СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ.

МБОУ «Раздольненская школа-гимназия №2 им. Л. Рябики»
Республика Крым

Учитель математики Шлейникова Юлия Юрьевна

РАССМОТРИМ ПОНЯТИЕ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

ЗАДАЧА

В ДВУХ СЕДЬМЫХ КЛАССАХ 57 УЧЕНИКОВ. В 7 «Б» НА 15 УЧЕНИКОВ БОЛЬШЕ, ЧЕМ В 7 «А». СКОЛЬКО УЧЕНИКОВ В КАЖДОМ КЛАССЕ?

ПУСТЬ В 7 «Б» – ***Х*** УЧЕНИКОВ, ТОГДА В 7 «А» - ***У*** УЧЕНИКОВ. ПО УСЛОВИЮ ЗАДАЧИ В ДВУХ КЛАССАХ 57 УЧЕНИКОВ, Т.Е. ***Х+У=57.*** В 7 «Б» НА 5 УЧЕНИКОВ БОЛЬШЕ, Т.Е. ***Х-У=15***

ЗАПИШЕМ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ:

$$\begin{cases} Х+У=57 \\ Х-У=15 \end{cases}$$

ПАРА ЧИСЕЛ 36 И 21 УДОВЛЕТВОРЯЕТ КАЖДОМУ УРАВНЕНИЮ, Т.К. ПРИ ИХ ПОДСТАНОВКЕ ПОЛУЧАЕМ ВЕРНЫЕ ЧИСЛОВЫЕ РАВЕНСТВА:

$$\begin{cases} 36+21=57 \\ 36-21=15 \end{cases}$$

ОНИ ЯВЛЯЮТСЯ РЕШЕНИЕМ СИСТЕМЫ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ.

РЕШЕНИЕМ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ НАЗЫВАЕТСЯ ПАРА ЗНАЧЕНИЙ ПЕРЕМЕННЫХ, ПРИ КОТОРЫХ КАЖДОЕ УРАВНЕНИЕ ОБРАЩАЕТСЯ В ВЕРНОЕ РАВЕНСТВО.

РЕШИТЬ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ – ЭТО НАЙТИ ВСЕ ЕЕ РЕШЕНИЯ ИЛИ ДОКАЗАТЬ, ЧТО РЕШЕНИЙ НЕТ.

ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ГРАФИКИ ЭТИХ УРАВНЕНИЙ (ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ).

- Решим систему уравнений

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-2y=-3 \end{cases}$$

Построим графики уравнений системы. Для этого выразим переменную y в каждом уравнении. Получаем систему уравнений

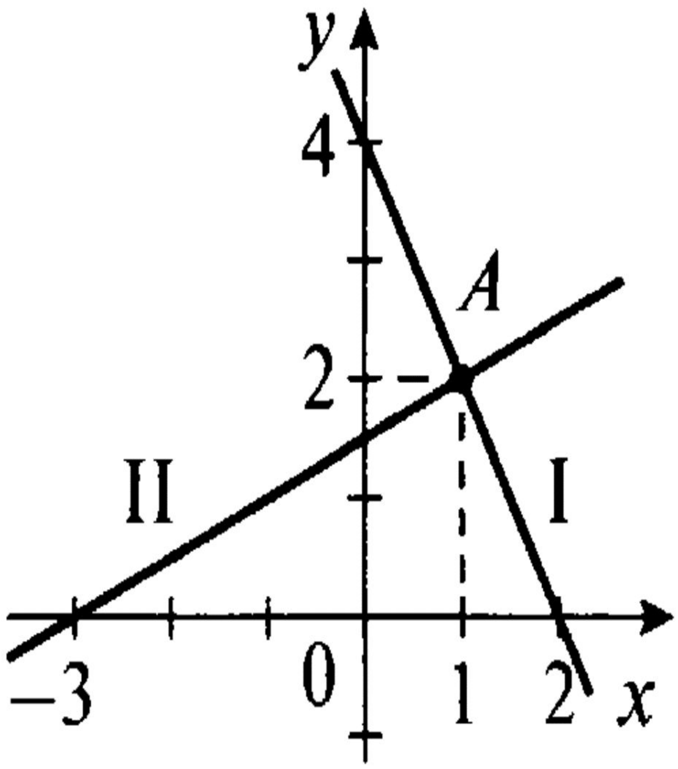
$$\begin{cases} y=4-2x \\ y=1/2x+3/2 \end{cases}$$

x	2	0
y	0	4

x	-3	0
y	0	1,5

ГРАФИКОМ ПЕРВОГО УРАВНЕНИЯ ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМАЯ I, Т. Е. КООРДИНАТЫ ВСЕХ ТОЧЕК ЭТОЙ ПРЯМОЙ УДОВЛЕТВОРЯЮТ ТАКОМУ УРАВНЕНИЮ. ГРАФИКОМ ВТОРОГО УРАВНЕНИЯ ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМАЯ II.

Имеем точку А, в которой данные прямые пересекаются. Поэтому координаты этой точки удовлетворяют каждому уравнению системы, т.е. являются ***решением системы уравнений.*** Определяем координаты точки А и находим x=1; y=2. Подставив эти значения в систему уравнений, убеждаемся, что они являются решением этой системы.



ВЫВОД

- Плюсы графического способа:

Наглядность метода (по взаимному расположению графиков можно видеть сколько решений имеет система: одно или два, не имеет решений или бесконечное множество решений).

- Минусы графического способа:

При помощи графиков обычно можно найти лишь приближенные значения решений.

КОЛИЧЕСТВО РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.

Запишем общий вид системы:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

где x и y – переменные, $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ некоторые числа. Если из каждого уравнения выразить переменную y, то систему можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} y = k_1x + d_1, \\ y = k_2x + d_2, \end{cases}$$

где k_1, k_2, d_1, d_2 – некоторые числа. В зависимости от расположения прямых, соответствующих каждому уравнению системы, возможны 3 варианта решений.

КОЛИЧЕСТВО РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.

- Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (или $k_1 \neq k_2$) то ***прямые пересекаются*** и система имеет ***единственное решение.***
- Если , то ***прямые параллельны*** и систем $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (или $k_1 = k_2$ и $d_1 \neq d_2$) ***ий.***

Если система уравнений не имеет решений, то она называется несовместной.

- Если . то ***прямые совпадают*** и систем $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (или $k_1 = k_2$ и $d_1 = d_2$) ***но много решений.***

Если система имеет бесконечно много решений, то она называется неопределенной.

Пример 1

При каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases}(2a-1)x+3y=7a+1,\\(a+2)x+2y=5a-3\end{cases}$$ имеет единственное решение?

Пример 2

При каком значении a система уравнений

$$\begin{cases}(2a-1)x+3y=7a+1,\\(2a+1)x+5y=5a-3\end{cases}$$ несовместна?

Пример 3

При каком значении a система уравнений

$$\begin{cases}(2a-1)x+3y=7a+1,\\(a+1)x+6y=11a+5\end{cases}$$ неопределенна? Укажите решения си-

стемы.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- П.42 учить определения
- № 1060 (в, г)
- № 1062 (в, г)
- № 1065