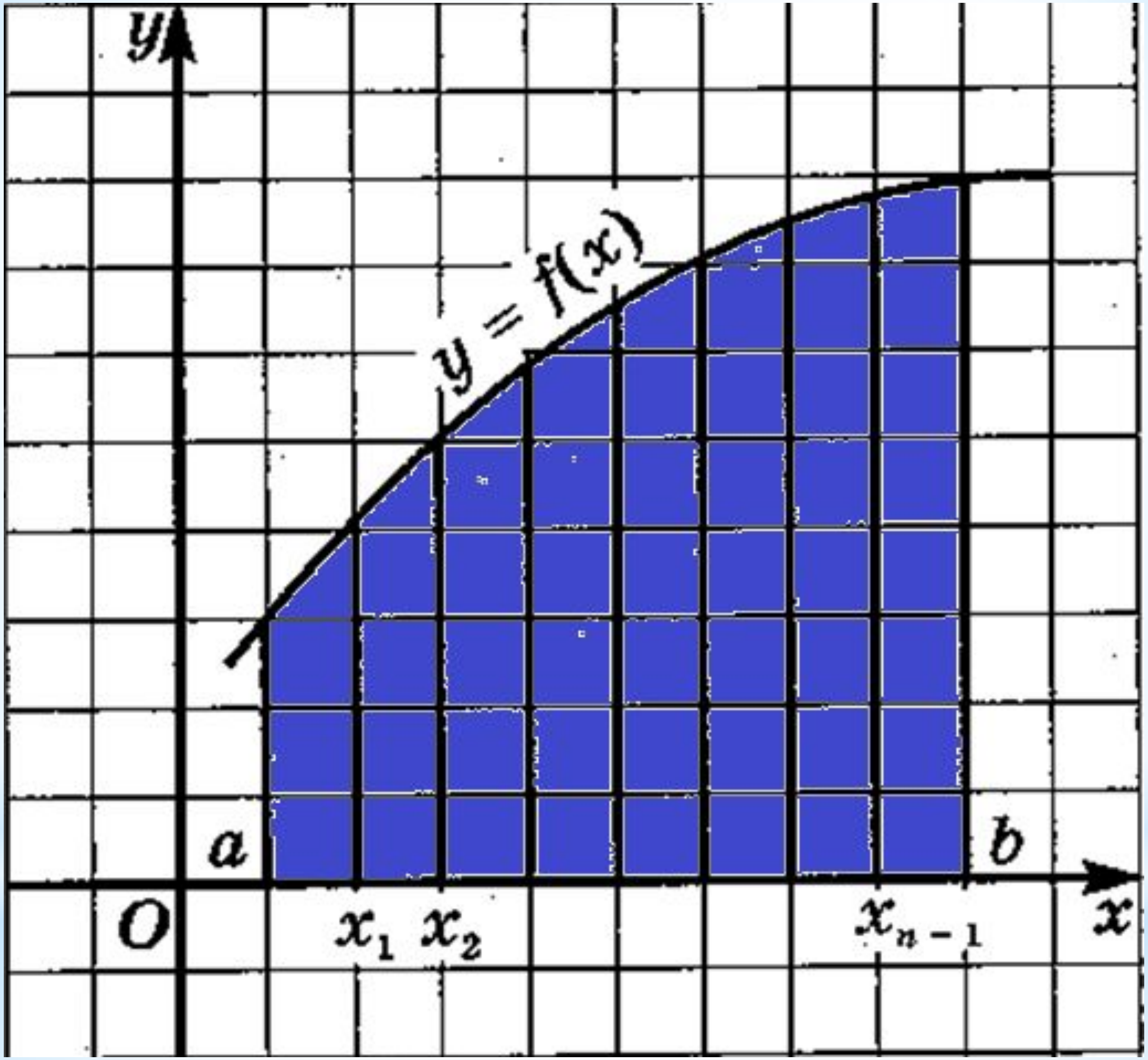
Определенный интеграл. Нахождение площадей фигур с помощью определенного интеграла

Н.И. Лобачевского:

«Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира.»

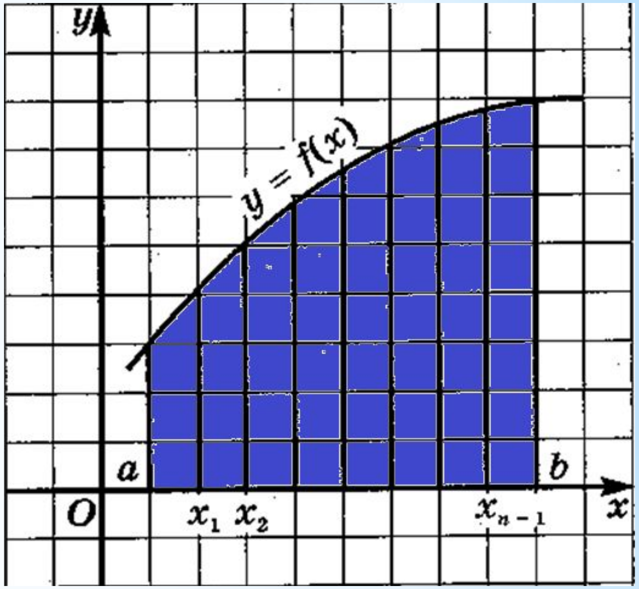
1	D
2	A
3	D
4	B
5	D
6	B
7	B
8	D

КЛЮ
Ч



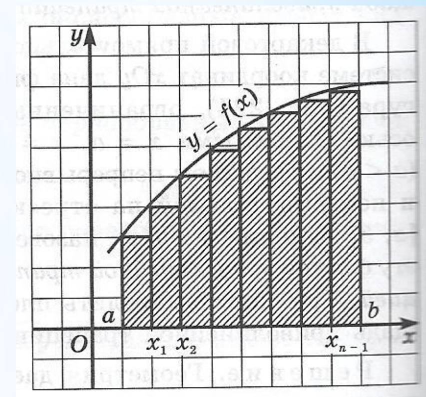
y
y = f(x)
a
b
O
x_1
x_2
x_{n-1}
x

* В декартовой прямоугольной системе координат XOY фигура, ограниченная осью OX, прямыми x=a, x=b (a<b) и графиком непрерывной на отрезке [a;b] функции y=f(x), называется криволинейной трапецией



Определенный интеграл

* Вычислим площадь криволинейной трапеции. Разобьем отрезок [a;b] на n равных частей. Проведем через полученные точки прямые, параллельные оси OY. Заданная криволинейная трапеция разобьется на n частей. Площадь всей трапеции приближенно равна сумме площадей столбиков.



$$S_n = f(x_0)\cdot\Delta x_0 + f(x_1)\cdot\Delta x_1 + \ldots + f(x_{n-1})\cdot\Delta x_{n-1}$$

$$S \approx S_n \qquad S = \lim_{n\to\infty} S_n$$

по определению , его называют

определенным интегралом от функции

y=f(x) по отрезку [a;b] и обозначают так:

$$\int_a^b f(x)dx$$

* Определенный интеграл

ОПРЕДЕЛЕННЫМ ИНТЕГРАЛОМ:

$\int_a^b f(x)dx$ в пределах от ***a*** до ***b*** от функции *f(x)*, непрерывной на отрезке [*a*, *b*], называется приращение любой ее первообразной F(x) при изменении аргумента x от значения ***x=a*** до ***x=b***:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

*Связь между определенным интегралом и первообразной

*Для непрерывной функции

(Формула Ньютона - Лейбница)

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

где F(x) – первообразная функции f(x).

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b dx = b - a$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

*Основные свойства определенного интеграла

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

$$\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx, c - const$$

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

*Основные свойства определенного интеграла

1.Найти первообразную функцию F(x) для функции f(x)

2.Вычислить значение F(x) при x=b (b называется верхним пределом)

3. Вычислить значение F(x) при x=a (a называется нижним пределом)

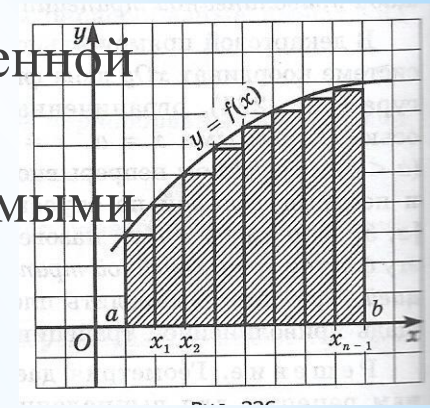
Алгоритм:

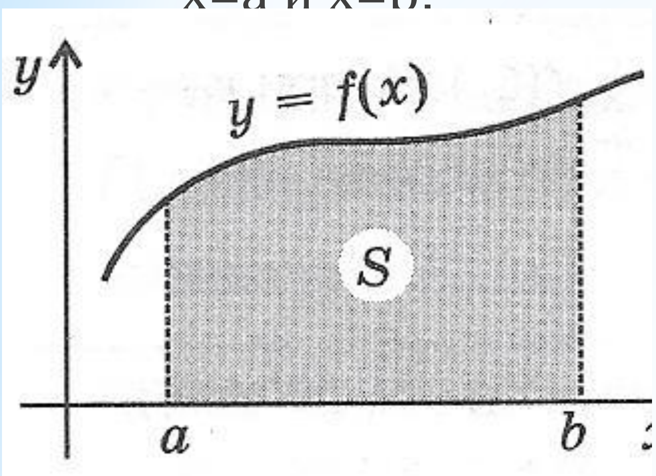
4. Вычислить разность F(b) – F(a).

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛА

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
s – перемещение, υ – скорость, A – ускорение	$\upsilon(t) = s'(t)$ $a(t) = \upsilon'(t)$	$s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt$ $\quad \upsilon = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$
A - работа, F – сила, N - мощность	$F(x) = A'(x)$ $N(t) = A'(t)$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ $\quad A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$
m – масса тонкого стержня, ρ - линейная плотность	$\rho(x) = m'(x)$	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$
q – электрический заряд, I –сила тока	$I(t) = q'(t)$	$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t)dt$
Q – количество теплоты c - теплоемкость	$c(t) = Q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$

* Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной положительной на промежутке [a;b] функции f(x), осью x и прямыми x=a и x=b:

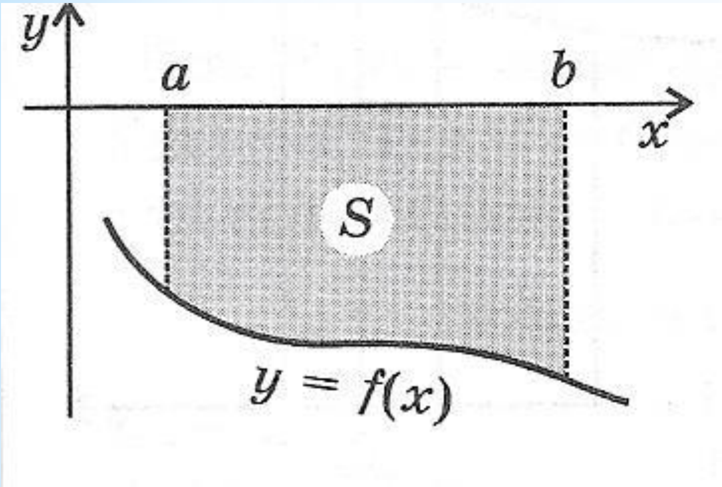




$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$

* Геометрический смысл определенного интеграла

* Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной отрицательной на промежутке [a;b] функции f(x), осью x и прямыми x=a и x=b:



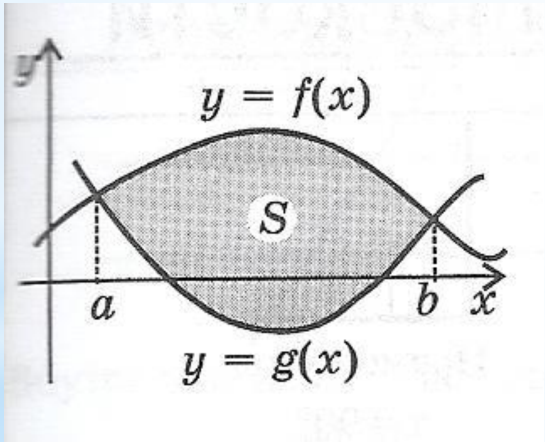
$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

* Геометрический смысл определенного интеграла

* Ограниченной графиками непрерывных функций y=f(x) и y=g(x) таких, что

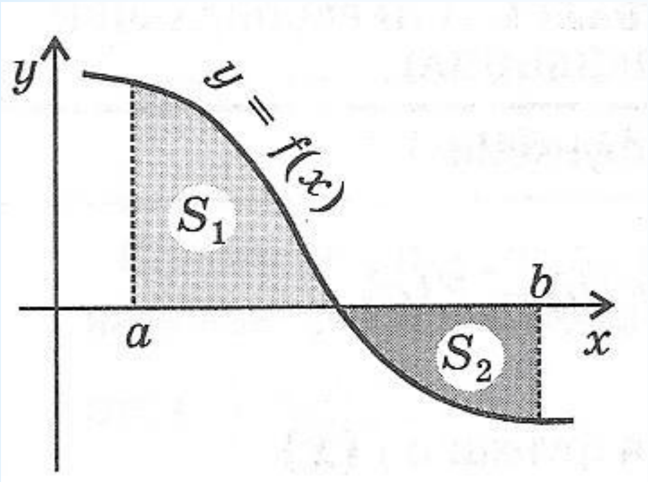
  для любого x из [a;b], где a и b – абсциссы точек пересечения графиков функций: $f(x) \geq g(x)$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$



ощадь фигуры,

* **Замечание**: Если функция изменяет знак на промежутке [a;b] , то



$$S_1 - S_2 = \int_a^b f(x)dx$$

* Геометрический смысл определенного интеграла

	1	2	3	4
Вариант 1.		33		36
Вариант 2.	48,4	16	0	

КЛЮЧ

СПАСИБ
О
ЗА УРОК