

# Тема урока: «Производная показательной функции. Число $e$ »

---

- *«Арифметические знаки – это записанные геометрические фигуры, а геометрические фигуры – это нарисованные формулы»*

*Гильберт Давид (1862 – 1943)»*



# Устные упражнения

---

□ Найдите производные функций:

а)  $y = 5x^3$ ,    б)  $y = 2x - 4x^5$ ,

в)  $y = \sin 4x$ ,    г)  $y = \operatorname{tg}4x$ ,

д)  $y = 4 \cos (7x - 12)$



# Устные упражнения

---

□ Найдите общий вид первообразных для функций:

а)  $y = 12x^3$ ,    б)  $y = 2 - 4x^5$ ,

в)  $y = \cos 4x$ ,    г)  $y = 1/\cos^2 x$ ,

д)  $y = 14 \cos (7x - 12)$



# Число $e$ .

---

## 1 задание.

Нарисуйте графики показательной функции  $y = a^x$  для  $a = 2$  и  $a = 3$ .

## 2 задание.

Проведите касательные в точке с абсциссой  $0$ .

## 3 задание.

Чему равны углы наклона этих касательных?

---



# Число $e$ .

---

## **Определение:**

$e$  – это такое число, что угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = e^x$  в точке  $x = 0$  равен единице (т.е. касательная в этой точке образует с осью абсцисс угол  $45^\circ$  )

$$\frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} \rightarrow 1 \quad \text{при } \Delta x \rightarrow 0$$





# Число $e$ .

---

$$2 > e > 3$$

$$e = 2,718281828459045\dots$$

$$e \approx 2,718$$

Функция  $y = e^x$  называется экспонентой.

$$y = \exp x \text{ («экспа от } x \text{»)}$$





# Число $e$ .

---

Подумайте, понятен ли вам смысл таких распространённых выражений:

*«Численность бактерий растёт по экспоненте»,*



*«Сила тока затухает по экспоненте»,*

*«Его успехи растут по экспоненте».*



# Производная показательной функции

---

Функция  $e^x$  дифференцируема в каждой точке области определения и

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{5x})' = (5x)' (e^{5x}) = 5e^{5x}$$

$$(Xe^x)' = e^x + Xe^x = e^x(1+x)$$





# Натуральный логарифм

---

## ***Определение:***

Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию  $e$

$$\ln x = \log_e x$$



# Производная показательной функции

---

## Задание

*Найдите производную для функций:*

а)  $y = 3e^x$

$$3e^x$$

б)  $y = e^{2x} + \cos 2x$

$$2e^{2x} - 2 \sin 2x$$

в)  $y = 4e^{-x} + (0,5x - 4)^2$

$$-4e^{-x} + (0,5x - 4)$$



# Производная показательной функции

---

Функция  $a^x$  дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(5^x)' = 5^x \ln 5$$

$$(7^{-8x})' = (-8) \cdot 7^{-8x} \ln 7$$



# Производная показательной функции

---

## Задание

Найдите производную для функций:

а)  $y = 3 \cdot 5^x$

$$3 \cdot 5^x \ln 5$$

б)  $y = 4^{2x} - \operatorname{tg} 2x$

$$2 \cdot 4^{2x} \ln 4 - 2 / \cos^2 2x$$

в)  $y = 4 \cdot 3^{-x} - (4 - 0,2x)^5$

$$-4 \cdot 3^{-x} \ln 3 + (0,5x - 4)^4$$



# Первообразная показательной функции

---

## **Определение:**

Первообразной для функции  $a^x$  на множестве всех действительных чисел является функция

$$\underline{a}^x$$

**ln a**



# Первообразная показательной функции

---

$$f(x) = 8^x$$

$$F(x) = 8^x / \ln 8 + C$$



$$f(x) = 4 \cdot 5^x - \cos 0,5x$$

$$F(x) = 4 \cdot 5^x / \ln 5 - 2 \sin 0,5x + C$$

---

# Первообразная показательной функции

---

## Задание

Найдите общий вид первообразных для функций:

a)  $y = 2 \cdot 4^x$

$$2 \cdot 4^x / \ln 4 + C$$

b)  $y = 0,2^{2x}$

$$0,5 \cdot 0,2^{2x} / \ln 0,2 + C$$

