

# *Показательная функция*

*её применение в  
природе и технике*

# *«Показательная функция и ее применение»*

Презентацию подготовил

ученик 11 класса

Бондаренко Игорь

Учитель Абрамова Светлана Ивановна

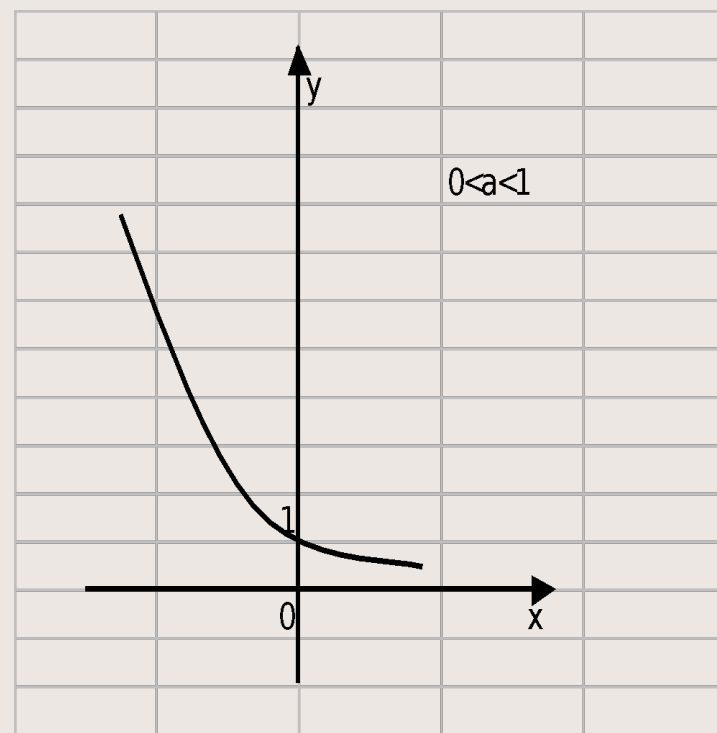
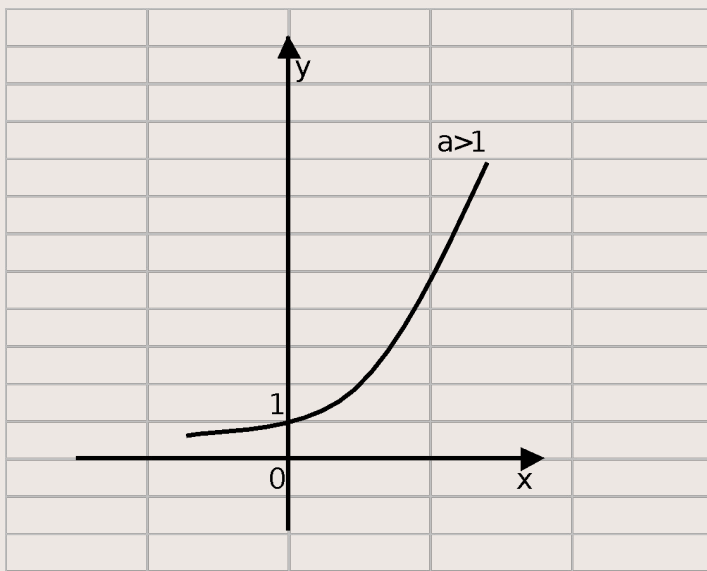
МБОУ «Ракитовская СОШ»



MyShared

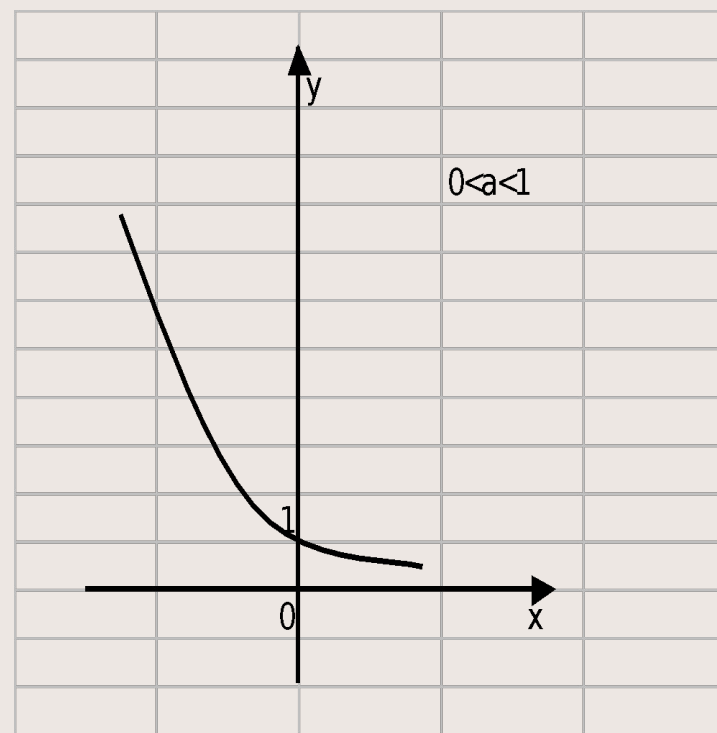
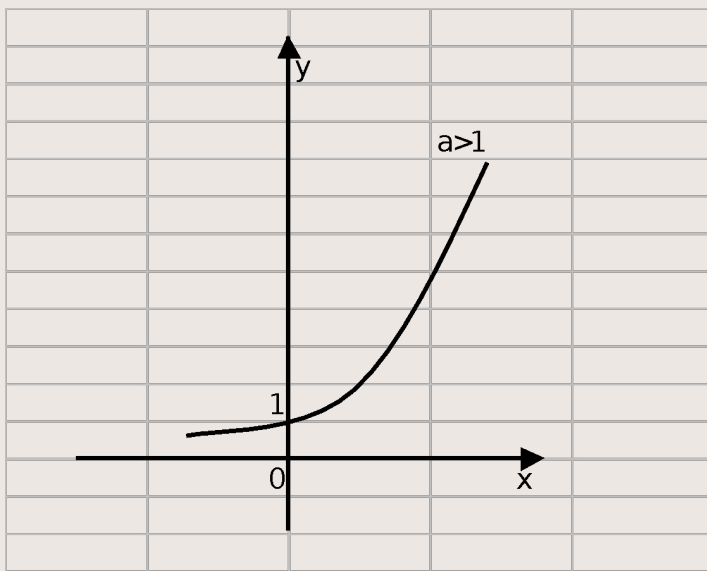
# Показательная функция.

Функция вида  $y=a^x$ , где  $a$ -заданное число,  $a>0$ ,  $a\neq 1$ ,  $x$ -переменная, называется показательной.



# Показательная функция.

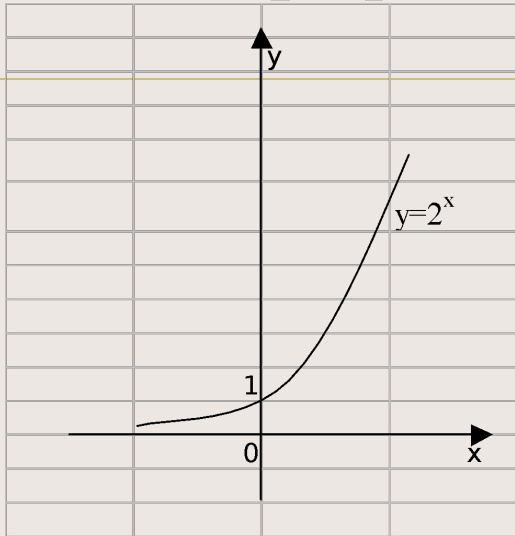
Функция вида  $y=a^x$ , где  $a$ -заданное число,  $a>0$ ,  $a\neq 1$ ,  $x$ -переменная, называется показательной.



## Показательная функция обладает следующими свойствами:

1.  $D(y)$ : множество  $\mathbb{R}$  всех действительных чисел;
2.  $E(y)$ : множество всех положительных чисел;
3. Показательная функция  $y=a^x$  является возрастающей на множестве всех действительных чисел, если  $a>1$ , и убывающей, если  $0<a<1$ ;
4. Не является ни четной, ни нечетной;
5. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
6. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
7. Непрерывна;
8. Если  $a>1$ , то функция выпукла вниз.

## Графики функции $y=2^x$ и $y=(1/2)^x$

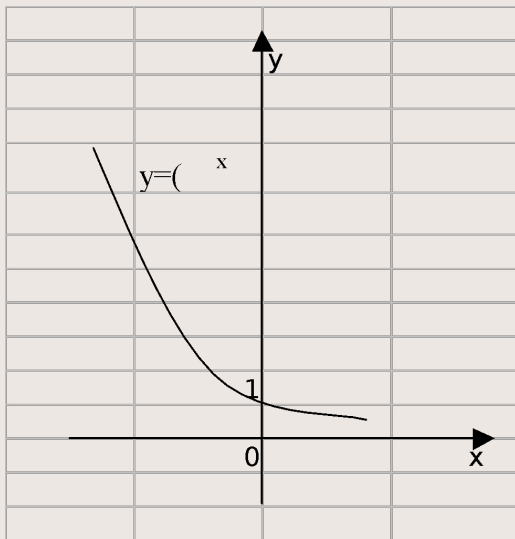


1. График функции  $y=2^x$  проходит через точку  $(0;1)$  и расположен выше оси  $Ox$ .

$a > 1$      $D(y): x \in \mathbb{R}$

$E(y): y > 0$

Возрастает на всей области определения.



2. График функции  $y=(\frac{1}{2})^x$  также проходит через точку  $(0;1)$  и расположен выше оси  $Ox$ .

$0 < a < 1$      $D(y): x \in \mathbb{R}$

$E(y): y > 0$

Убывает на всей области определения.

**Подумайте!**

**Где может использоваться показательная функция?**



*Тема «Показательная функция» является основополагающей при изучении таких тем, как «Производная показательной функции», «Термодинамика», «Электромагнетизм», «Ядерная физика», «Колебания», используется для решения некоторых задач судовождения.*

# *Наглядный бытовой пример!*

Все, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась  $T_0$ , а температура воздуха  $T_1$ , то через  $t$  секунд температура  $T$  чайника выразится формулой:

$$T = (T_1 - T_0)e^{-kt} + T_1$$

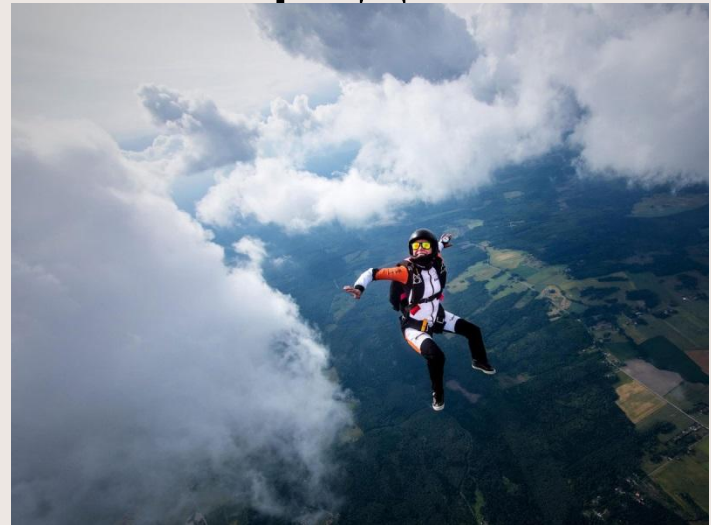
где  $k$  - число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.



*При падении тел в безвоздушном пространстве скорость их непрерывно возрастает*

---

При падении тел в воздухе скорость падения тоже увеличивается, но не может превзойти определенной величины

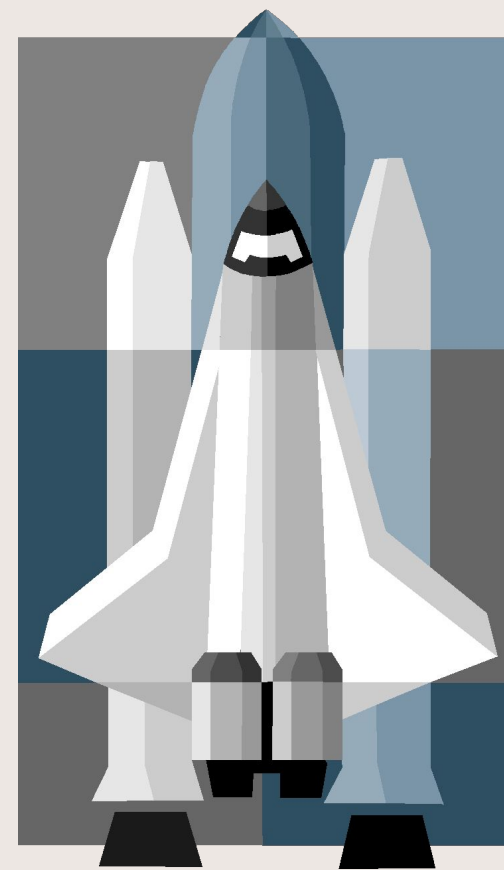


Рассмотрим задачу о падении парашютиста. Если считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости падения парашютиста, т.е. что  $F = kv$ , то через  $t$  секунд скорость падения будет равна:

$$V = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right)$$

где  $m$  - масса парашютиста. Через некоторый промежуток времени  $e^{-\frac{kt}{m}}$  станет очень маленьким числом, и падение станет почти равномерным. Коэффициент пропорциональности  $k$  зависит от размеров парашюта. Данная формула пригодна не только для изучения падения парашютиста, но и для изучения падения капли дождевой воды, пушинки и т.д.

Много трудных математических задач приходится решать в теории межпланетных путешествий. Одной из них является задача об определении массы топлива, необходимого для того, чтобы придать ракете нужную скорость  $v$ . Эта масса  $M$  зависит от массы  $m$  самой ракеты (без топлива) и от скорости  $v_0$ , с которой продукты горения вытекают из ракетного двигателя.



## *Формула К.Э. Циолковского*

Если не учитывать сопротивление воздуха и притяжение Земли, то масса топлива определится формулой:

$$M = m(e^{v/v_0} - 1)$$

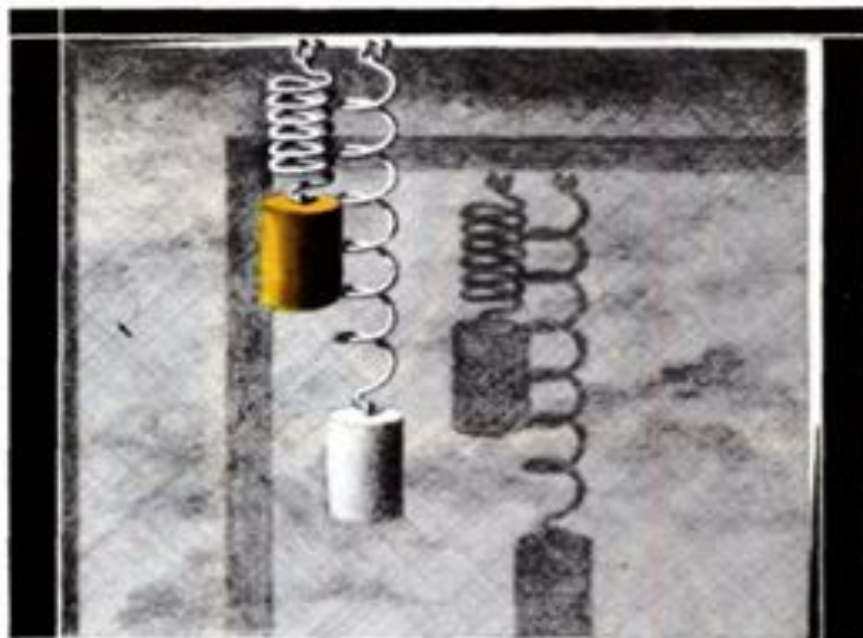
Например, для того чтобы ракете с массой 1,5 т придать скорость 8000 м/с, надо при скорости истечения газов 2000 м/с взять примерно 80 т топлива.

# Применение в ядерной физике

- Когда радиоактивное вещество распадется, его количество уменьшается. Через некоторое время остается половина первоначального количества вещества. Этот промежуток времени  $t_0$  называется периодом полураспада. Вообще через  $t$  лет масса  $m$  вещества будет равна:  $m = m_0(1/2)^{t/t_0}$ , где  $m_0$  - первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество.
- Явление радиоактивного распада используется для определения возраста археологических находок, например, определен примерный возраст Земли, около 5,5 млрд. лет, для поддержания эталона времени.

# Применение в физике

Если при колебаниях маятника, гири, качающейся на пружине, не пренебрегать сопротивлением воздуха, то амплитуда колебаний становится все меньше, колебания затухают. Это явление можно объяснить формулой:  $s = Ae^{-kt} \sin(\omega t + \omega)$ .



# Применение в астрономии.

Исследуя расположение планет солнечной системы вокруг Солнца, немецкий астроном

И.Э. Боде в 1772 составил следующую таблицу:

№	Планета	Расстояние (L) до солнца (в астрономических единицах)
1	Меркурий	0,4
2	Венера	0,7
3	Земля	1
4	Марс	1,5
5		
6	Юпитер	5,2
7	Сатурн	9,5

К тому времени было открыто только шесть планет, поэтому все вычисления останавливаются на Сатурне.

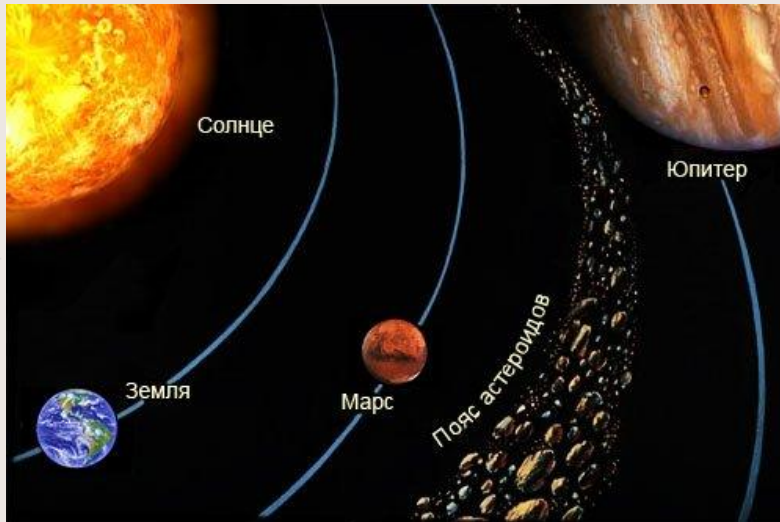
$$L = \frac{3 * 2^{n-2} + 4}{19}$$

Эти вычисления произвел И.Э. по следующей формуле:

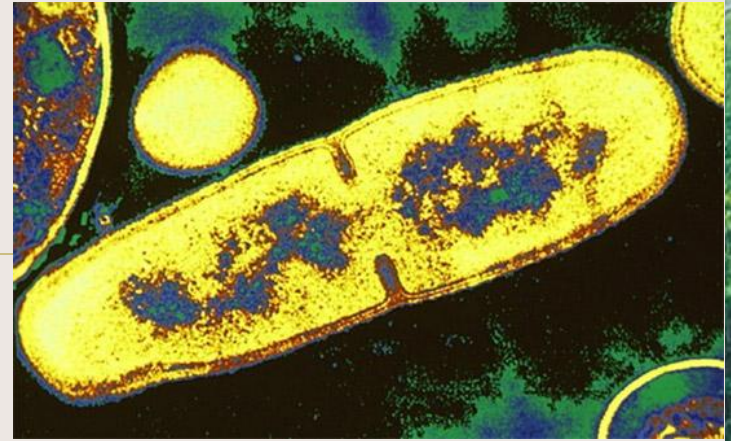
Данная формула особенно точна для Венеры, Земли и Юпитера.

Как известно, между Марсом и Юпитером планеты не существует, но если следовать таблице Боде, на данной орбите должно находиться какое-либо космическое тело. И действительно, после некоторых исследований учёными был открыт пояс астероидов.

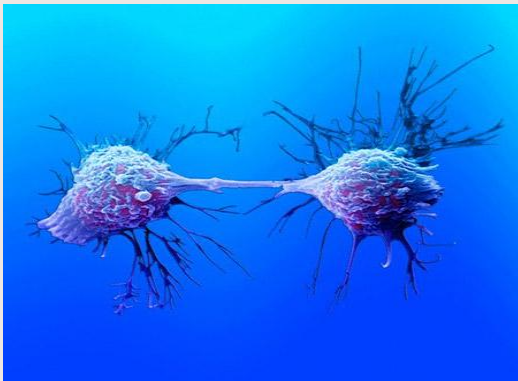
Это было воистину торжеством науки и триумфом математики!







*Применение  
показательной функции  
в биологии*



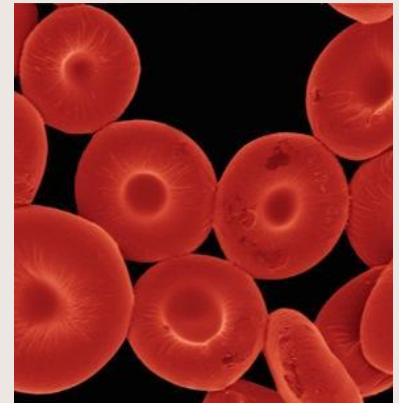
# *Применение показательной функции в биологии*

В питательной среде бактерия кишечной палочки делится каждую минуту. Понятно, что общее число бактерий за каждую минуту удваивается. Если в начале процесса была одна бактерия, то через  $x$  минут их число ( $N$ ) станет равной  $2^x$ , т.е.

$$N(x) = 2^x.$$

# Применение в биологии

- Процессы выравнивания (именно так называют процессы, изменяющиеся по законам **показательной функции**) часто встречаются и в биологии.
- Например, при испуге в кровь внезапно выделяется адреналин, который потом разрушается, причем скорость разрушения примерно пропорциональна количеству этого вещества, еще остающемуся в крови. При диагностике почечных болезней часто определяют способность почек выводить из крови радиоактивные изотопы, причем их количество в крови падает по показательному закону.
- Примером обратного процесса может служить восстановление концентрации гемоглобина в крови у донора или у раненого, потерявшего много крови. В этом случае по показательному закону убывает разность между нормальным содержанием гемоглобина и имеющимся количеством этого вещества.
- Как и при радиоактивном распаде, скорость распада или восстановления измеряется временем, в течение которого распадается (соответственно восстанавливается) половина вещества. Для адреналина этот период измеряется долями секунды, для веществ, выводимых почками, — минутами, а для гемоглобина — днями.



# Применение в биологии.

Закон органического размножения: при благоприятных условиях (отсутствие врагов, большое количество пищи)

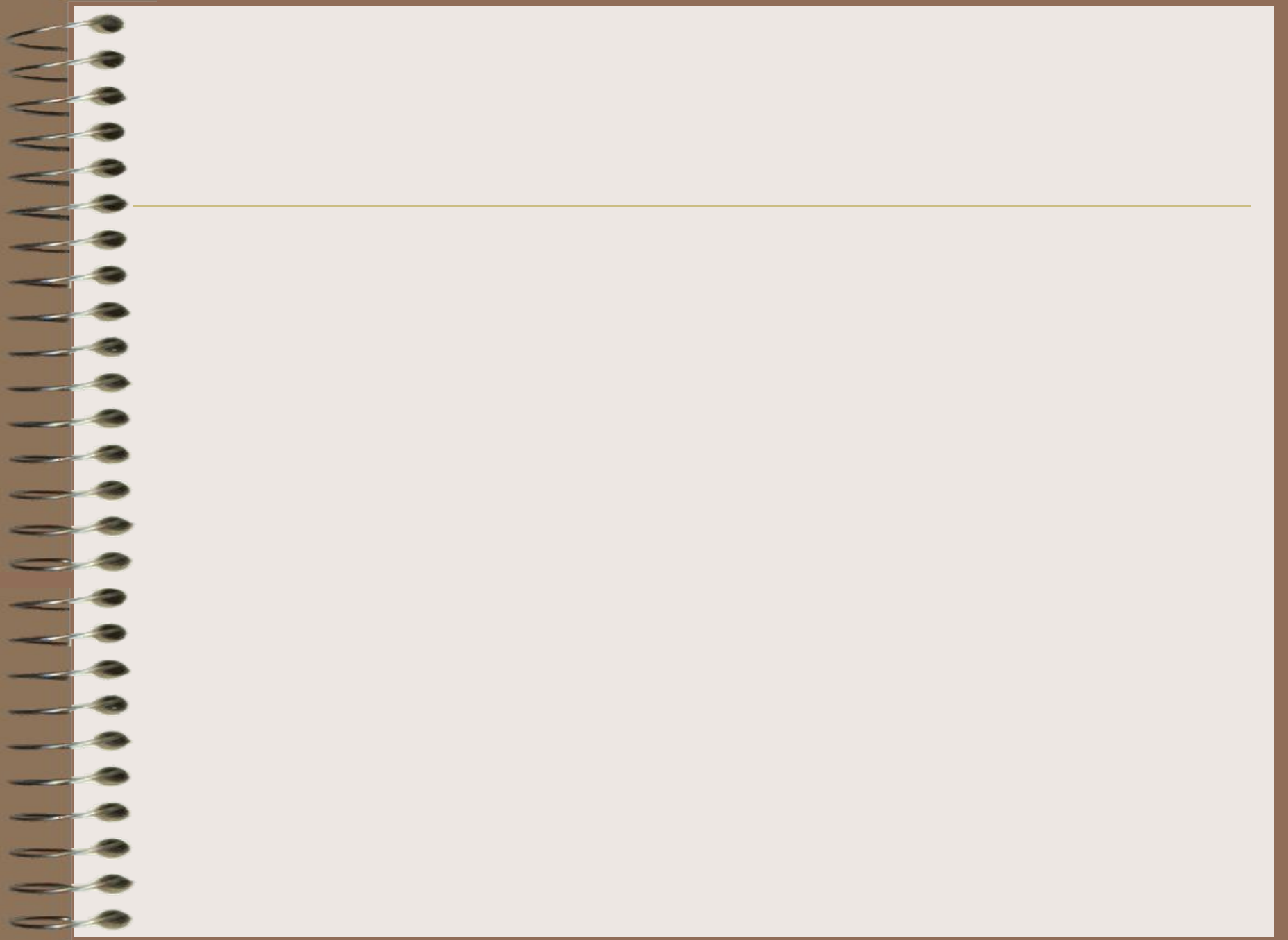
живые организмы **размножались бы по закону показательной функции.**

Например: одна комнатная муха может за лето произвести  $8 \cdot 10^{14}$  особей потомства. Их вес составил бы несколько миллионов тонн (а вес потомство пары мух **превысил бы вес нашей планеты**), они бы

распространились, завезённые в Австралию кролики, которые стали **выстроить их в цепочку, то её длина будет больше, чем расстояние от Земли до Солнца.**

Но так как, кроме мух, существует множество видов микроорганизмов и бактерий, других животных и растений, многие из которых являются естественными врагами мух, их количество не достигает вышеуказанных значений.





# Рост народонаселения

. Изменение  
числа людей в стране на небольшом  
отрезке времени описывается  
формулой  $N = N_0 e^{kt}$ , где  $N_0$  - число  
людей в момент времени  $t=0$ ,  
 $N$  - число людей в момент  
времени  $t$ , а  $k$  - константа.



# Применение показательной функции

**Задача:**

*Ежемесячно на банковский вклад, равный  $S_0$  рублей начисляется  $p\%$ . На сколько процентов возрастет банковский вклад за  $x$  месяцев?*

**Решение.**

Пусть  $p = 2\%$ ,  $x = 12$  месяцев.

Тогда за год банковский вклад возрастет на

$$S_0(x) - S_0 = S_0(1 + 0,02)^{12} - S_0 = S_0(1,02^{12} - 1) = S_0(1,268241 - 1) \approx S_0 \cdot 0,27,$$

$$\frac{0,27S_0}{S_0} \cdot 100\% = 27\%.$$

Ответ: на 27%.





## Задача:

*Процент инфляции показывает, на сколько процентов (в среднем) выросли цены.*

*1) Выразите процент инфляции за  $x$  месяцев, если ежемесячно инфляция составляет 3%.*

*2) Вычислите с помощью калькулятора годовой процент инфляции.*

Решение.



# Вывод

- Никогда ещё математика не была настолько всеобъемлющей и такой нужной людям наукой, как сегодня. О том, какой будет математика завтра, говорить трудно. Она развивается сейчас так стремительно, так часто делаются в ней новые открытия, что гадать о том, что будет, пожалуй, бесполезно. Одно можно сказать наверняка: завтра математика станет ещё могущественнее, ещё важнее и нужнее людям, чем сегодня.



- Математика как наука основывается на разнообразии математических моделей, главной задачей которых является отображение реальных событий и явлений. Отсюда следует и главная цель математики с практической ее стороны – разработка таких моделей, которые смогли бы в достаточной мере объяснить исследуемое явление или объект.