Приведённое квадратное уравнение.

Теорема Виета

Устная работа

Назовите коэффициенты квадратных уравнений

1. $x^2 + 4x - 6 = 0$
2. $2x^2 + 6x = 6$
3. $7x^2 - 14x = 0$
4. $x^2 + 5x - 1 = 0$
5. $3x^2 - 5x + 19 = 0$
6. $x^2 - 13x = 0$

$ax^2+вx+c=0, a \neq 0$ –общий вид квадратного уравнения

Разделим обе части уравнения на а, получим:

$$x^2 + \frac{в}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Обозначим $\frac{в}{a} = p, \frac{c}{a} = q$

Полученное уравнение:

$x^2+px+q=0$ называется приведённое квадратное уравнение

Выведем формулу для вычисления корней приведённого квадратного уравнения

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Если $a=1, b=p, c=q,$ *то формулу можно записать*

$$\text{в виде}: x_{1,2}=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2-4q}{4}}=$$

$$=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-\frac{4q}{4}}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Решить уравнение:

$$x^2 - 14x + 33 = 0;$$

$$p = -14, -\frac{p}{2} = 7, q = 33$$

$$x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49 - 33} = 7 \pm 4$$

$$x_1 = 7 + 4 = 11$$

$$x_2 = 7 - 4 = 3$$

$$\textit{Ответ}: 3; 11$$

Решить уравнения, используя формулу корней приведённого квадратного уравнения

№450

Найдём способ решения приведённых квадратных уравнений с целыми коэффициентами

Исследуем связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения

Исследуем связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения

	Уравнение	p	q	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
	$x^2 - 5x + 6 = 0$	-5	6	2	3	5	6
	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	1	6	7	6
	$x^2 + 7x + 6 = 0$	7	6	-1	-6	-7	6
	$x^2 - 8x + 6 = 0$	-8	6	$4-\sqrt{10}$	$4+\sqrt{10}$	8	6
	$x^2 - x - 6 = 0$	-1	-6	-2	3	1	-6

Внимательно посмотрите на заполненную таблицу

Найдите связь между суммой и произведением
корней и коэффициентами p и q

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

1540-1603

Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления.

Знаменитая теорема, устанавливающая

связь коэффициентов многочлена с его

корнями, была обнародована в 1591 г.

Теперь она носит имя Виета

Теорема Виета

Дано: x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

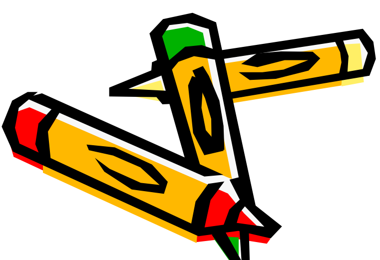
Теорема Виета

План доказательства:

1. **Записать формулы для нахождения x_1 и x_2;**

*2.***Найти сумму корней***:* **$x_1 + x_2$;**

*3.***Найти произведение корней***:* **$x_1 \cdot x_2$.**



Теорема Виета

Доказательство:

$$x_1+x_2=-\frac{p}{2}+\cancel{\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}+\left(-\frac{p}{2}\right)-\cancel{\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}}=$$

$$=-\frac{p}{2}+\left(-\frac{p}{2}\right)=-p$$

$$x_1\cdot x_2=\left(-\frac{p}{2}+\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}\right)\cdot\left(-\frac{p}{2}-\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}\right)=$$

$$=\left(-\frac{p}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2-q}\right)^2=\cancel{\left(-\frac{p}{2}\right)^2}-\cancel{\left(-\frac{p}{2}\right)^2}+q=q$$

1.Определите, верно ли сформулирована теорема: **Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену**

Нет, для неприведённого квадратного уравнения теорему Виета можно сформулировать так:

Сумма корней квадратного уравнения
равна второму коэффициенту, взятому
противоположным знаком делённому на
старший коэффициент; произведение
корней квадратного уравнения равно
свободному члену, делённому на

$$x_1 + x_2 = -\frac{в}{a};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

По праву достойна в стихах быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.
Что лучше, скажи, постоянства такого:
Умножишь ты корни — и дробь уж готова?
В числителе c, в знаменателе a
А сумма корней тоже дроби равна.
Хоть с минусом дробь, что за беда!
В числителе $в$, в

Используя теорему Виета найдите сумму
и произведение корней уравнений:

$x^2 + 13x + 11 = 0;$

$x^2 + 3x - 8 = 0;$

$2x^2 – 9x + 5 = 0;$

$2x^2 - 3x - 17 = 0.$

Выберите уравнение сумма корней которого равна *-7*, **а произведение равно** *-11*

1) $x^2 - 7x + 11 = 0$

2) $x^2 + 7x - 11 = 0$

3) $x^2 + 7x + 11 = 0$

4) $x^2 - 11x - 7 = 0$

5) $x^2 + 11x - 7 = 0$

Выделите в теореме Виета условие и заключение.

Условие: $x_1 и\ x_2 - корни\ уравнения\ x^2 + px + q = 0$

Заключение:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 - q$$

Поменяйте условие и заключение местами.

Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения
$x^2 + px + q = 0$.
Тогда числа x_1, x_2 и p, q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:

Если числа p,q,x_1, x_2 таковы, что

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения
$x^2 + px + q = 0$.

Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда
$x_1 + x_2 = - p$, $x_1 \cdot x_2 = q$

Применение теоремы

Найти корни приведённого квадратного уравнения
методом подбора, используя теорему, обратную теореме Виета

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3.$$

Определите знаки корней квадратного уравнения

$$x^2 + 3x - 14 = 0$$

1. Проверим, имеет ли уравнение корни.

Найдём $D = b^2 - 4ac$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 126 \rangle 0$$

Уравнение имеет два различных корня.

Т.к. $q \langle 0$ то корни разных знаков

Т.к. сумма корней отрицательна, то корень с большим модулем отрицательный, а корень с меньшим модулем положительный

Решение задач из учебника:

№451(устно),454(устно),
№456

Каждое уравнение решить двумя способами.

1) Применяя формулу корней для приведённого
квадратного уравнения
2) Применяя теорему Виета

Домашнее
задание :

Выучить формулу корней приведённого квадратного уравнения, теорему Виета и обратную теорему

№450(2,4,6) решить двумя способами

Спасибо за урок