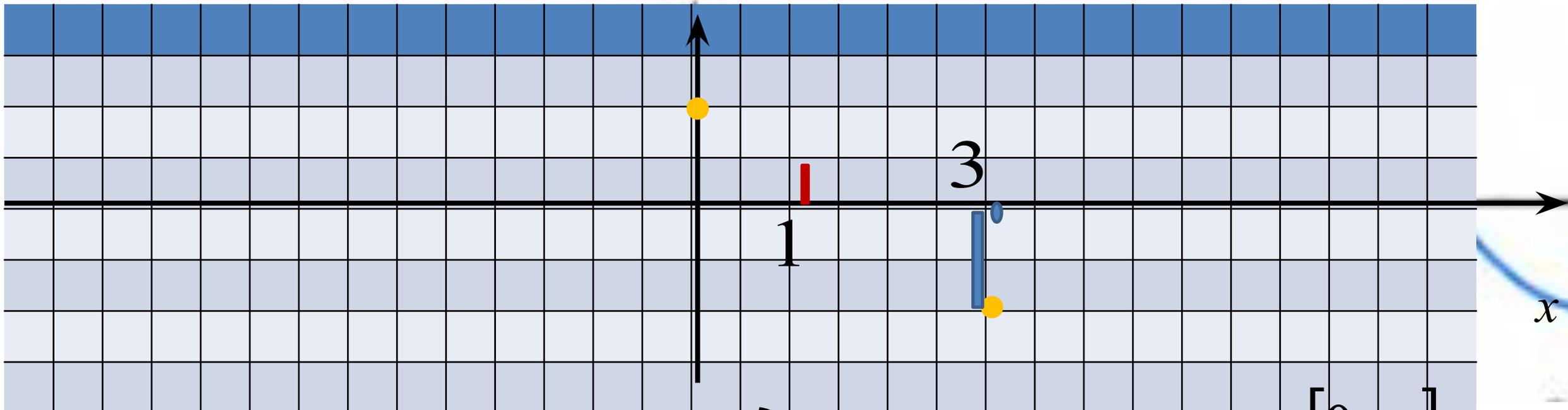
$$-\frac{6\pi}{7} \boxtimes -\frac{\pi}{8} \Rightarrow \cos\left(-\frac{6\pi}{7}\right) \boxtimes \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)$$

$$4) \cos\left(-\frac{8\pi}{7}\right) \text{ и } \cos\left(-\frac{9\pi}{7}\right)$$



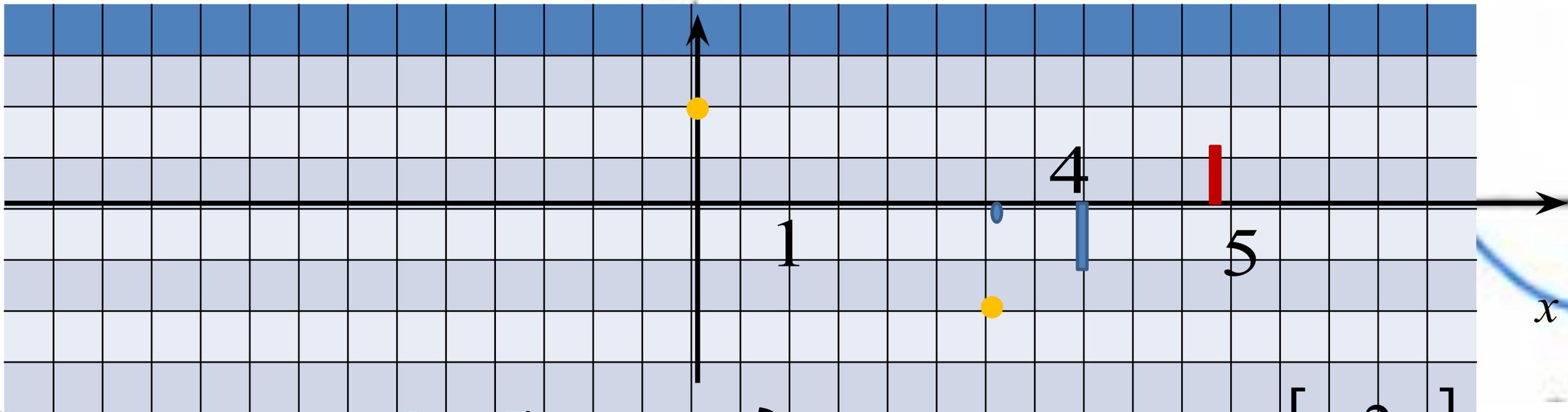
**Значения  $x = -\frac{8\pi}{7}$  и  $-\frac{9\pi}{7}$  принадлежат отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ , где  $\cos x$  убывает, сл-но:**

$$-\frac{8\pi}{7} \boxtimes -\frac{9\pi}{7} \Rightarrow \cos\left(-\frac{8\pi}{7}\right) \boxtimes \cos\left(-\frac{9\pi}{7}\right)$$

6)  $\cos 1$  и  $\cos 3$ 

Значения  $x = 1$  и  $3$  принадлежат отрезку  $[0; \pi]$ , где  $\cos x$  убывает, сл-но:

$$1 \leq 3 \Rightarrow \cos 1 \geq \cos 3$$

6)  $\cos 4$  и  $\cos 5$ 

Значения  $x = 4$  и  $5$  принадлежат отрезку  $[\pi; 2\pi]$ , где  $\cos x$  возрастает, сл-но:

$$4 \leq 5 \Rightarrow \cos 4 \leq \cos 5$$

***Оцените свое выполнение ДЗ***

***Проверка усвоения материал***

***Тренировочный тест***

# Тренировочный тест.

1. Какая из функций является четной?

А.  $y = \sin x$     Б.  $y = \operatorname{tg}(x)$     В.  $y = \cos x$     Г.  $y = \operatorname{ctg}(x)$

2. Какая из функций является нечетной?

А.  $y = \cos x + 1$     Б.  $y = 2 \cdot \operatorname{tg}(x - 3)$     В.  $y = \sin^2 x$     Г.  $y = \frac{1}{2} \sin 2x$

3. Какая из функций не является четной, не является нечетной?

А.  $y = \sin x + 2$     Б.  $y = \cos x \cdot \sin x$     В.  $y = 2 \sin(\pi - x)$     Г.  $y = |\operatorname{tg}(x)|$

4. Найдите наименьший положительный период функции  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

А.  $\pi$     Б.  $2\pi$     В.  $\frac{11\pi}{6}$     Г.  $\frac{5\pi}{6}$

5. Какая из функций имеет период  $2\pi$ ?

А.  $y = \sin \frac{x}{2}$     Б.  $y = \operatorname{tg}(x)$     В.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$     Г.  $y = 2 \cdot \operatorname{ctg}(x)$

***Классная работа***

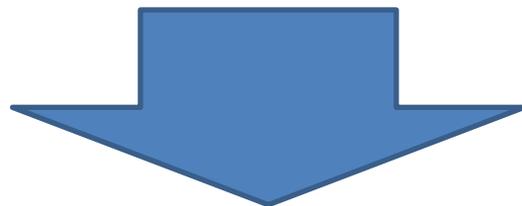
***Свойства функции  $y=\sin x$ .***

***Глава I, §4***

- Рассмотреть свойства функции  $y = \sin x$ .**
- Закрепить свойства функции  $y = \cos x$**
- Продолжить формирование культуры устной и письменной математической речи, умения оценивать уровень своих знаний по рассматриваемой теме.**

**Стр.19 – 20 учебника**

**Разбираем свойства функции  $y = \sin x$  ,  
используя рисунки учебника.**



$$y = \sin x$$

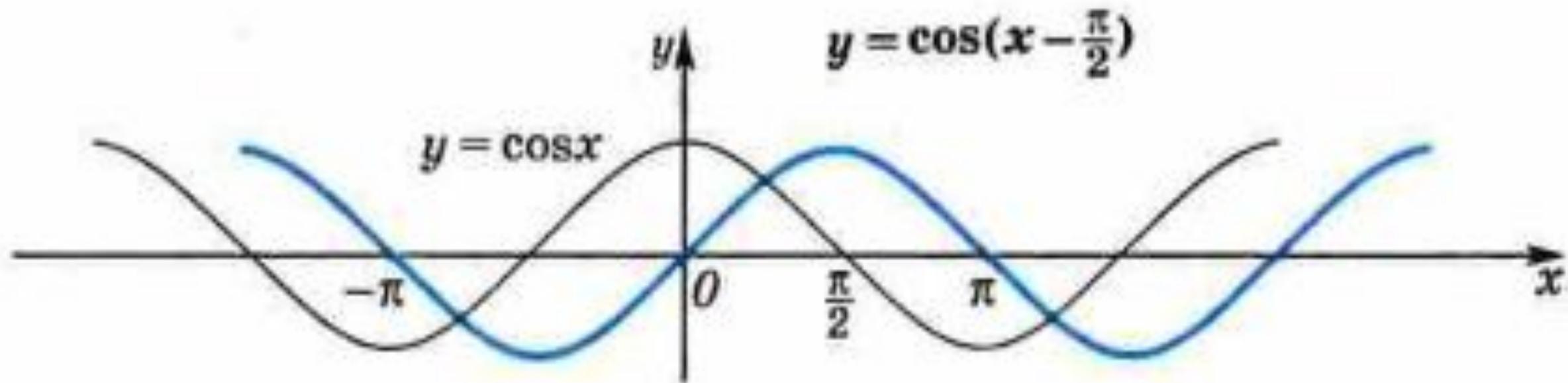


Рис. 10

$$y = \sin x$$

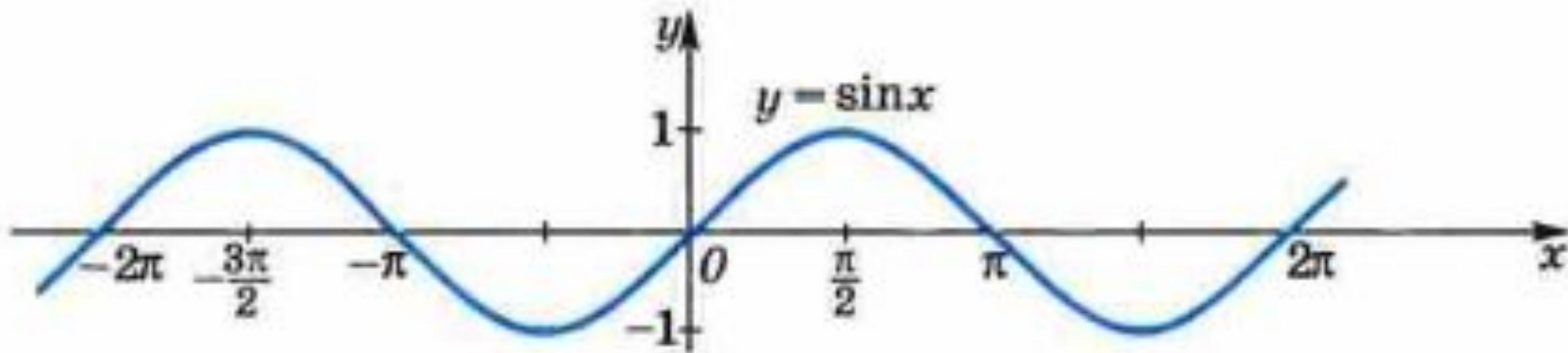


Рис. 11

**Стр. 20**

**Основные свойства функции  $y = \sin x$**

$$y = \sin x$$

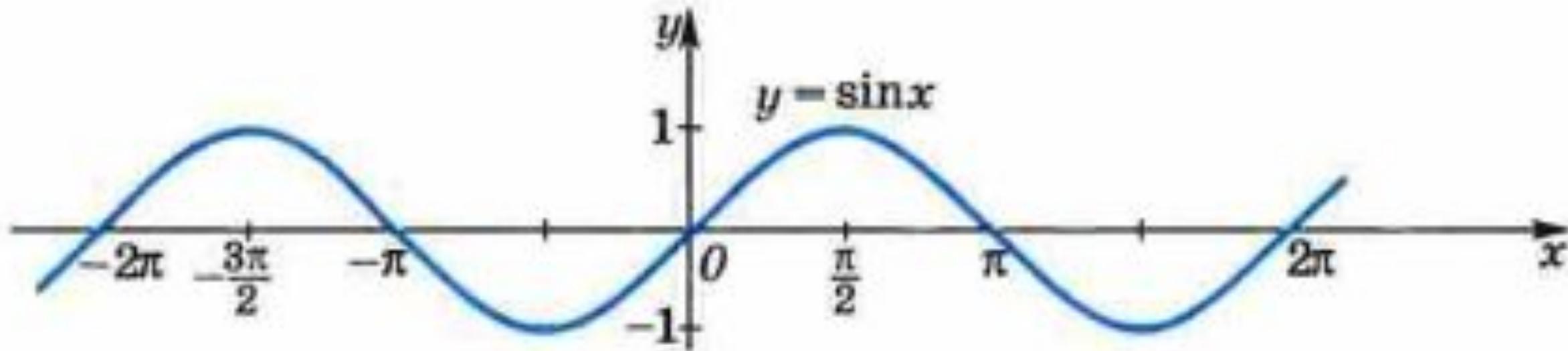
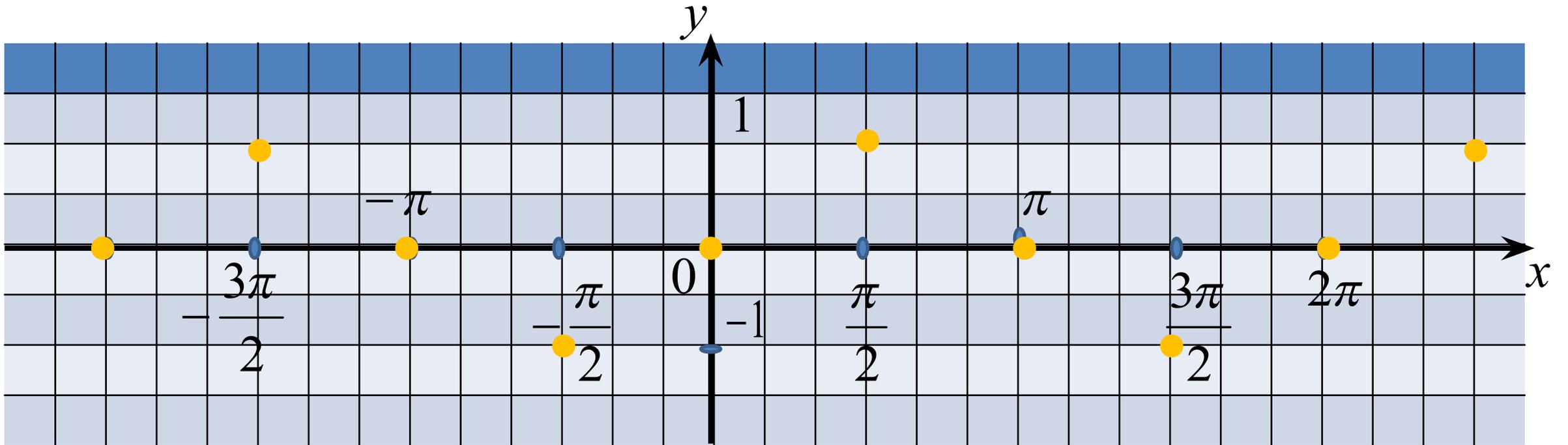


Рис. 11

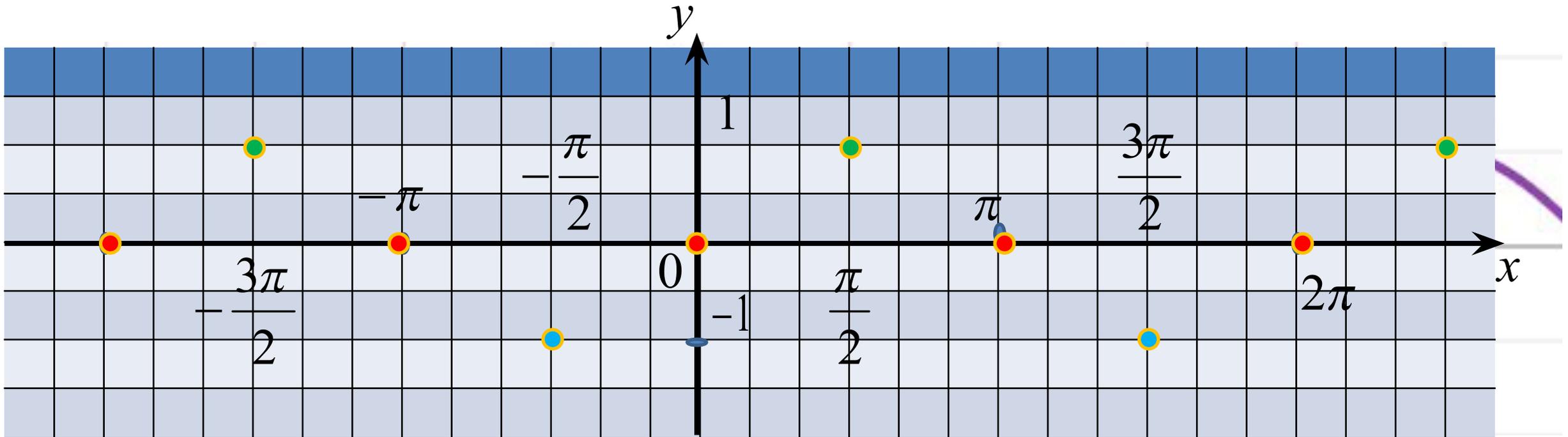
**Строим в тетради график функции**

$$y = \sin x$$

# График функции $y = \sin x$

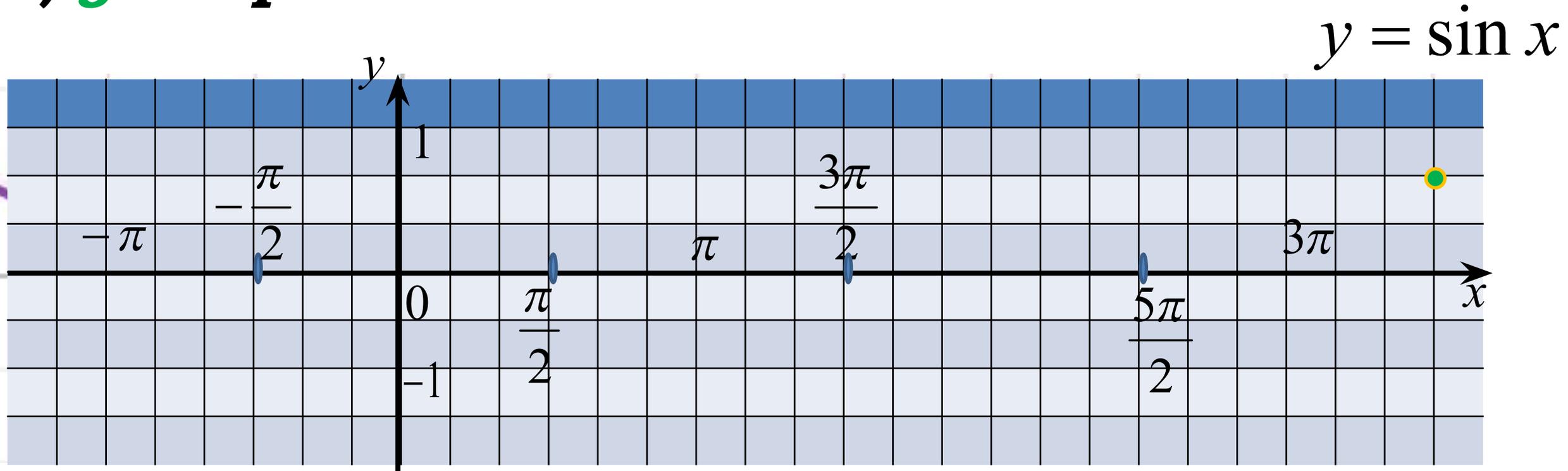


$$y = \sin x$$



# Стр.23, №51( по готовому чертежу)

1)  $y=0$  при  $x=$

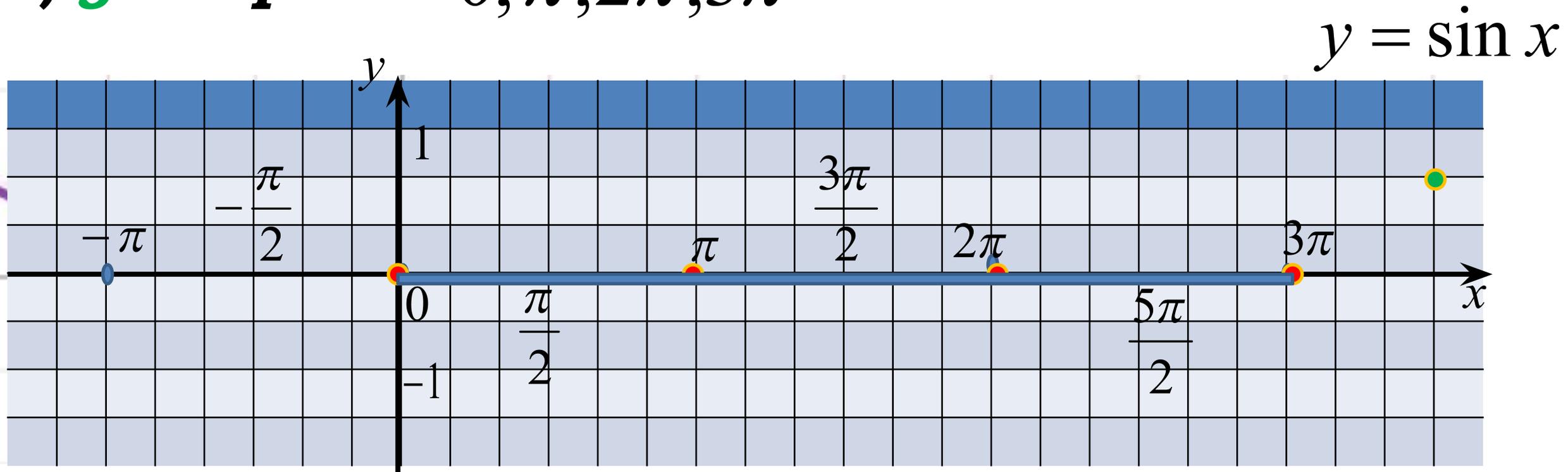


$y=1$  при  $x=...$

$y=-1$  при  $x=...$

# Стр.23, №51( по готовому чертежу)

1)  $y=0$  при  $x=0; \pi; 2\pi; 3\pi$



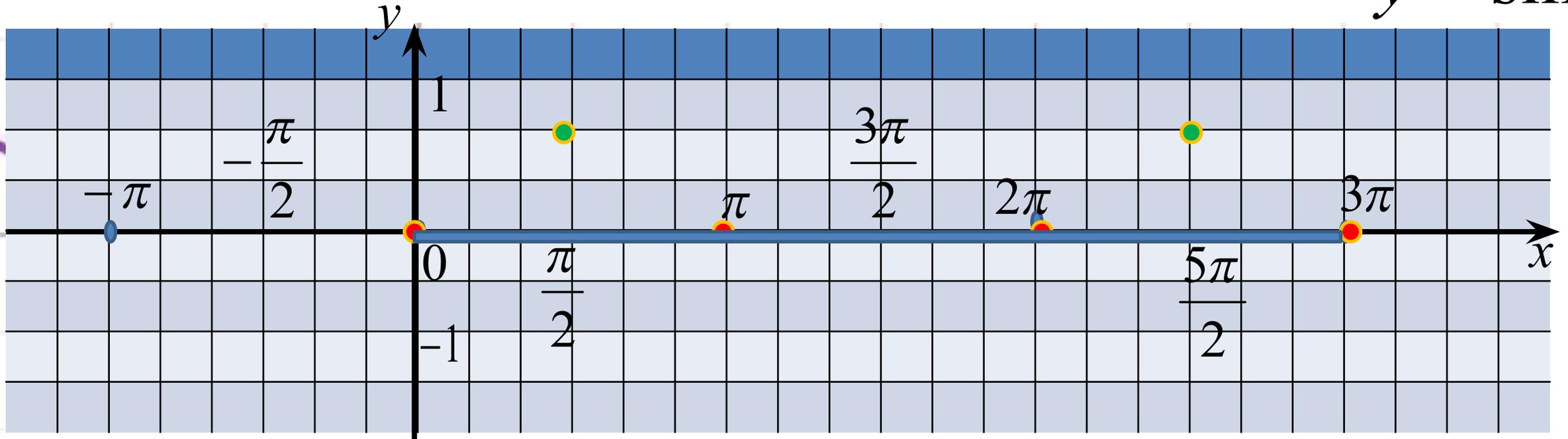
$y=1$  при  $x=...$

$y=-1$  при  $x=...$

# Стр.23, №51( по готовому чертежу)

1)  $y=0$  при  $x=0; \pi; 2\pi; 3\pi$

$$y = \sin x$$



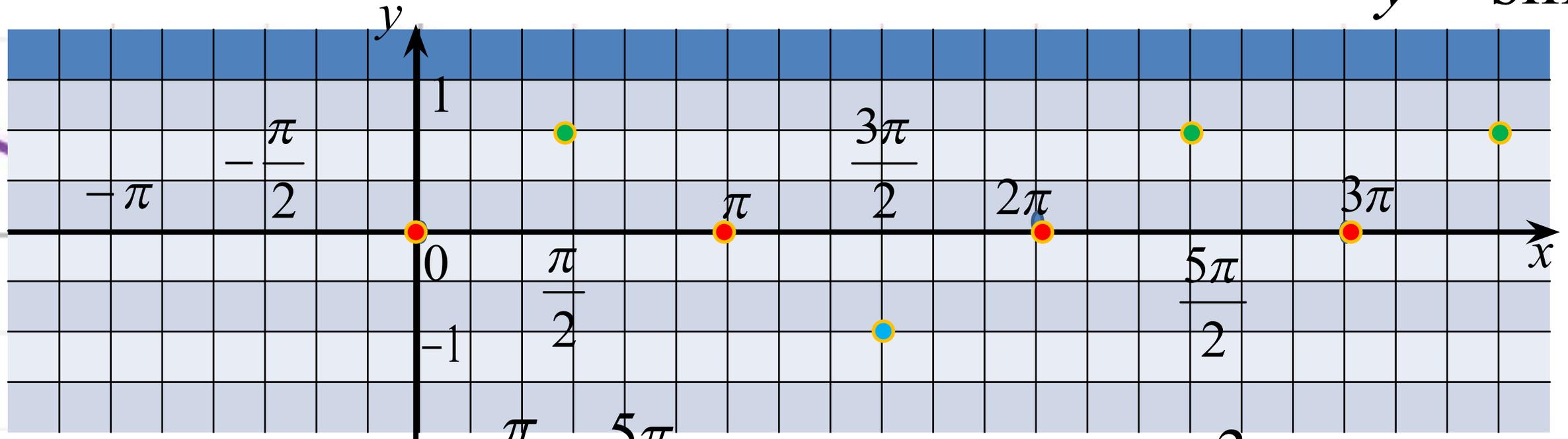
$y=1$  при  $x= \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}$

$y=-1$  при  $x=$

# Стр.23, №51( по готовому чертежу)

1)  $y=0$  при  $x=0; \pi; 2\pi; 3\pi$

$$y = \sin x$$

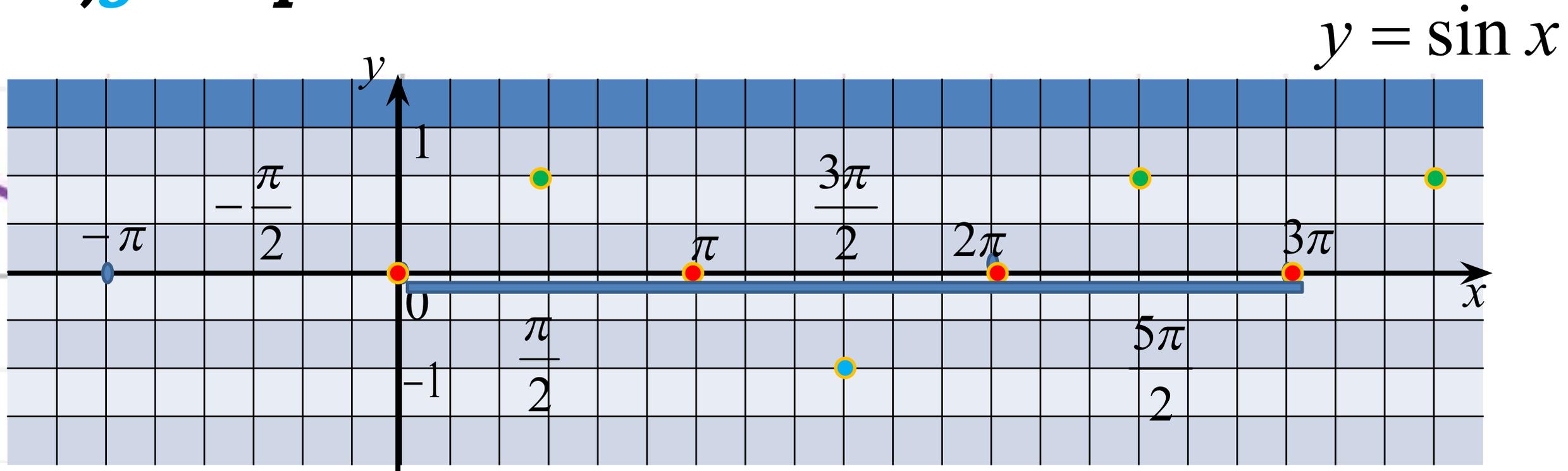


$y=1$  при  $x= \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}$

$y=-1$  при  $x= \frac{3\pi}{2}$

Стр.23, №51( по готовому чертежу)

2)  $y > 0$  при  $x$ :

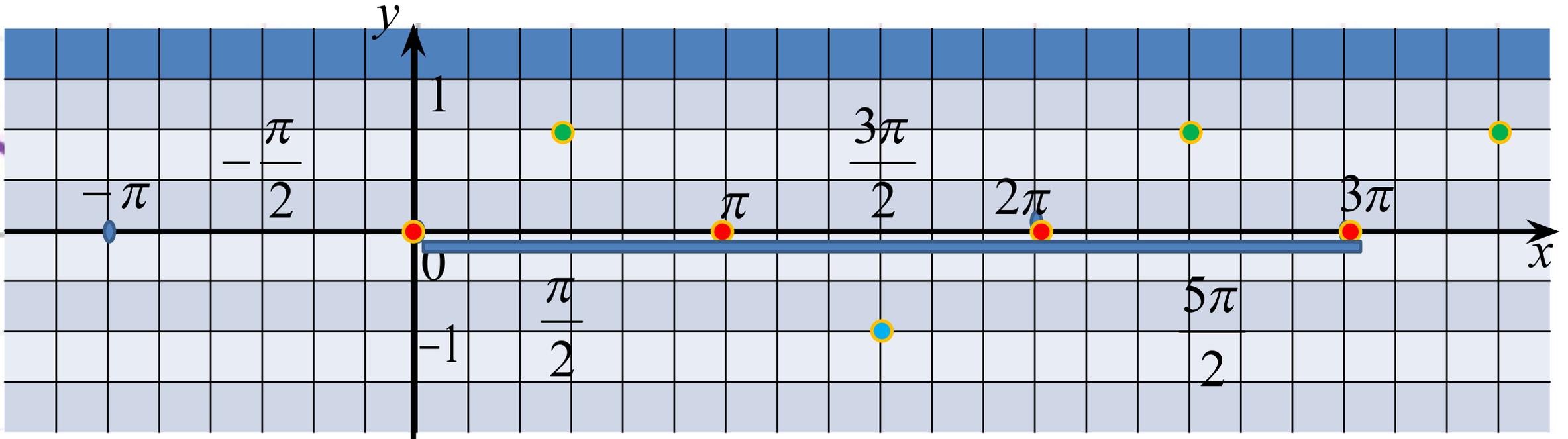


3)  $y < 0$  при  $x$ :

Стр. 23, №51 (по готовому чертежу)

$$y = \sin x$$

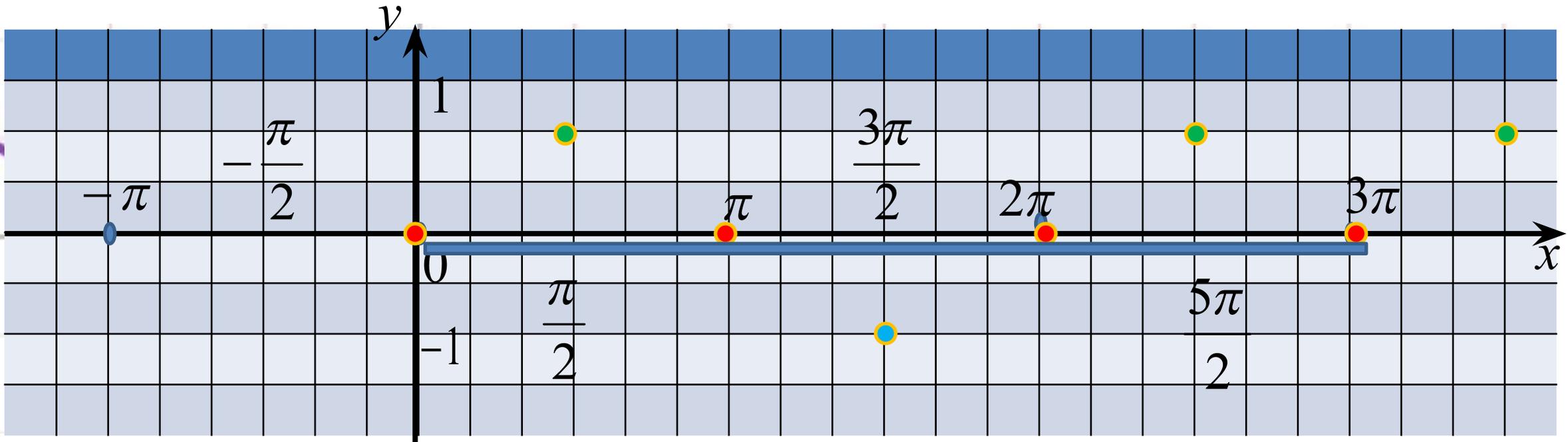
2)  $y > 0$  при  $x$ :  $(0; \pi) \cup (2\pi; 3\pi)$



3)  $y < 0$  при  $x$ :

Стр. 23, №51 (по готовому чертежу)  $y = \sin x$

2)  $y > 0$  при  $x: (0; \pi) \boxtimes (2\pi; 3\pi)$



3)  $y < 0$  при  $x: (\pi; 2\pi)$

**Найти значение функции:**

$$y = \sin 2x, x = -\frac{5\pi}{6}$$

**Найти значение функции:**

$$y = \sin 2x, x = -\frac{5\pi}{6}$$

$$y = \sin\left(2 \cdot \left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right) =$$

**Найти значение функции:**

$$y = \sin 2x, x = -\frac{5\pi}{6}$$

$$y = \sin\left(2 \cdot \left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) =$$

**Найти значение функции:**

$$y = \sin 2x, x = -\frac{5\pi}{6}$$

$$y = \sin\left(2 \cdot \left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right) = \sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\pi\right) =$$

$$= \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Найти значение функции:**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

**Найти значение функции:**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$y = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} =$$

**Найти значение функции:**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$y = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} =$$

**Найти значение функции:**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$y = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} =$$

**Найти значение функции:**

**Стр. 17, № 53**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{1}{\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)^2} = \end{aligned}$$

**Найти значение функции:**

**Стр. 17, № 53**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{1}{\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)^2} = \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \end{aligned}$$

**Найти значение функции:**

**Стр. 17, № 53**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{1}{\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)^2} = \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \end{aligned}$$

**Найти значение функции:**

**Стр. 17, № 53**

$$y = \frac{1}{\sin^2 x}; x = -\frac{19\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{19\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-4\pi - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sin^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right)} = \\ &= \frac{1}{\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)^2} = \frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \end{aligned}$$

**Стр.17, № 54**

**Выяснить принадлежат ли графику функции**

**$y = \sin x$  точки с координатами:  $\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**

**Выяснить принадлежат ли графику функции**

**$y = \sin x$  точки с координатами:**  $\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$x$   $y$

$$\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \neq -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

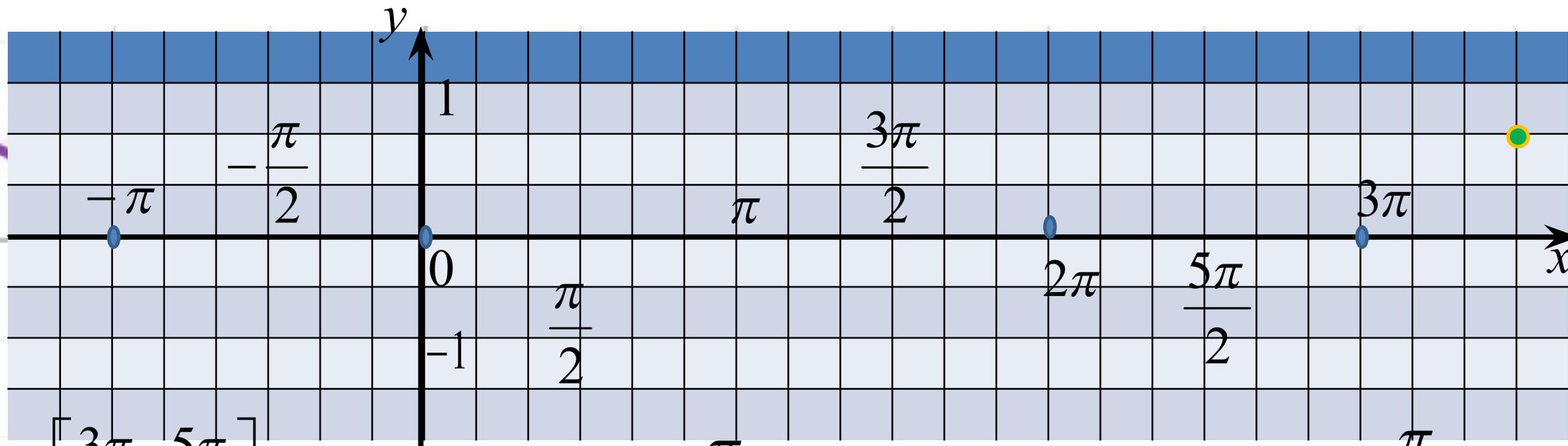
**Точка  $\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**

**графику  $y = \sin x$**

**не принадлежит**

# Стр. 17, № 55

Выяснить возрастает или убывает функция  $y = \sin x$  на промежутках: (запишите ответы)



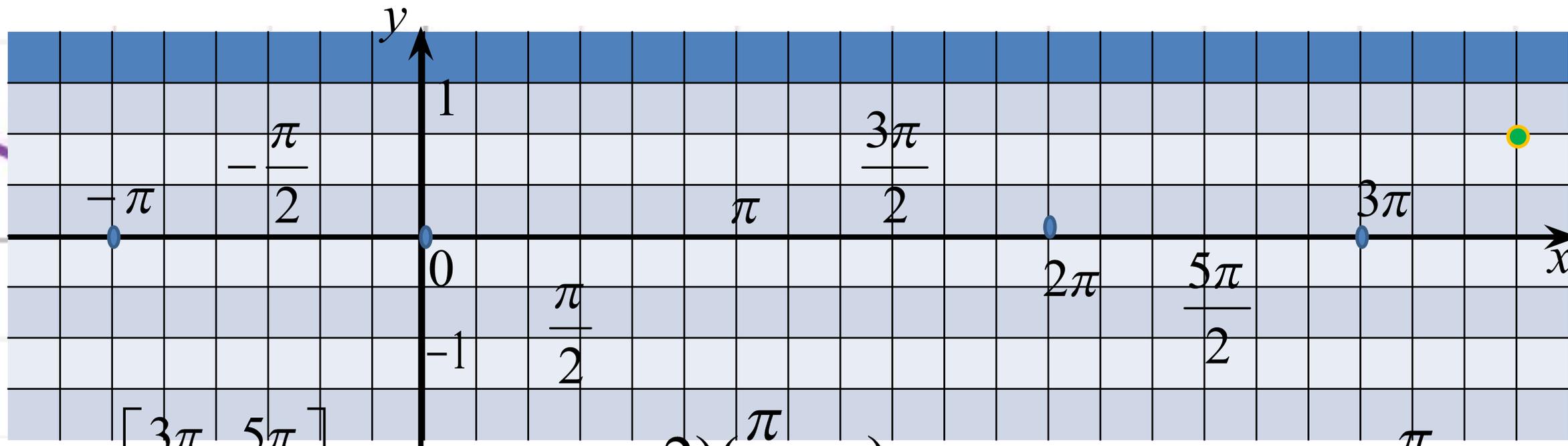
1)  $\left[ \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$

2)  $\left( \frac{\pi}{2}; \pi \right)$

3)  $\left( -\pi; -\frac{\pi}{2} \right)$

# Стр. 17, № 55

Выяснить возрастает или убывает функция  $y = \sin x$  на промежутках: (запишите ответы)



1)  $\left[ \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$

**возрастает**

2)  $\left( \frac{\pi}{2}; \pi \right)$

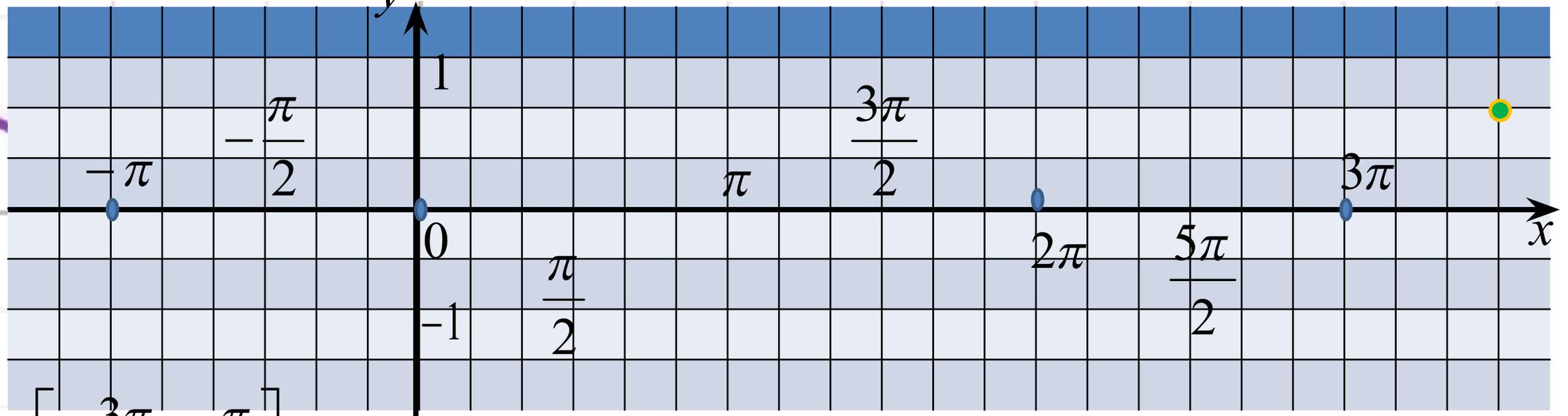
**убывает**

3)  $\left( -\pi; -\frac{\pi}{2} \right)$

**убывает**

Стр. 17, № 55

Выяснить возрастает или убывает функция  $y = \sin x$  на промежутках:

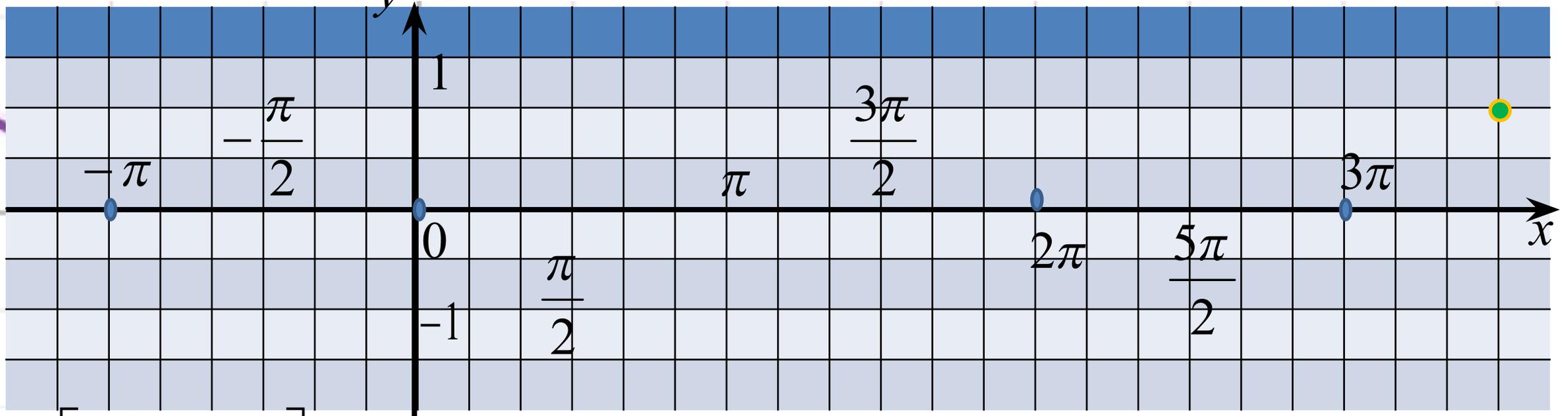


4)  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

5)  $[2; 4]$

6)  $(6; 7)$

Выяснить возрастает или убывает функция  $y = \sin x$  на промежутках:



4)  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

**убывает**

5)  $[2; 4]$

**убывает**

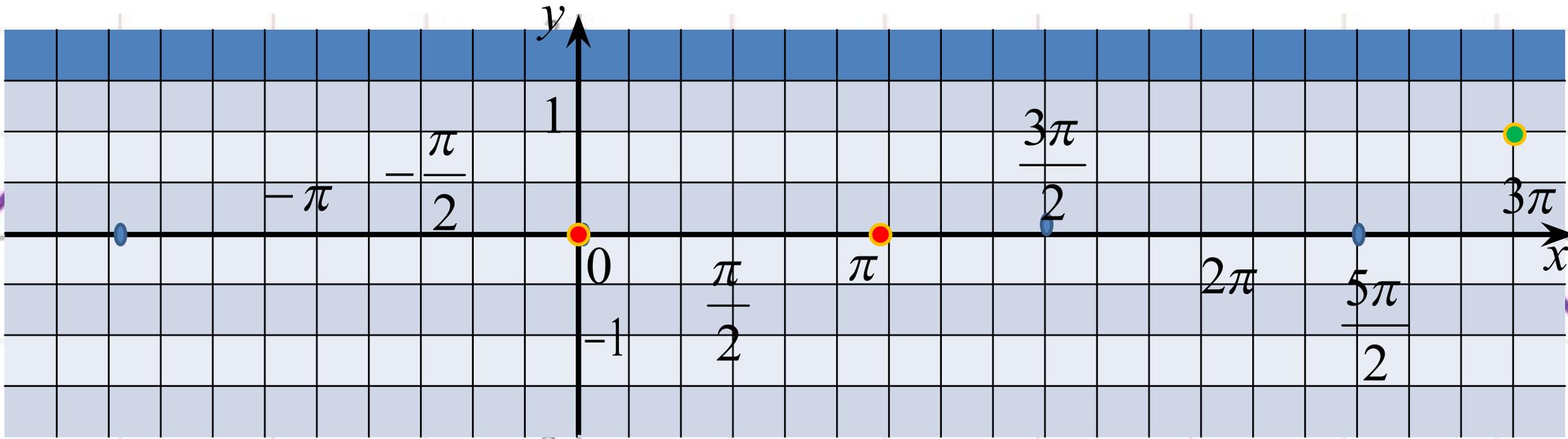
6)  $(6; 7)$

**возрастает**

# Стр. 17, № 56

$$y = \sin x$$

$$1) [0; \pi] =$$



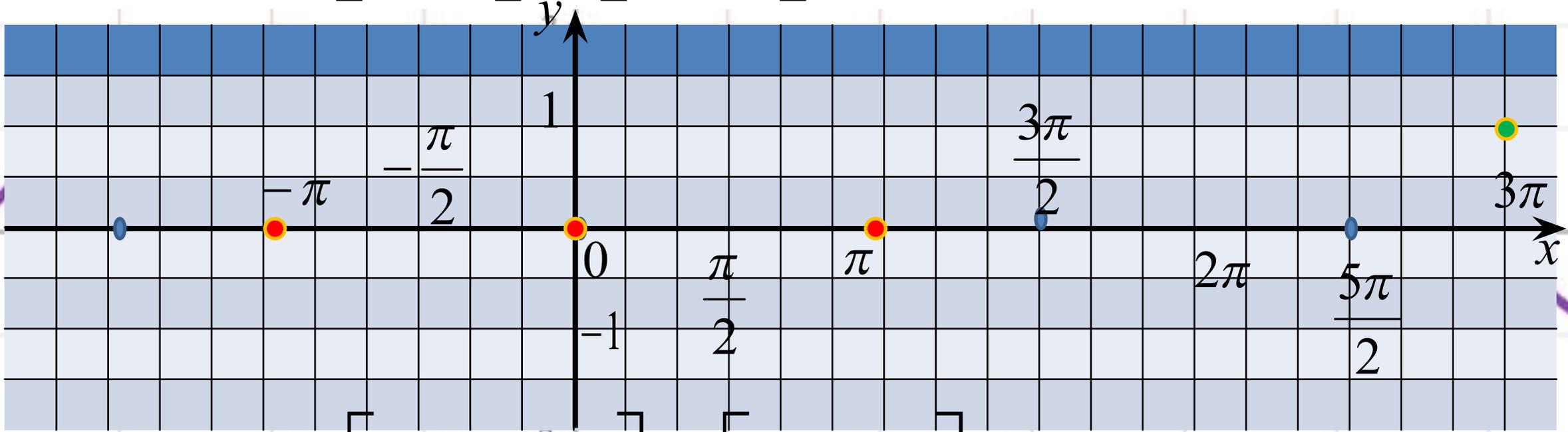
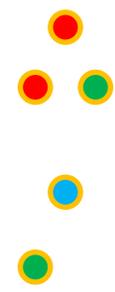
$$3) [-\pi; 0] =$$

**Проверка**

# Стр. 17, № 56

$y = \sin x$

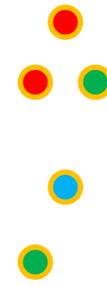
$$1) [0; \pi] = \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right] \boxtimes \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right]$$



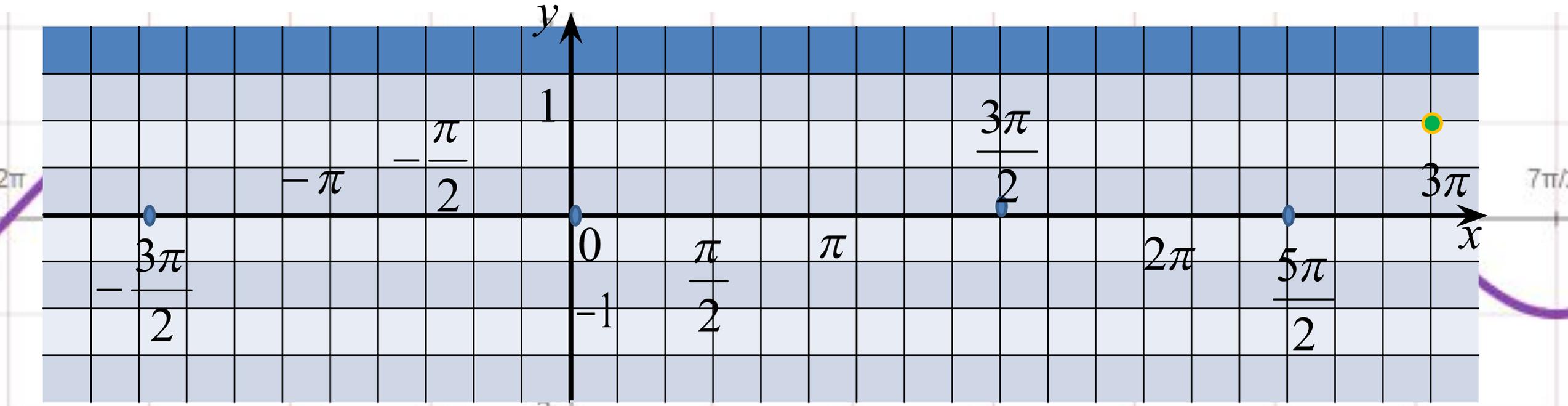
$$3) [-\pi; 0] = \left[ -\pi; -\frac{\pi}{2} \right] \boxtimes \left[ -\frac{\pi}{2}; 0 \right]$$

**Стр. 17, № 57**

$y = \sin x$



**По образцу задания №34**



***Решить:***

***Стр.18, №38***

***Стр.24, №61***

# Оцените свое усвоение материала в классе

**«5»**- все было понятно и задания выполнялись без особого труда;

**«4»** – были трудные моменты, осталось еще раз разобратить задания, чтобы не было проблем в будущем;

**«3»**- остались непонятными некоторые задания из-за пробелов в знаниях. Следует поработать **индивидуально.**

**1. Теория. Глава I, §4**

**(разобрать до задачи 1)**

**Выучить свойства функций**

$$y = \cos x; \quad y = \sin x$$

**2. Практика. \*Стр.23-24,**

**№№52-57(ост),**

# Тренировочный тест.

1. Какая из функций является четной?

А.  $y = \sin x$     Б.  $y = \operatorname{tg}(x)$     В.  $y = \cos x$     Г.  $y = \operatorname{ctg}(x)$

2. Какая из функций является нечетной?

А.  $y = \cos x + 1$     Б.  $y = 2 \cdot \operatorname{tg}(x - 3)$     В.  $y = \sin^2 x$     Г.  $y = \frac{1}{2} \sin 2x$

3. Какая из функций не является четной, не является нечетной?

А.  $y = \sin x + 2$     Б.  $y = \cos x \cdot \sin x$     В.  $y = 2 \sin(\pi - x)$     Г.  $y = |\operatorname{tg}(x)|$

4. Найдите наименьший положительный период функции  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

А.  $\pi$     Б.  $2\pi$     В.  $\frac{11\pi}{6}$     Г.  $\frac{5\pi}{6}$

5. Какая из функций имеет период  $2\pi$ ?

А.  $y = \sin \frac{x}{2}$     Б.  $y = \operatorname{tg}(x)$     В.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$     Г.  $y = 2 \cdot \operatorname{ctg}(x)$

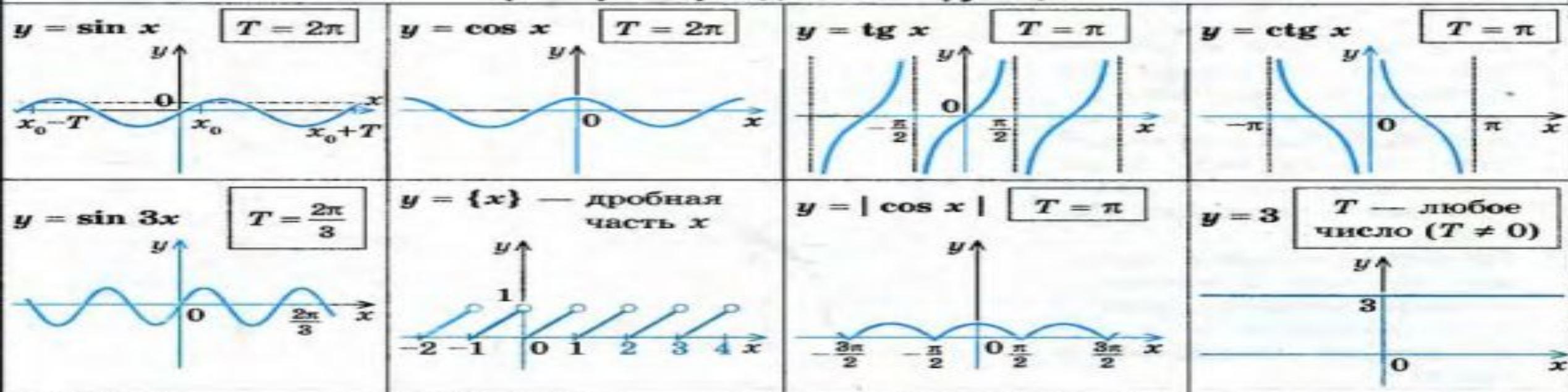
# ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

**Определение.** Функцию  $f$  называют *периодической* с периодом  $T \neq 0$ , если для любого  $x$  из области определения числа  $f(x + T) = f(x - T) = f(x)$

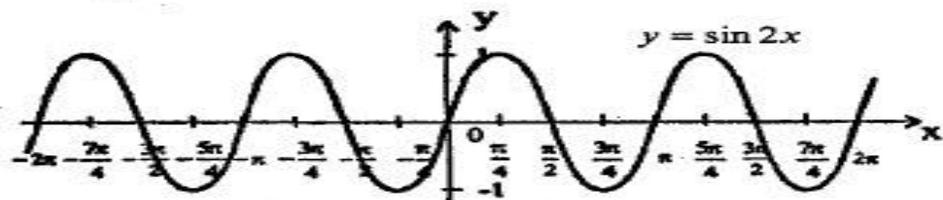
## Свойства

1. Если число  $T$  — период функции  $f$ , то число  $k \cdot T$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) также является периодом этой функции
2. Если функция  $y = f(x)$  периодическая с периодом  $T$ , то функция  $y = Af(kx + b)$  также периодическая и ее период равен  $\frac{T}{|k|}$  ( $A, k, b$  — постоянные числа и  $k \neq 0$ )
3. Если функция  $y = f(x)$  периодическая с периодом  $T$ , то сложная функция (функция от функции)  $y = \varphi(f(x))$  также периодическая с периодом  $T$  (хотя, возможно, этот период и не является наименьшим по абсолютной величине)
4. Для построения графика периодической функции с периодом  $T$  достаточно построить график на отрезке длиной  $T$ , а далее — параллельно перенести этот график вдоль оси  $Ox$  на расстояние  $nT$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) влево и вправо

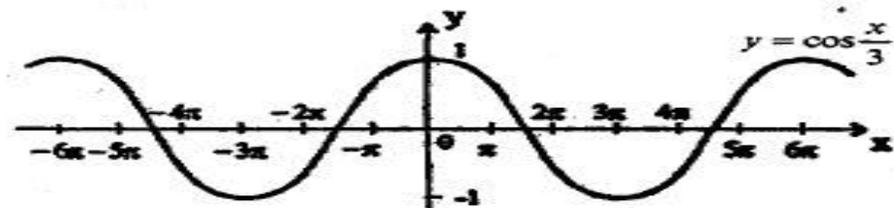
## Примеры периодических функций



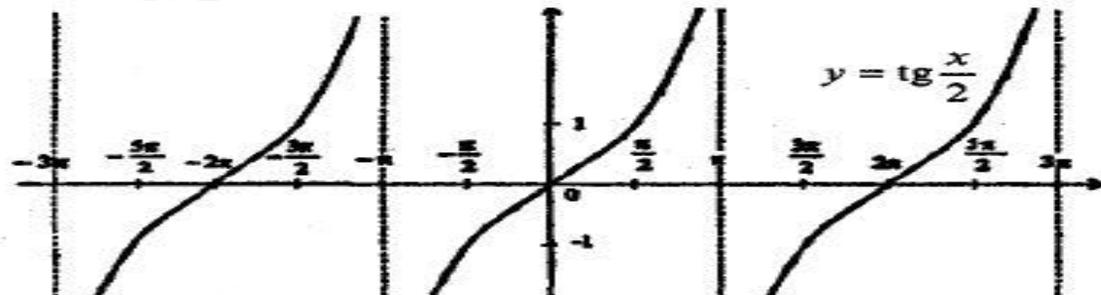
a)  $y = \sin 2x$ ;  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ;



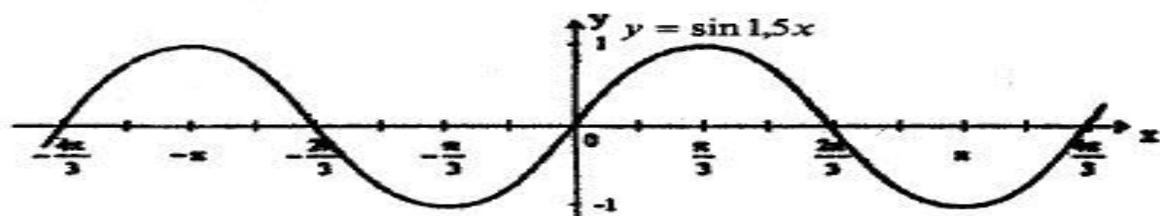
б)  $y = \cos \frac{x}{3}$ ;  $T = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi$ ;



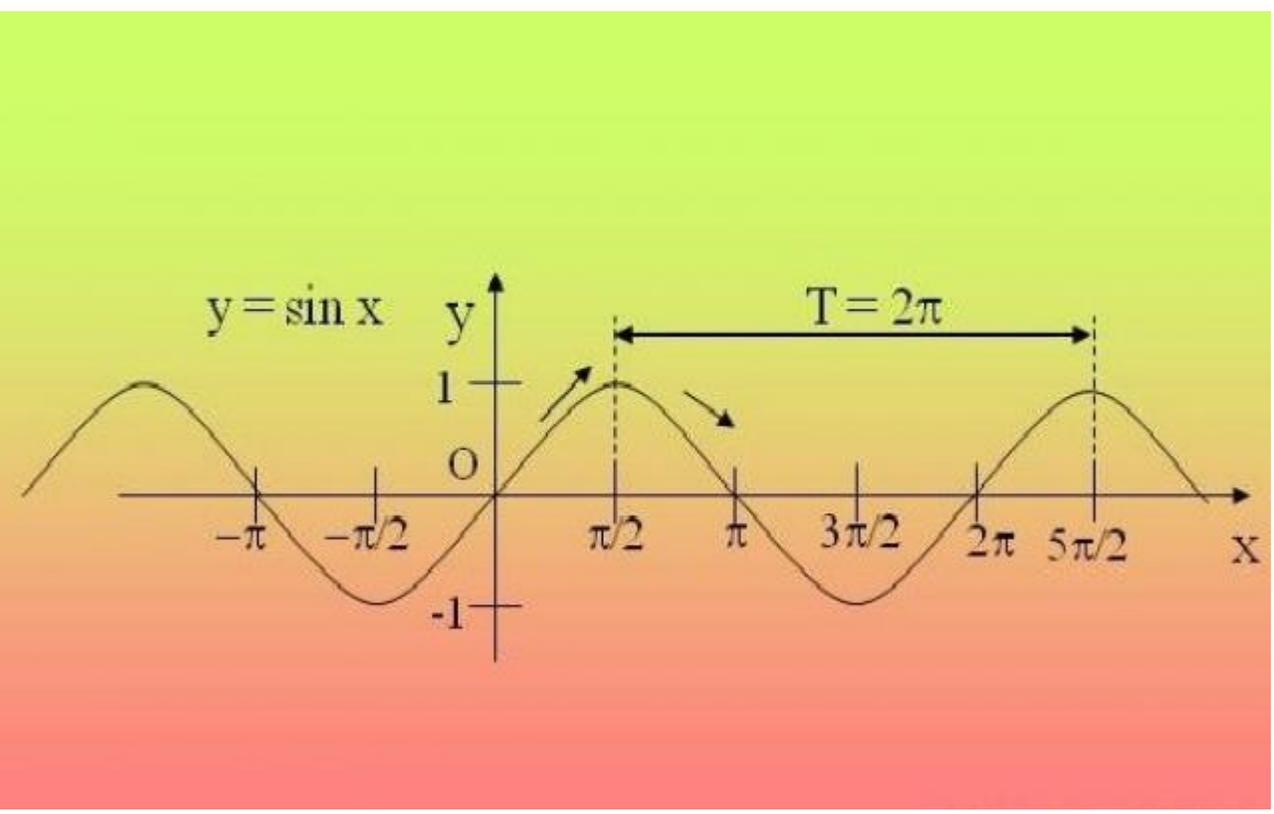
в)  $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ;  $T = \frac{\pi}{1/2} = 2\pi$ ;



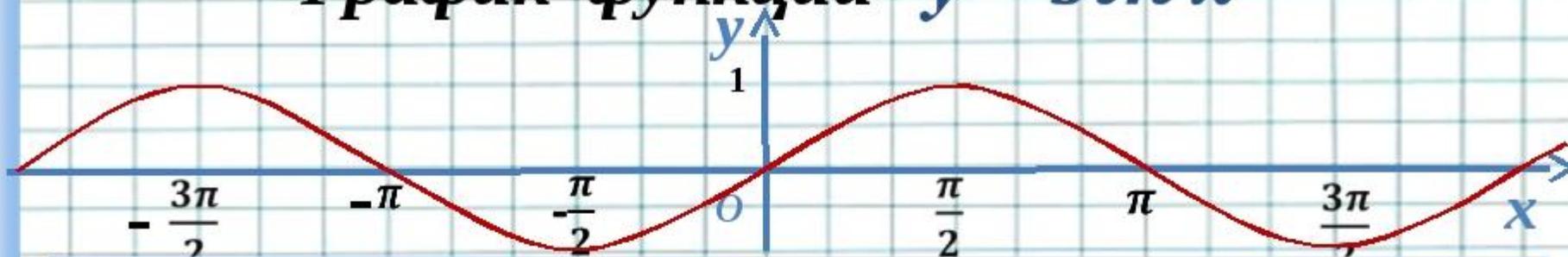
г)  $y = \sin 1,5x$ ;  $T = \frac{2\pi}{1,5} = \frac{4}{3}\pi$ ;



где  $T$  — наименьший положительный период функции  $y(x)$ .



# График функции $y = \sin x$



Свойства функции		$y = \sin x$
Область определения		$(-\infty; +\infty)$
Точки пересечения графика с осями координат	с Oy	$(0; 0)$
	с Ox	$(\pi n; 0)$
Четность / нечетность		нечетная
Промежутки монотонности	возрастания	$(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$
	убывания	$(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n)$
Экстремумы	max	$(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 1)$
	min	$(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; -1)$
Периодичность		$T = 2\pi$
Промежутки знакопостоянства	$y > 0$	$(2\pi n; \pi + 2\pi n)$
	$y < 0$	$(-\pi + 2\pi n; 2\pi n)$
Множество значений		$[-1; 1]$

$$y = \cos x$$

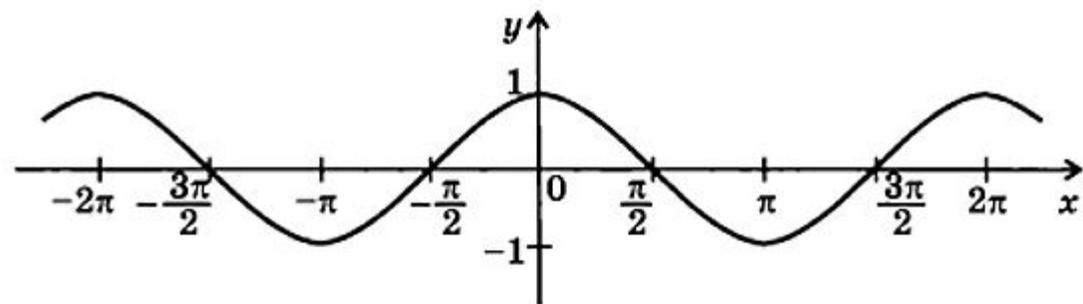


график — косинусоида

### СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- Область определения:  $\mathbb{R}$
- Область значений:  $[-1; 1]$
- Четность, нечетность: функция четная
- Период:  $2\pi$
- Нули:  $y = 0$  при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- Промежутки знакопостоянства:  
 $\cos x > 0$  при  $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$   
 $\cos x < 0$  при  $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$
- Экстремумы:  
 $x_{\min} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y_{\min} = -1$   
 $x_{\max} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; y_{\max} = 1$
- Промежутки монотонности: