Свойства логарифмов

гимназия 64
учитель математики
Котельникова Н. В.

Определение. **Логарифмом числа b по основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.**

$$a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

$$a^{\log_a b} = b$$

- основное логарифмическое тождество

$$\log_a b = x$$

$$\log_a \mathrm{a}^p = p,$$

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$$

Формулы действий с логарифмами (свойства).

a, **b, x, y > 0,** $a \neq 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ **– логарифм произведения;**

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ – логарифм частного;

$\log_a(b^p) = p \log_a b$ **– логарифм степени;**

$\log_{(a^q)}(x^p) = \frac{p}{q} \log_a x \ (q \neq 0);$

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ **– формула перехода к новому основанию,**

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. a, **b, x > 0,** $a \neq 1$, **b ≠ 1.**

Стандартный способ решения *логарифмических уравнений и неравенств* основан на монотонности логарифмической функции, - правило "отбрасывания"логарифмов:

1) пусть $a > 1$, тогда уравнение или неравенство $\log_a f \vee \log_a g$ равносильно системе $\begin{cases} f \vee g \\ f, g > 0 \end{cases}$

2) пусть $0 < a < 1$, тогда знак $\vee$ меняется на противоположный.

Чтобы отбросить логарифмы в уравнении или неравенстве $\log_a f \vee g$, его правую часть можно представить в нужном виде с помощью тождества $g = \log_a(a^g)$

К неравенствам вида $\log_a f - \log_a g$ применим метод замены множителя:

пусть $a > 1$, тогда $\log_a f - \log_a g$ заменяют множителем $f - g$ того же знака при дополнительных условиях $f, g > 0$.

Важный случай: $g=1$*: при* $a>1$ *множитель* $\log_a f$ *можно заменить на* $f-1$ *при* $f > 0$.

В случае $0 < a < 1$

$\log_a f - \log_a g$ заменяют множителем $g - f$ при $f, g > 0$,

а множитель $\log_a f$ противоположным множителем $1 - f$, $f > 0$.

Только на «ОДЗ»	
$\log_u f - \log_u g$	$(u-1)(f-g)$
$\log_u f - 1$	$(u-1)(f-u)$
$\log_u f$	$(u-1)(f-1)$
$\log_u f - \log_g f$	$(f-1)(u-1)(g-1)(g-u)$
$u^f - u^g \ \ (u>0)$	$(u-1)(f-g)$
$u^f - 1$	$(u-1)f$
$u^f - g^f$ $(u>0, g>0)$	$(u-g)f$
$\lvert p\rvert - \lvert q\rvert$	$(p-q)(p+q)$