

Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Упростить решение многих логических задач помогают так называемые круги Эйлера, с помощью которых можно изобразить множество элементов, обладающих определенным свойством.

Тип задач:

Метод кругов Эйлера позволяет графически решать математические задачи, **основанные на применении теории множеств.**



Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Формальный способ решения подобных задач

1. **Выделить в тексте задачи рассматриваемые свойства объектов.**
2. **Заполнить круги Эйлера-Венна, проанализировав соответствие объектов и присущих им свойств.**
3. **Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором соответствие объектов и свойств является истинным.**
4. **Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.**



Графический способ решения логических задач, основанный на применении кругов Эйлера-Венна

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Необязательность знания формул и законов алгебры логики	Не подходит для решения сложных задач
Простота рассуждений	Не обладает универсальностью, т.е. предназначен для решения определенного класса задач
Наглядность способа.	



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Многие логические задачи связаны с рассмотрением нескольких конечных множеств с одинаковым количеством элементов, между которыми имеются некоторые зависимости. Требуется установить взаимнооднозначное соответствие между элементами данных множеств.

Решение такого типа задач оформляется в виде таблицы. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

Тип задач:

Задачи, связанные с рассмотрением **нескольких конечных множеств с одинаковым количеством элементов**, между которыми имеются некоторые зависимости, в которых требуется установить взаимнооднозначное соответствие между элементами данных множеств.



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Формальный способ решения подобных задач

1. **Выделить в тексте задачи рассматриваемые объекты и их свойства.**
2. **Заполнить таблицы, проанализировав соответствие объектов и присущих им свойств.**
3. **Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором соответствие объектов и свойств является истинным.**
4. **Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.**



Решение логических задач с применением графического и табличного способов решения логических задач.

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Необязательность знания формул и законов алгебры логики	Не подходит для решения сложных задач
Возможность проверки рассуждений.	Не обладает универсальностью, т.е. предназначен для решения определенного класса задач
Простота рассуждений	
Возможность соединить несколько объектов и их различные свойства.	
Наглядность способа.	



Решение логических задач посредством алгебры ЛОГИКИ

Наиболее сложный, но универсальный способ.

Тип задач:

Задачи, в которых **исходными данными являются высказывания об объектах и происходящих с ними событиях.**



Решение логических задач посредством алгебры логики

Формальный способ решения подобных задач:

1. **Выделить** из условия задачи элементарные (простые) высказывания и обозначить их буквами.
2. **Записать** условие на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в сложные с помощью логических операций.
3. **Используя** законы алгебры логики, попытаться упростить полученное выражение и вычислить все его значения либо построить таблицу истинности.
4. **Выбрать** решение – набор значений простых высказываний, при котором построенное логическое выражение является истинным.
5. **Проверить**, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.



Решение логических задач посредством алгебры логики

Преимущества и недостатки данного способа решения:

Преимущества	Недостатки
Универсальность метода: возможность применения для большинства логических задач	Необходимость знания законов логики и умение применять их .
Возможность проверки рассуждений вычислительным путем (MS Excel)	Трудность перевода текста задачи на язык формул.
Простота вычислений	Отсутствие «наглядности рассуждений»
Возможность соединить несколько объектов и их различные свойства.	Необходимость умения правильно составлять тождественно истинные высказывания.
Умение заполнять таблицу истинности с привлечением компьютера помогает преодолеть большую трудоемкость вычислений.	Если число простых высказываний в решаемой задаче больше трех, то таблица истинности насчитывает 16, 32 и более строк, заполнять ее вручную достаточно трудоемко.



Задача:

Марина, Лариса, Жанна и Катя умеют играть на разных инструментах: на пианино, на виолончели, на гитаре, на скрипке, но каждая - только на одном. Они же знают иностранные языки: английский, французский, немецкий и испанский, но каждая - только один.

Известно:

- девушка, которая играет на гитаре, говорит по-испански.
- Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.
- Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.
- девушка, которая говорит по-немецки, не играет на виолончели.
- Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Кто на каком инструменте играет и какой иностранный язык знает?

Решение: составим таблицу соответствия объектов и свойств объектов

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
				Марина				
				Лариса				
				Жанна				
				Катя				

Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.

Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.

Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-		-	
	-		-	Лари- са			-	
			-	Жанна				+
				Катя				

Лариса не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает английского языка.

Марина не играет ни на скрипке, ни на виолончели и не знает ни немецкого, ни английского.

Жанна знает французский язык, но не играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-		-	-
	-		-	Лари- са			-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
				Катя				-

Значит: Марина говорит по-испански, а Катя – по-английски.
Катя играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-		-	-
	-		-	Лари- са			-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
				Катя				-

Значит: Марина говорит по-испански, а Катя – по-английски.
Катя играет на скрипке.

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са		-	-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Жанна играет на виолончели
Лариса говорит по-немецки

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са		-	-	-
			-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Жанна играет на виолончели
Лариса говорит по-немецки

Пиани- но	Виолон- чель	Гита- ра	Скрип- ка		Немец- кий	Испан- ский	Англий- ский	Француз- ский
	-		-	Мари- на	-	+	-	-
	-		-	Лари- са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Девушка, которая говорит по-испански, играет на гитаре.

Значит: Марина играет на гитаре

Пиани-но	Виолон-чель	Гита-ра	Скрип-ка		Немец-кий	Испан-ский	Англий-ский	Француз-ский
	-		-	Мари-на	-	+	-	-
	-		-	Лари-са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Девушка, которая говорит по-испански, играет на гитаре.

Значит: Марина играет на гитаре

Пиани-но	Виолон-чель	Гита-ра	Скрип-ка		Немец-кий	Испан-ский	Англий-ский	Француз-ский
-	-	+	-	Мари-на	-	+	-	-
	-	-	-	Лари-са	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Лариса играет на пианино

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Значит: Лариса играет на пианино

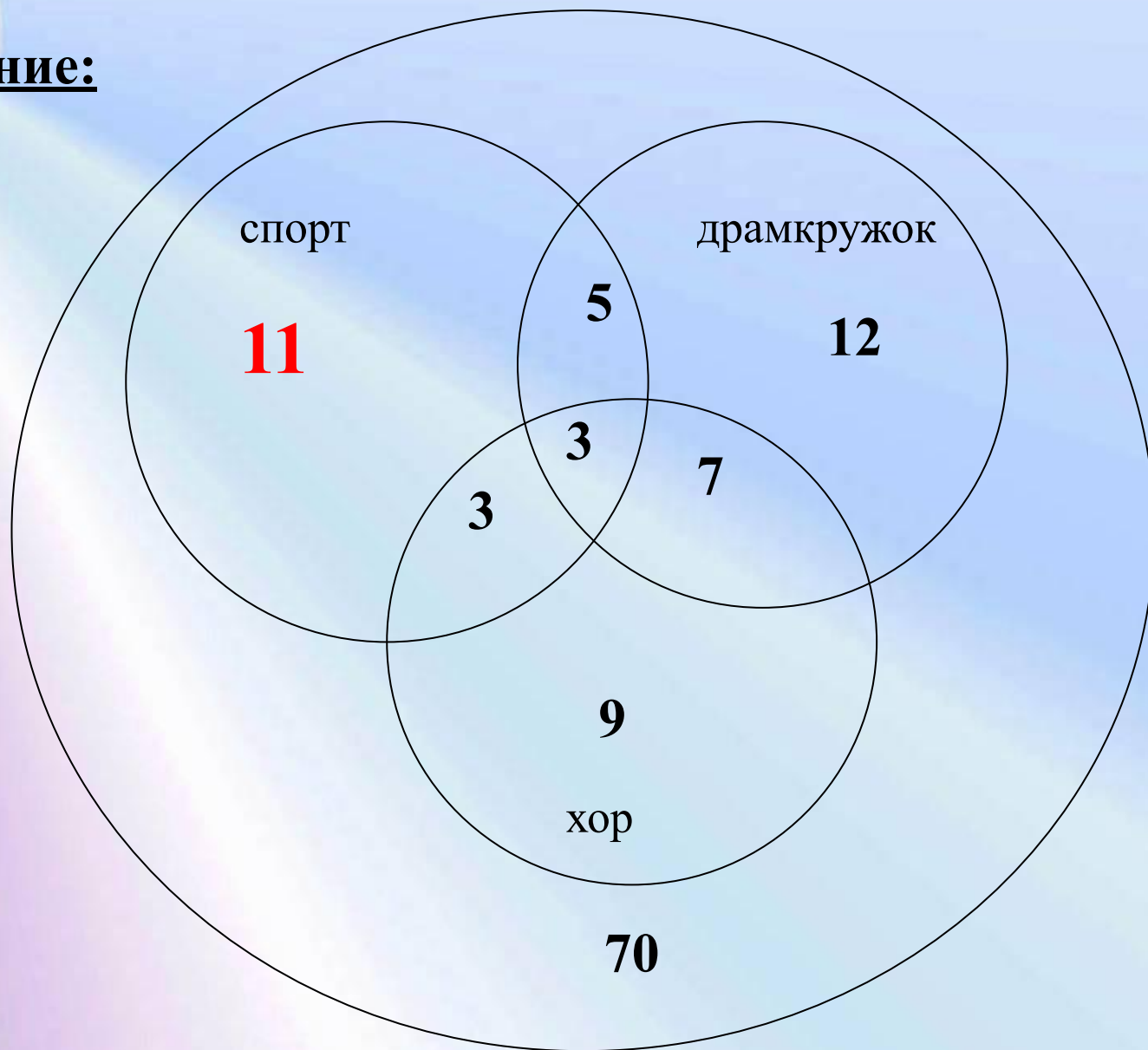
Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
+	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-

Ответ: Марина играет на гитаре и говорит по-испански
 Лариса играет на пианино и говорит по-немецки
 Жанна играет на виолончели и говорит по-французски
 Катя играет на скрипке и говорит по-английски

Пианино	Виолончель	Гитара	Скрипка		Немецкий	Испанский	Английский	Французский
-	-	+	-	Марина	-	+	-	-
+	-	-	-	Лариса	+	-	-	-
-	+	-	-	Жанна	-	-	-	+
-	-	-	+	Катя	-	-	+	-



Решение:



Решение:

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы,
высказанные экономистами:

$$1) F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$$

$$2) F_2 = A \ \& \ C \ \vee \ \bar{A} \ \& \ \bar{C};$$

$$3) F_3 = C \rightarrow B.$$

Составим таблицу истинности для F_1, F_2, F_3 .

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы, высказанные экономистами:

- 1) $F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$
- 2) $F_2 = A \ \& \ C \ \vee \ \bar{A} \ \& \ \bar{C};$
- 3) $F_3 = C \rightarrow B.$

Составим таблицу истинности для $F_1, F_2, F_3.$

A	B	C	F₁	F₂	F₃
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

Рассмотрим простые высказывания:

$A = \{A \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$B = \{B \text{ получит максимальную прибыль}\},$

$C = \{C \text{ получит максимальную прибыль}\}.$

Запишем на языке алгебры логики прогнозы, высказанные экономистами:

Составим таблицу истинности для F_1, F_2, F_3 .

A	B	C	F_1	F_2	F_3
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

- 1) $F_1 = A \rightarrow B \ \& \ C;$
- 2) $F_2 = A \ \& \ C \vee \bar{A} \ \& \ \bar{C};$
- 3) $F_3 = C \rightarrow B.$

Теперь вспомним, что **один из прогнозов** F_1, F_2, F_3 **оказался ложным**, а **остальные два — истинными**. Эта ситуация соответствует четвертой строке таблицы.

Ответ: В и С получают максимальную прибыль.

