

Приведённое квадратное уравнение.

Теорема Виета



Устная работа

Назовите коэффициенты квадратных уравнений

$$1. x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$2. 2x^2 + 6x = 6$$

$$3. 7x^2 - 14x = 0$$

$$4. x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$5. 3x^2 - 5x + 19 = 0$$

$$6. x^2 - 13x = 0$$



$ax^2+bx+c=0, a \neq 0$ –общий вид квадратного уравнения

Разделим обе части уравнения на a , получим:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Обозначим $\frac{b}{a} = p, \frac{c}{a} = q$



Полученное уравнение:

$x^2+px+q=0$ называется приведённое квадратное уравнение



Выведем формулу для вычисления корней приведённого квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Если $a = 1, b = p, c = q$, то формулу можно записать

в виде : $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2 - 4q}{4}} =$

$$= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - \frac{4q}{4}} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$



Решить

уравнение:

$$x^2 - 14x + 33 = 0;$$

$$p = -14, -\frac{p}{2} = 7, q = 33$$

$$x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49 - 33} = 7 \pm 4$$

$$x_1 = 7 + 4 = 11$$

$$x_2 = 7 - 4 = 3$$

Ответ : 3; 11

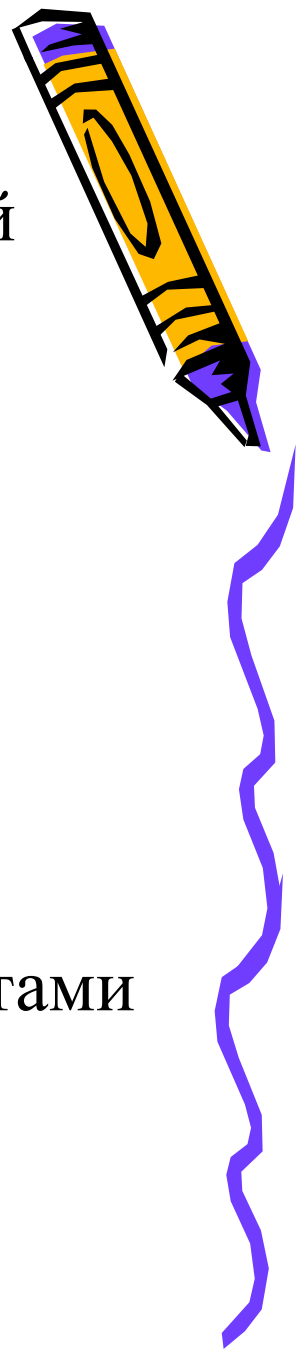


Решить уравнения, используя формулу корней
приведённого квадратного уравнения

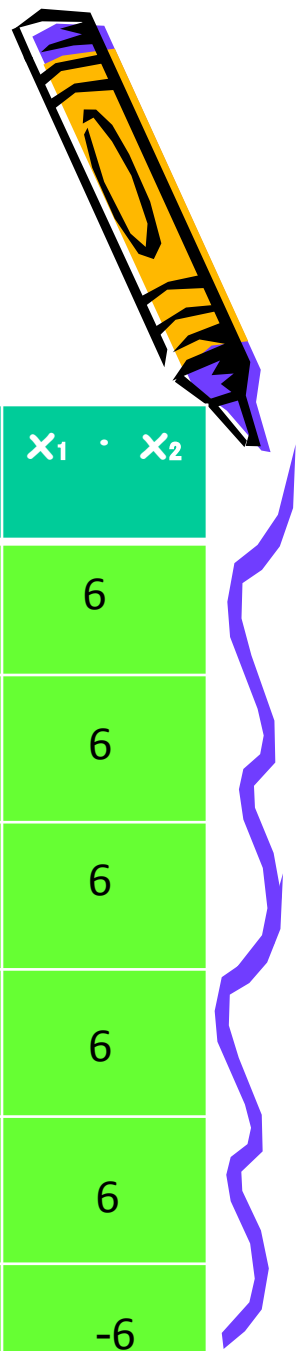
№450



Найдём способ решения приведённых
квадратных уравнений с целыми коэффициентами



Исследуем связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения



| Уравнение | p | q | x ₁ | x ₂ | x ₁ + x ₂ | x ₁ · x ₂ |
|--------------------|----|----|-----------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|
| $x^2 + 5x + 6 = 0$ | 5 | 6 | -2 | -3 | -5 | 6 |
| $x^2 - 5x + 6 = 0$ | -5 | 6 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| $x^2 - 7x + 6 = 0$ | -7 | 6 | 1 | 6 | 7 | 6 |
| $x^2 + 7x + 6 = 0$ | 7 | 6 | -1 | -6 | -7 | 6 |
| $x^2 - 8x + 6 = 0$ | -8 | 6 | $4 - \sqrt{10}$ | $4 + \sqrt{10}$ | 8 | 6 |
| $x^2 - x - 6 = 0$ | -1 | -6 | -2 | 3 | 1 | -6 |



Внимательно посмотрите на заполненную таблицу

Найдите связь между суммой и произведением

корней и коэффициентами p и q

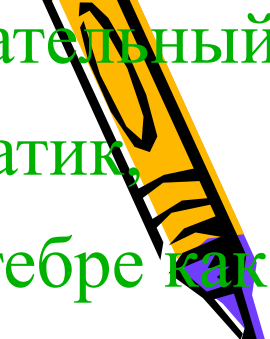
$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$






1540-1603



Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления. Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнаружена в 1591 г. Теперь она носит имя Виета



Теорема Виета

Дано: x_1 и x_2 - корни
уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

**Сумма корней
приведенного
квадратного
уравнения равна
второму
коэффициенту,
взятому с
противоположным
знаком, а
произведение корней
равно свободному
члену.**



Теорема Виета

План доказательства:

1. Записать формулы для нахождения x_1 и x_2 ;
2. Найти сумму корней: $x_1 + x_2$;
3. Найти произведение корней: $x_1 \cdot x_2$.



Теорема Виета

Доказательство:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} + \left(-\frac{p}{2}\right) - \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q} = \\ &= -\frac{p}{2} + \left(-\frac{p}{2}\right) = -p\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right) = \\ &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + q = q\end{aligned}$$





1. Определите, верно ли сформулирована теорема: Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с



Нет, для неприведенного квадратного уравнения теорему Виета можно сформулировать так:

Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a};$$

противоположным знаком делённому на старший коэффициент;

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

произведение

корней квадратного уравнения равно свободному члену, делённому на



По праву достойна в стихах
быть воспета
О свойствах корней теорема
Виета.

Что лучше, скажи,
постоянства такого:
Умножишь ты корни — и
дробь уж готова?
В числителе c , в
знаменателе a

А сумма корней тоже дроби
равна.

Хоть с минусом дробь, что
за беда!

В числителе b , в



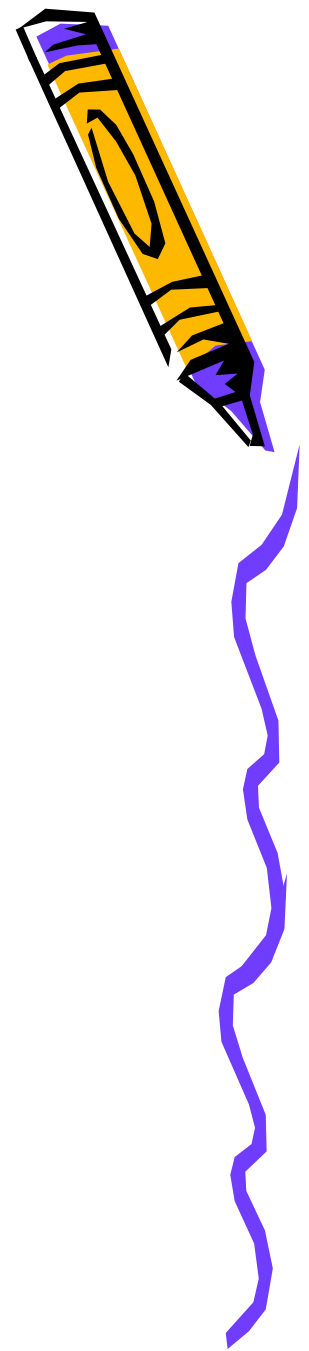
Используя теорему Виета найдите
сумму
и произведение корней уравнений:

$$x^2 + 13x + 11 = 0;$$

$$x^2 + 3x - 8 = 0;$$

$$2x^2 - 9x + 5 = 0;$$

$$2x^2 - 3x - 17 = 0.$$



**Выберите уравнение сумма корней
которого равна -7, а произведение
равно -11**



1) $x^2 - 7x + 11 = 0$

2) $x^2 + 7x - 11 = 0$

3) $x^2 + 7x + 11 = 0$

4) $x^2 - 11x - 7 = 0$

5) $x^2 + 11x - 7 = 0$



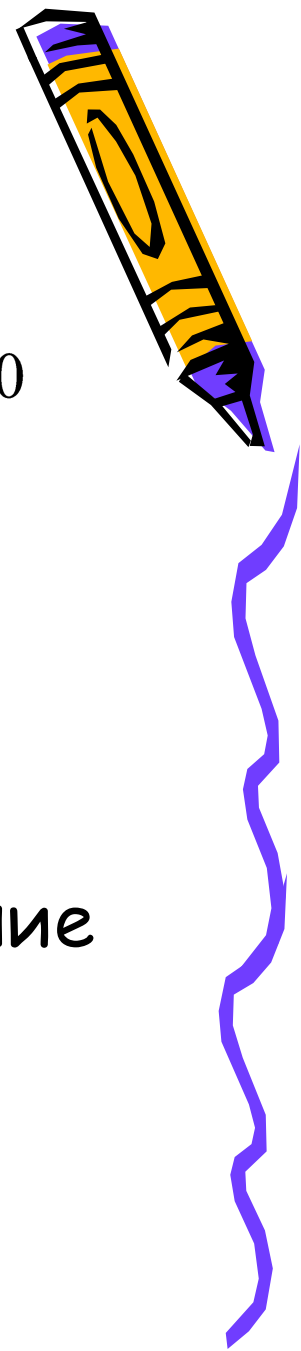
Выделите в теореме Виета условие и заключение.

Услови x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + px + q = 0$
е:

Заключени $x_1 + x_2 = -p$

е: $x_1 \cdot x_2 = q$

Поменяйте условие и заключение местами.



Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$

Тогда числа x_1 , x_2 и p , q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:

Если числа p, q, x_1, x_2 таковы, что

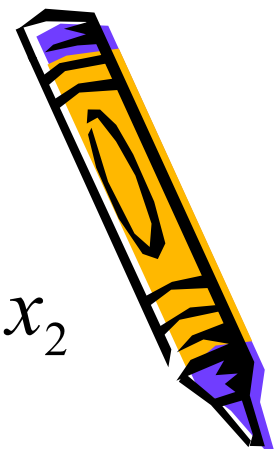
$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$

Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$



Применение теоремы

Найти корни приведённого квадратного уравнения

методом подбора, используя теорему,

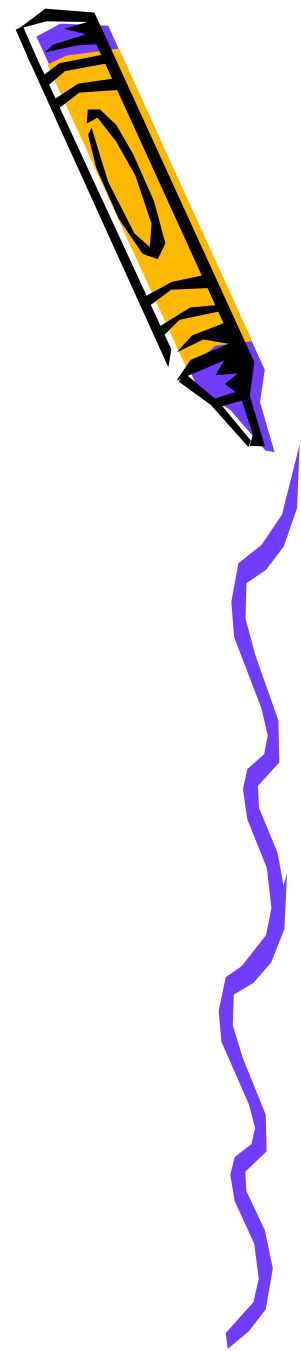
обратную теореме Виета

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3.$$



Определите знаки корней квадратного уравнения

$$x^2 + 3x - 14 = 0$$

1. Проверим, имеет ли уравнение корни.

Найдём $D = b^2 - 4ac$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 126 > 0$$

Уравнение имеет два различных корня.

Т.к. $q < 0$ то корни **разных**

Т.к. сумма **знаков** отрицательна, то корень с большим модулем отрицательный, а

корень с меньшим модулем положительный

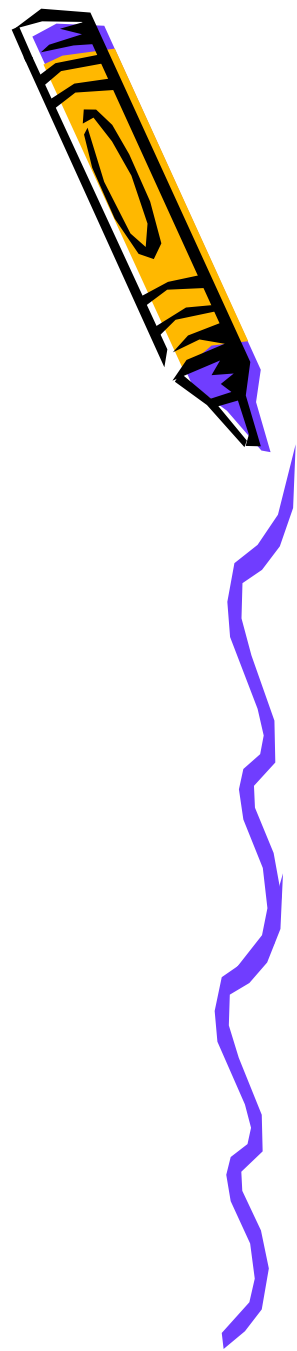


Решение задач из учебника:

№451(устно),454(устно),
№456

Каждое уравнение решить двумя
способами.

- 1) Применяя формулу корней для
приведённого
квадратного уравнения
- 2) Применяя теорему Виета



Домашнее
задание :

Выучить формулу корней приведённого
квадратного уравнения, теорему Виета и
обратную теорему
№450(2,4,6) решить двумя способами



Вы справились!

Молодцы!

Спасибо за урок



Вы справились!

Молодцы!