

Производная



**ВЫЧИСЛЕНИЯ
ПРОИЗВОДНЫХ**

Производная



Производная степени и многочлена

$$(2x - 4)' = 2$$

$$(7 - 9x)' = -9$$

$$(6x - 3)' = 6$$

$$(5 - 4x)' = -4$$

$$(3x + 7)' = 3$$

$$(6 - 3x)' = -3$$

$$(5x + 8)' = 5$$

$$(7x - 9)' = 7$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(x^5)' = 5x^4$$

$$(x^6)' = 6x^5$$

$$(x^8)' = 8x^7$$

$$(x^{12})' = 12x^{11}$$

$$(x^{15})' = 15x^{14}$$

$$(x^{23})' = 23x^{22}$$

$$(x^{-3})' = -3x^{-4}$$

$$(x^{-5})' = -5x^{-6}$$

$$(x^{-6})' = -6x^{-7}$$

$$(x^{-8})' = -8x^{-9}$$

$$(x^{-12})' = -12x^{-13}$$

$$(x^{-15})' = -15x^{-16}$$

$$(x^{-23})' = -23x^{-24}$$

$$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$\left(x^{-\frac{2}{3}}\right)' = -\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{3}}$$

$$\left(x^{\frac{4}{7}}\right)' = \frac{4}{7}x^{-\frac{3}{7}}$$

$$\left(x^{-\frac{5}{7}}\right)' = -\frac{5}{7}x^{-\frac{12}{7}}$$

$$\left(x^{\frac{7}{3}}\right)' = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$$

$$\left(x^{-\frac{4}{3}}\right)' = -\frac{4}{3}x^{-\frac{7}{3}}$$

$$\left(x^{\frac{5}{8}}\right)' = \frac{5}{8}x^{-\frac{3}{8}}$$

Производная степени и многочлена

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\sqrt{7x})' = \frac{7}{2\sqrt{7x}}$$

$$(\sqrt{3x})' = \frac{3}{2\sqrt{3x}}$$

$$(\sqrt{5x+8})' = \frac{5}{2\sqrt{5x+8}}$$

Производная степени и многочлена

$$\left(\sqrt[5]{6x-3}\right)' = \left((6x-3)^{\frac{1}{5}}\right)' =$$

$$= \frac{1}{5} (6x-3)^{-\frac{4}{5}} \cdot 6 =$$

$$= \frac{6}{5} (6x-3)^{-\frac{4}{5}}$$

Производная степени и многочлена

$$\begin{aligned}(\sqrt[3]{2x-4})' &= \left((2x-4)^{\frac{1}{3}} \right)' = \\ &= \frac{1}{3} (2x-4)^{-\frac{2}{3}} \cdot 2 = \\ &= \frac{2}{3} (2x-4)^{-\frac{2}{3}}\end{aligned}$$

Производная степени и многочлена

$$(2x^5)' = 2 \cdot 5x^4 = 10x^4$$

$$(7x^4)' = 28x^3$$

$$(3x^{-7})' = 3 \cdot (-7) \cdot x^{-8}$$

$$(6x^{-8})' = -48x^{-9}$$

$$(5x^9)' = 45x^8$$

$$(10x^{-4})' = -40x^{-5}$$

$$(4x^{-2})' = -8x^{-3}$$

$$(8x^3)' = 24x^2$$

Производная степени и многочлена

$$(x^3 - 3x - 4)' = 3x^2 - 3$$

$$(x^5 + 6x^{-2} + 7)' = 5x^4 - 12x^{-3}$$

$$(x^6 - 9x^3 + 7x^2 - 2x + 6)' = 6x^5 - 27x^2 + 14x - 2$$

$$(x^8 + 2x^5 - 3x^3 + 9 - 5x^{-3})' = 8x^7 + 10x^4 - 9x^2 + 15x^{-4}$$

$$(x^{12} - 3x^6 + 4x^2 - 8x^{-2})' = 12x^{11} - 18x^5 + 8x + 16x^{-3}$$

$$(x^{15} + 3x^{-7} - 4x + 9)' = 15x^{14} - 21x^{-8} - 4$$

$$(x^{23} - 5)' = 23x^{22} \quad (x^8 - 4x^5)' = 8x^7 - 20x^4$$

Производная степени и многочлена



Вычислить значение производной в точке

$$x=5,$$

Другими словами требуется найти $f'(5)$.

$$f(x) = x^2 + 2x - 4$$

$$f'(x) = (x^2 + 2x - 4)' = 2x + 2$$

$$f'(5) = 2 \cdot 5 + 2 = 12$$

Производная тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x \qquad \left(\sin \frac{1}{2}x\right)' = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}x$$

$$(\sin 2x)' = 2 \cos 2x \qquad \left(\sin \frac{1}{3}x\right)' = \frac{1}{3} \cos \frac{1}{3}x$$

$$(\sin 5x)' = 5 \cos 5x \qquad \left(\sin \frac{2}{3}x\right)' = \frac{2}{3} \cos \frac{2}{3}x$$

$$(\sin 7x)' = 7 \cos 7x \qquad \left(\sin \frac{3}{5}x\right)' = \frac{3}{5} \cos \frac{3}{5}x$$

Производная тригонометрических функций

$$\begin{array}{ll} (\cos x)' = -\sin x & (\cos \frac{1}{2} x)' = -\frac{1}{2} \sin \frac{1}{2} x \\ (\cos 2x)' = -2 \sin 2x & (\cos \frac{1}{3} x)' = -\frac{1}{3} \sin \frac{1}{3} x \\ (\cos 5x)' = -5 \sin 5x & (\cos \frac{2}{3} x)' = -\frac{2}{3} \sin \frac{2}{3} x \\ (\cos 7x)' = -7 \sin 7x & (\cos \frac{3}{5} x)' = -\frac{3}{5} \sin \frac{3}{5} x \end{array}$$

Производная тригонометрических функций

$$\begin{aligned}(tgx)' &= \frac{1}{\cos^2 x} & (tg6x)' &= \frac{6}{\cos^2 6x} \\(tg2x)' &= \frac{2}{\cos^2 2x} & (tg\frac{1}{2}x)' &= \frac{\frac{1}{2}}{\cos^2 \frac{1}{2}x} \\(tg5x)' &= \frac{5}{\cos^2 5x} & (tg\frac{1}{3}x)' &= \frac{\frac{1}{3}}{\cos^2 \frac{1}{3}x} \\(tg7x)' &= \frac{7}{\cos^2 7x} & (tg\frac{2}{3}x)' &= \frac{\frac{2}{3}}{\cos^2 \frac{2}{3}x}\end{aligned}$$

Производная тригонометрических функций

$$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(ctg6x)' = -\frac{6}{\sin^2 6x}$$

$$(ctg2x)' = -\frac{2}{\sin^2 2x}$$

$$(ctg\frac{1}{2}x)' = -\frac{\frac{1}{2}}{\sin^2 \frac{1}{2}x}$$

$$(ctg5x)' = -\frac{5}{\sin^2 5x}$$

$$(ctg\frac{1}{3}x)' = -\frac{\frac{1}{3}}{\sin^2 \frac{1}{3}x}$$

$$(ctg7x)' = -\frac{7}{\sin^2 7x}$$

$$(ctg4x)' = -\frac{4}{\sin^2 4x}$$

Производная тригонометрических функций

$$(3 \sin 5x)' = 3 \cdot 5 \cos 5x$$

$$(5 \cos 2x)' = -5 \cdot 2 \sin 2x$$

$$(7 \operatorname{tg} 4x)' = \frac{7 \cdot 4}{\cos^2 4x} \quad (9 \operatorname{ctg} 3x)' = -\frac{9 \cdot 3}{\sin^2 3x}$$

$$(-6 \cos 7x)' = 6 \cdot 7 \sin 7x$$

$$(2 \operatorname{tg} 6x)' = \frac{2 \cdot 6}{\cos^2 6x}$$

Производная тригонометрических функций

$$(3 \sin x)' = 3 \cos x \qquad (7 \operatorname{tg} x)' = \frac{7}{\cos^2 x}$$

$$(5 \cos x)' = -5 \sin x \qquad (9 \operatorname{ctg} x)' = -\frac{9}{\sin^2 x}$$

$$(-6 \cos x)' = 6 \sin x \qquad (2 \operatorname{tg} x)' = \frac{2}{\cos^2 x}$$

Производная тригонометрических функций

Вычислить значение производной в точке

$$x = \pi,$$

Другими словами требуется найти $f'(\pi)$.

$$f(x) = \sin 2x$$

$$f'(x) = (\sin 2x)' = 2 \cos 2x$$

$$f'(\pi) = 2 \cdot \cos 2\pi = 2$$

Производная сложной функции



$$\begin{aligned}((2x - 4)^5)' &= 5 \cdot (2x - 4)^4 \cdot (2x - 4)' = \\ &= 5 \cdot (2x - 4)^4 \cdot 2 = 10 \cdot (2x - 4)^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((5x + 8)^7)' &= 7 \cdot (5x + 8)^6 \cdot (5x + 8)' = \\ &= 7 \cdot (5x + 8)^6 \cdot 5 = 35 \cdot (5x + 8)^6\end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$((7x - 9)^8)' = 8 \cdot (7x - 9)^7 \cdot (7x - 9)' =$$

$$8 \cdot (7x - 9)^7 \cdot 7 = 56 \cdot (7x - 9)^7$$

$$((3x + 7)^9)' = 9 \cdot (3x + 7)^8 \cdot (3x + 7)' =$$

$$9 \cdot (3x + 7)^8 \cdot 3 = 27 \cdot (3x + 7)^8$$

Производная сложной функции

$$\begin{aligned}((5 - 4x)^3)' &= 3 \cdot (5 - 4x)^2 \cdot (5 - 4x)' = \\ &= 3 \cdot (5 - 4x)^2 \cdot (-4) = -12 \cdot (5 - 4x)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((7 - 9x)^{11})' &= 11 \cdot (7 - 9x)^{10} \cdot (7 - 9x)' = \\ &= 11 \cdot (7 - 9x)^{10} \cdot (-9) = -99 \cdot (7 - 9x)^{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((6 - 3x)^8)' &= 8 \cdot (6 - 3x)^7 \cdot (6 - 3x)' = \\ &= 8 \cdot (6 - 3x)^7 \cdot (-3) = -24 \cdot (6 - 3x)^7\end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$\begin{aligned}((5 - 7x)^{-3})' &= -3 \cdot (5 - 7x)^{-4} \cdot (5 - 7x)' = \\ &= -3 \cdot (5 - 7x)^{-4} \cdot (-7) = 21 \cdot (5 - 7x)^{-4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((7x - 9)^{-11})' &= -11 \cdot (7x - 9)^{-12} \cdot (7x - 9)' = \\ &= -11 \cdot (7x - 9)^{-12} \cdot 7 = -77 \cdot (7x - 9)^{-12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}((6x + 3)^{-8})' &= -8 \cdot (6x + 3)^{-9} \cdot (6x + 3)' = \\ &= -8 \cdot (6x + 3)^{-9} \cdot 6 = -48 \cdot (6x + 3)^{-9}\end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$(\sqrt{2x-4})' = \frac{2}{2\sqrt{2x-4}} = \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$$

$$(\sqrt[3]{6x-3})' = \left((6x-3)^{\frac{1}{3}} \right)' =$$

$$= \frac{1}{3} (6x-3)^{-\frac{2}{3}} \cdot 6 = 2 (6x-3)^{-\frac{2}{3}}$$

Производная сложной функции

$$\begin{aligned} (\sqrt[7]{5x+8})' &= \left((5x+8)^{\frac{1}{7}} \right)' = \\ &= \frac{1}{7} (5x+8)^{-\frac{6}{7}} \cdot 5 = \frac{5}{7} (5x+8)^{-\frac{6}{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{3x+7})' &= \left((3x+7)^{\frac{1}{4}} \right)' = \\ &= \frac{1}{4} (3x+7)^{-\frac{3}{4}} \cdot 3 = \frac{3}{4} (3x+7)^{-\frac{3}{4}} \end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{6-3x})' &= \left((6-3x)^{\frac{1}{4}} \right)' = \\ &= \frac{1}{4} (6-3x)^{-\frac{3}{4}} \cdot (-3) = -\frac{3}{4} (6-3x)^{-\frac{3}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[5]{7x-9})' &= \left((7x-9)^{\frac{1}{5}} \right)' = \\ &= \frac{1}{5} (7x-9)^{-\frac{4}{5}} \cdot 7 = \frac{7}{5} (7x-9)^{-\frac{4}{5}} \end{aligned}$$

Производная сложной функции



Вычислить значение производной в точке

$$x=0,$$

Другими словами требуется найти $f'(0)$.

$$((2x - 4)^5)' = 5 \cdot (2x - 4)^4 \cdot (2x - 4)' =$$

$$5 \cdot (2x - 4)^4 \cdot 2 = 10 \cdot (2x - 4)^4$$

$$f'(0) = 10 \cdot (2 \cdot 0 - 4)^4 =$$

$$= 10 \cdot (-4)^4 = 10 \cdot 256 = 2560$$

Правила дифференцирования

$$\left((4x + 7) \cdot (5x - 8) \right)' =$$

$$(4x + 7)' \cdot (5x - 8) + (4x + 7) \cdot (5x - 8)' =$$

$$4 \cdot (5x - 8) + (4x + 7) \cdot 5$$

$$\left((4 + 7x) \cdot (5 - 8x) \right)' =$$

$$(4 + 7x)' \cdot (5 - 8x) + (4 + 7x) \cdot (5 - 8x)' =$$

$$7 \cdot (5 - 8x) + (4 + 7x) \cdot (-8)$$

$$\left((\cos x) \cdot (2^x) \right)' =$$

$$(\text{****})' \cdot (++++) + (\text{****}) \cdot (++++)' =$$

$$(\cos x)' \cdot (2^x) + (\cos x) \cdot (2^x)' =$$

$$\left(\frac{7x-2}{6-5x}\right)' = \frac{(7x-2)' \cdot (6-5x) - (6-5x)' \cdot (7x-2)}{(6-5x)^2} =$$

$$\frac{7 \cdot (6-5x) + 5 \cdot (7x-2)}{(6-5x)^2} =$$

$$\left(\frac{\sin x}{\lg x}\right)' = \frac{(\text{****})' \cdot (\text{++++}) - (\text{++++})' \cdot (\text{****})}{(\text{++++})^2} =$$

$$\frac{(\sin x)' \cdot (\lg x) - (\lg x)' \cdot (\sin x)}{(\lg x)^2} =$$

$$\left(\frac{2x-5}{5x+6}\right)' = \frac{(2x-5)' \cdot (5x+6) - (5x+6)' \cdot (2x-5)}{(5x+6)^2} =$$

$$\frac{2 \cdot (5x+6) - 5 \cdot (2x-5)}{(5x+6)^2} = \frac{10x+12-10x+25}{(5x+6)^2} = \frac{37}{(5x+6)^2}$$

$$\left(\sqrt{x^5-5x}\right)' = \frac{(x^5-5x)'}{2\sqrt{x^5-5x}} = \frac{5x^4-5}{2\sqrt{x^5-5x}}$$

$$\left(\sqrt{\operatorname{tg} 7x}\right)' = \frac{(\operatorname{tg} 7x)'}{2\sqrt{\operatorname{tg} 7x}} = \frac{(\operatorname{tg} 7x)'}{2\sqrt{\operatorname{tg} 7x}} = \frac{7}{2\sqrt{\operatorname{tg} 7x}} = \frac{7}{2\cos^2 7x\sqrt{\operatorname{tg} 7x}}$$

Правила дифференцирования



Вычислить значение производной в точке

$$x=1,$$

Другими словами требуется найти $f'(1)$.

$$\left((4x + 7) \cdot (5x - 8) \right)' = 4 \cdot (5x - 8) + (4x + 7) \cdot 5$$

$$f'(1) = 4(5 \cdot 1 - 8) + 5(4 \cdot 1 + 7) =$$

$$= 4(-3) + 5 \cdot 11 = 43$$

Производная показательной функции

$$(e^x)' = e^x$$

$$(e^{3x})' = 3e^{3x}$$

$$(5e^{2x})' = 5 \cdot 2e^{2x}$$

$$(7e^{5x} - 9)' = 7 \cdot 5e^{5x}$$

$$(e^{2-9x})' = -9e^{2-9x}$$

$$(e^{5-4x})' = -4e^{5-4x}$$

$$(e^{3x-4})' = 3e^{3x-4}$$

$$(e^{8x-5})' = 8e^{8x-5}$$

$$(3e^{2x-7})' = 3 \cdot 2e^{2x-7}$$

$$(e^{8-5x})' = -5e^{8-5x}$$

$$(e^{4x+5})' = 4e^{4x+5}$$

$$(3e^{4x-1})' = 3 \cdot 4e^{4x-1}$$

$$(e^{3-6x})' = -6e^{3-6x}$$

$$(e^{3+2x})' = 2e^{3+2x}$$

Производная показательной функции

$$(4^x)' = 4^x \ln 4$$

$$(5^x)' = 5^x \ln 5$$

$$(5^{2x})' = 2 \cdot 5^{2x} \ln 5$$

$$(4^{3x})' = 3 \cdot 4^{3x} \ln 4$$

$$(6^{-x})' = -6^{-x} \ln 6$$

$$(2^{-x})' = -2^{-x} \ln 2$$

$$(2^{x+1})' = 2^{x+1} \ln 2$$

$$(3^{x+2})' = 3^{x+2} \ln 3$$

$$(3^{2x+5})' = 2 \cdot 3^{2x+5} \ln 3$$

$$(6^{5x+2})' = 5 \cdot 6^{5x+2} \ln 6$$

$$(7^{5-4x})' = -4 \cdot 7^{5-4x} \ln 7$$

$$(9^{3-6x})' = -6 \cdot 9^{3-6x} \ln 9$$

$$(4 \cdot 5^{2-3x})' = -3 \cdot 4 \cdot 5^{2-3x} \ln 5$$

$$(6 \cdot 4^{5-3x})' = -3 \cdot 6 \cdot 4^{5-3x} \ln 4$$

Производная логарифмической функции

$$(\ln(x + 5))' = \frac{1}{x + 5}$$

$$(\ln(x - 7))' = \frac{1}{x - 7}$$

$$(\lg x + 5)' = \frac{1}{x \ln 10}$$

$$(3 - \lg x)' = -\frac{1}{x \ln 10}$$

$$(\ln(4x + 9))' = \frac{4}{4x + 9}$$

$$(\ln(7x + 3))' = \frac{7}{7x + 3}$$

$$(\log_4 x)' = \frac{1}{x \ln 4}$$

$$(\log_8 x)' = \frac{1}{x \ln 8}$$

Производная логарифмической функции

$$(2 \ln(x + 1))' = \frac{2}{x + 1} \quad (7 \ln(x - 2))' = \frac{7}{x - 2}$$

$$(\lg x + 1)' = \frac{1}{x \ln 10} \quad (6 - \lg x)' = -\frac{1}{x \ln 10}$$

$$(\ln(5x + 3))' = \frac{5}{5x + 3} \quad (\ln(4x - 5))' = \frac{4}{4x - 5}$$

$$(\log_3(x + 2))' = \frac{1}{(x + 2) \ln 3} \quad (\log_5(2x - 7))' = \frac{2}{(2x - 7) \ln 5}$$

Производная логарифмической функции

$$(2 \ln(4x + 3))' = \frac{8}{4x + 3} \quad (\ln(1 - 5x))' = \frac{-5}{1 - 5x}$$

$$(\lg 2x)' = \frac{2}{2x \ln 10} \quad (1 - \lg x)' = -\frac{1}{x \ln 10}$$

$$(\ln(4x + 2))' = \frac{4}{4x + 2} \quad (\ln(4 - 9x))' = \frac{-9}{4 - 9x}$$

$$(\log_7 x)' = \frac{1}{x \ln 7} \quad (\log_4 x)' = \frac{1}{x \ln 4}$$

Производная показательной функции



Вычислить значение производной в точке
 $x=3,5$

Другими словами требуется найти $f'(3,5)$.

$$f(x) = 3e^{2x-7}$$

$$f'(x) = (3e^{2x-7})' = 3 \cdot 2e^{2x-7}$$

$$f'(x) = (3e^{2x-7})' = 3 \cdot 2e^{2 \cdot 3,5 - 7} = 6$$

Производная показательной функции



Вычислить значение производной в точке

$$x=4$$

Другими словами требуется найти $f'(4)$.

$$f(x) = 3 \cdot 5^{2x-7}$$

$$f'(x) = (3 \cdot 5^{2x-7})' = 3 \cdot 2 \cdot 5^{2x-7} \ln 5$$

$$f'(x) = 3 \cdot 2 \cdot 5^{2 \cdot 4 - 7} \ln 5 = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \ln 5 \approx 48,28$$