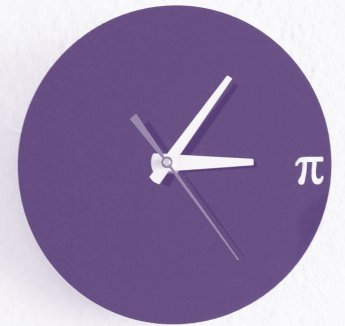


**Замечательное  
число  $\pi$**

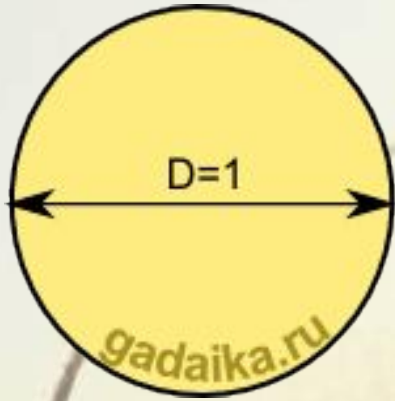
# Число $\pi$

Куда бы мы ни обратили  
свой взор, мы видим  
проворное и трудолюбивое  
число  $\pi$ : оно заключено  
и в самом простом колесике,  
и в самой сложной  
автоматической машине

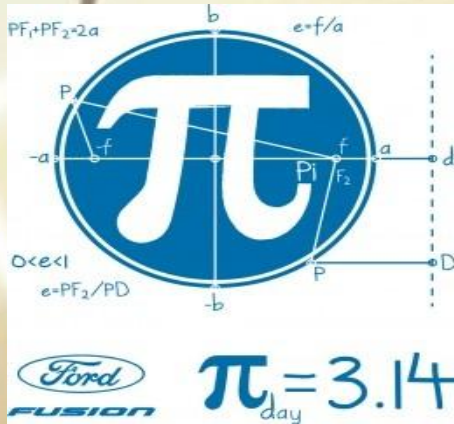
*Ф. Кымпан*



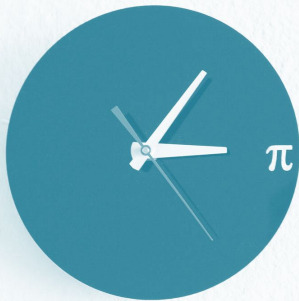
# Число $\pi$



В математике есть «Четыре замечательные точки треугольника», «Первый замечательный предел» и число, которое обозначается буквой греческого алфавита  $\pi$ . Так чем же оно замечательно? Впервые с этим необычным числом мы встречаемся на уроках математики в 6 классе при изучении темы: «Окружность и круг». Число  $\pi$  — математическая константа, которая выражает отношение длины окружности к длине ее диаметра. Если взять окружность с диаметром равным единице, то длина окружности и будет равна числу  $\pi = 3,1415926\dots$  — бесконечной, десятичной, непериодической дроби



$$\pi_{day} = 3.14$$



# История числа $\pi$

Число  $\pi$  было известно людям с глубокой древности.

Открывателями числа  $\pi$  можно считать людей доисторического времени, которые при плетении корзин заметили, что для того, чтобы получить корзину нужного диаметра, необходимо брать прутья в 3 раза длиннее диаметра



# История числа $\pi$

История числа  $\pi$  шла параллельно с развитием всей математики

Древний период:  $\pi$  изучалось с позиции геометрии (Архимед III в. до н.э.)

Классическая эра:  $\pi$  изучалось с позиции математического анализа (Ф.Виет, Л.Эйлер)

Эра компьютеров:  $\pi$  изучалось с позиции цифровой техники (19.10.2011 рассчитано 10 триллионов цифр после запятой)

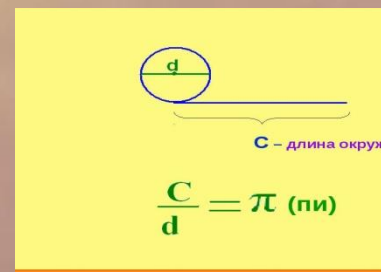
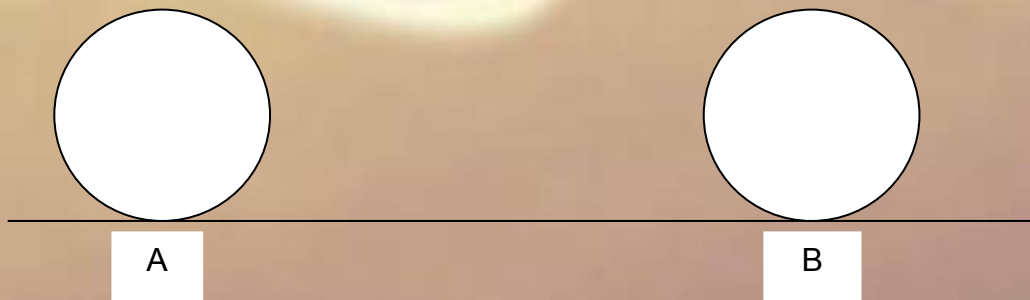
# Практические вычисления

Проделаем следующий опыт. Вырезаем из картона круг. Ставим его ребром на лист бумаги, где начерчена прямая линия.

Отмечаем на прямой и на окружности точку их касания А. Затем плавно катим круг по прямой до тех пор, пока отмеченная точка на окружности не окажется на прямой в точке В. отрезок АВ будет равен длине окружности.

$$AB = 15,1 \text{ см}; \quad d = 4,8 \text{ см.}$$

$$AB : d = 15,1 : 4,8 = 3,1458333... = \pi$$



# Практические вычисления

Вырежем из картона несколько кругов. Измерим их окружности и диаметры, а затем найдем отношения длины каждой окружности к длине своего диаметра. Результаты измерений занесем в таблицу

Круги	Длина окружности C	Диаметр круга d	Число $\pi$	Среднее арифметическое числа $\pi$
1	24,5 см	7,8 см	3,1410	$(3,1410+3,1429+3,1385+3,1369+3,1475):5=3,1414$
2	33 см	10,5 см	3,1429	
3	40,8 см	13 см	3,1385	
4	52,7 см	16,8 см	3,1369	
5	38,4 см	12,2 см	3,1475	

# Практические вычисления

Возьмем монеты различного достоинства.  
Измерим у каждой длину окружности и диаметр.  
Вычислим приближенное значение числа  $\pi$  по формуле  $\pi=C:d$

Достоинство монеты	Диаметр монеты d (см)	Длина окружности C (см)	Приближенное значение числа $\pi$
10 копеек	1,8 см	5,6 см	3,1111
50 копеек	2,1 см	6,6 см	3,1429
1 рубль	2,2 см	6,9 см	3,1364
2 рубля	2,5 см	7,9 см	3,1600
5 рублей	2,6 см	8,3 см	3,1923
10 рублей	2,3 см	7,2 см	3,1304



Найдем среднее арифметическое числа  $\pi$

$$(3,1111+3,1429+3,1364+3,1600+3,1923+3,1304):6=3,1455\dots$$



# Практические вычисления

- Используем ряд Лейбница. Это один из простейших рядов. Хотя он и не самый эффективный, так как очень медленно сходится к числу  $\pi$
- $\pi = (4/1) - (4/3) + (4/5) - (4/7) + (4/9) - (4/11) + (4/13) - (4/15) + (4/17) \dots$
- Чем больше дробей мы сложим, тем более точное значение  $\pi$  мы получим

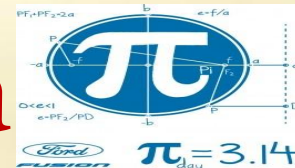
# Практические вычисления

$$\pi = (4/1) - (4/3) + (4/5) - (4/7) + (4/9) - (4/11) + (4/13) - (4/15) + (4/17) \dots$$

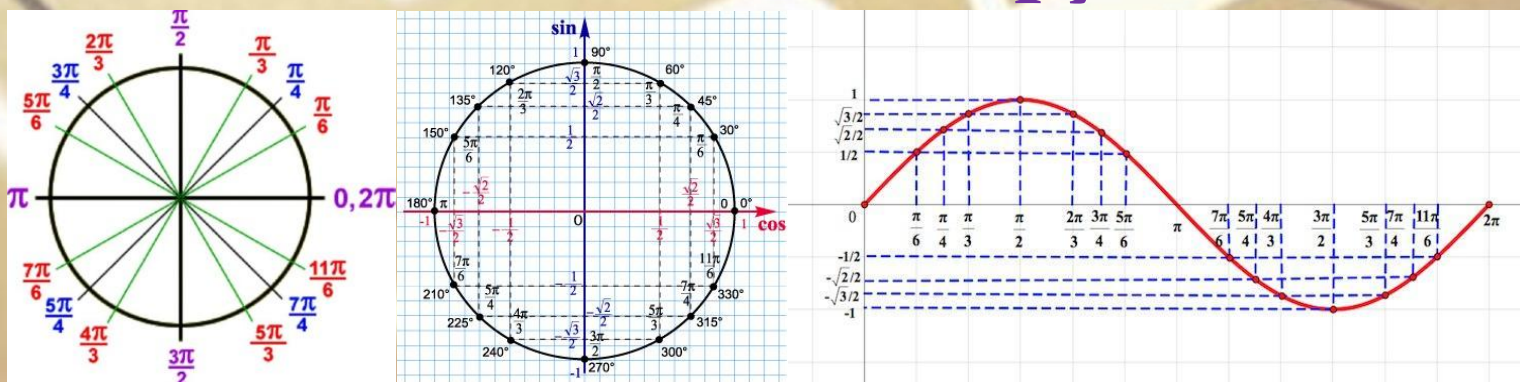
Результаты вычислений:

Порядок действий	Действия	Результат	Среднее арифметическое числа $\pi$
1	$4/1 - 4/3 = 8/3$	2,6666666	
2	$8/3 + 4/5 = 52/15$	3,4666666	(2,6666666+3,4666666+
3	$52/15 - 4/7 = 304/105$	2,8952380	+2,8952380+3,3396825+
4	$304/105 + 4/9 = 1052/315$	3,3396825	+2,9760461+3,2837384+
5	$1052/315 - 4/11 = 10312/3465$	2,9760461	+3,0170718+3,2523659):8
6	$10312/3465 + 4/13 = 147916/45045$	3,2837384	=3,1121841
7	$147916/45045 - 4/15 = 2038560/675675$	3,0170718	
8	$2038560/675675 + 4/17 = 37358220/11486475$	3,2523659	

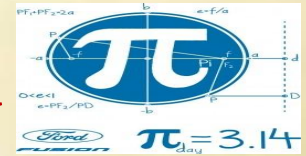
# Применение числа



В тригонометрии число  $\pi$  - радианное измерение углов. Длины дуг окружности выражаются некоторыми долями числа  $\pi$ . На рисунке показано построение точек синусоиды с помощью единичной окружности



# Применение числа

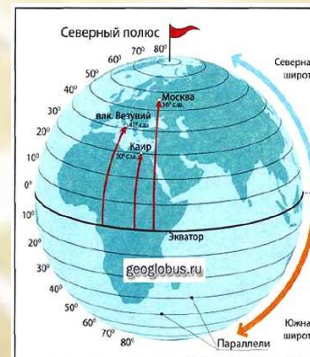


В современной математике  $\pi$  входит в большое количество различных формул

- В планиметрии - длина окружности, дуги; площадь круга и его частей
- В стереометрии - объем шара и его частей; объем цилиндра, конуса; площадь поверхности цилиндра, конуса, сферы
- В физике - теория относительности; квантовая механика; ядерная физика
- В теории вероятностей - формула Стирлинга для вычисления факториала

# Число $\pi$ в географии

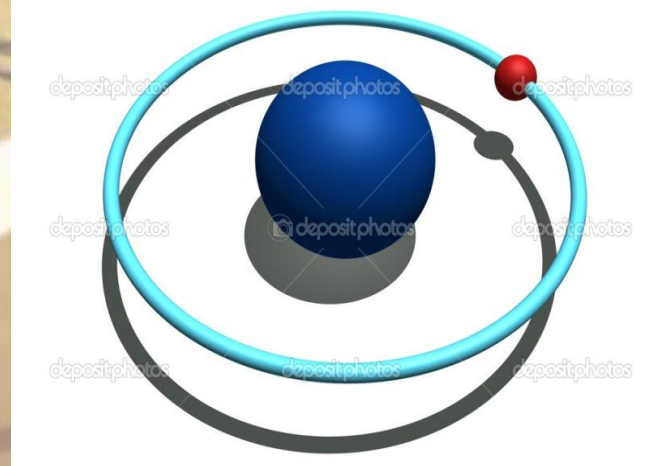
- Если рассчитать длину экватора Земли, приняв  $\pi$  с точностью до девятого знака, то ошибка в расчётах составит всего около 6 мм.
- Тридцати девяти знаков после запятой в числе  $\pi$  достаточно для вычисления длины окружности, опоясывающей известные космические объекты во Вселенной, с погрешностью не большей, чем радиус атома водорода



Определение географической широты



Определение географической долготы



# Число $\pi$ в географии

- Кандидат географических наук В. Пиотровский доказал, что все структуры рельефа Земли - от мелких до гигантских - связаны между собой числом  $\pi$
- Отношение длины берега к расстоянию между истоком и устьем примерно равно 3,14 (числу "Пи")



# Число $\pi$ в задачах

## Задача 1

Минутная стрелка Кремлевских курантов имеет длину 3,6 метра. Какова длина дуги окружности, которую описывает конец стрелки в течение 15 минут?

### Решение.

За 15 минут конец минутной стрелки описывает четверть окружности то есть  $s = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = \pi r = 3,14 \cdot 3,6 = 5,652$  (м)

Ответ: 5,652 м



# Число $\pi$ в задачах

## Задача 2.

Вычислите длину земного экватора, зная, что радиус его приблизительно равен 6400 км.

Решение.

Длину окружности земного экватора вычислим по формуле:

$$C = 2r = 2 * 3,14 * 6400 = 40192 \text{ (км)}$$

Ответ: 40192 км





# Число $\pi$ в задачах

## Задача 3

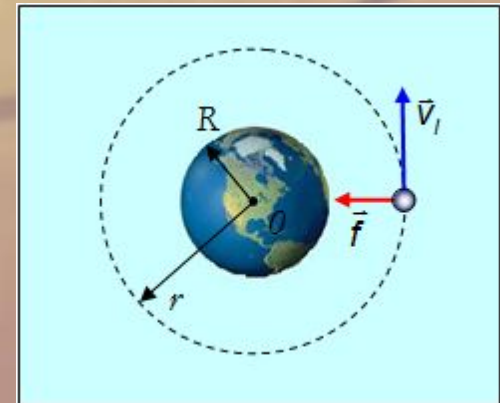
Спутник вращается по круговой орбите на высоте 100 км от поверхности Земли. Какова длина пути, проходимого спутником за 1 оборот вокруг Земли? Диаметр Земли составляет 12 640 км.

Решение.

$$D_1 = D(\text{земли}) + 100 \text{ км}$$

$$C = D_1 \cdot \pi = (12\,640 + 100) \cdot 3,14 = 40003,6 \text{ (км)}$$

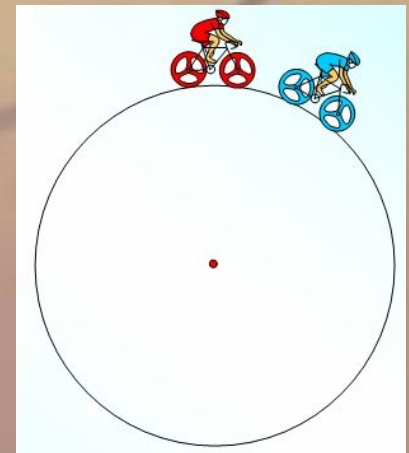
Ответ: 40003,6 км



# Число $\pi$ в задачах

## Задача 4

Два велосипедиста одновременно начали двигаться по единичной окружности из одной точки в противоположных направлениях. Первый велосипедист за одну секунду  $\frac{\pi}{4}$  проходит угол в положительном направлении, а второй за  $\frac{\pi}{3}$  секунду проходит угол в отрицательном направлении. В какой точке окружности они встретятся первый раз? Встретятся ли они когда-нибудь снова в первоначальной точке? Найти все точки встречи.



# Число $\pi$ в задачах

## Задача 4

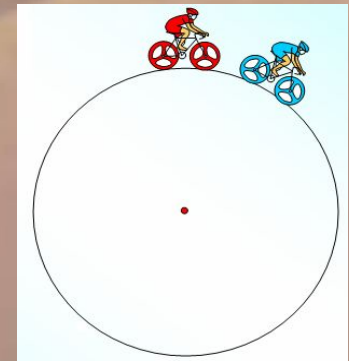
### Решение.

За одну секунду велосипедисты сближаются на угол

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12} \quad \text{Длина единичной окружности } 2\pi.$$

Найдем время, через которое велосипедисты встретятся первый раз  $t = \frac{7\pi}{12} \pi: = \frac{12}{7\pi} \pi \cdot \frac{24}{7} =$  (с). За это время первый велосипедист повернется по окружности в положительном направлении на угол  $\frac{24}{7} * \frac{\pi}{4} = \frac{6\pi}{7}$ . Все точки встречи можно записать выражением  $\text{вид } \frac{6\pi k}{7}$ ,  $k$  - натуральное число.

Ответ:  $\frac{6\pi}{7}$ , да,  $\frac{6\pi k}{7}$ ,  $k$  – натуральное число.



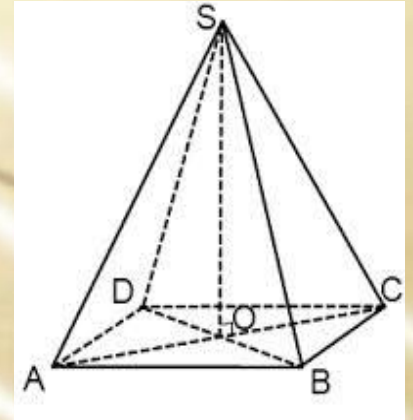
# Египетские пирамиды и число $\pi$



- Пирамиды строго ориентированы по сторонам света, все их размеры связаны со значением числа  $\pi$
- Измерения пирамиды Хеопса привели к новым сенсационным данным. Оказалось, что периметр пирамиды, разделенный на удвоенную высоту, дает значение числа  $\pi$  с точностью до 0,01

# Пирамида Хеопса и число $\pi$

## Задача 5



Дано:

SABCD-правильная четырехугольная пирамида

$a=AB=230,3$  м - сторона основания

$h=SO=146,6$  м – высота,  $P$ -периметр квадрата ABCD

Найти:  $P:2h$

Решение:

$P=4a$  – периметр основания

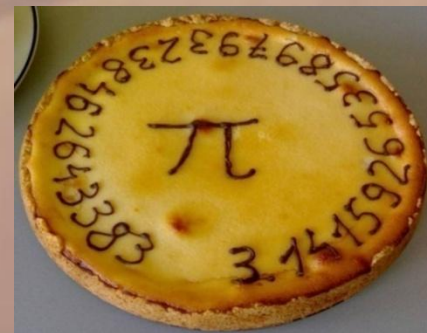
$P:2h=4a:2h = 2a:h=2*230,3:146,6 =$

$=460,6:146,6=3,1418826....$

Ответ:  $P:2h = 3,14$  – число  $\pi$

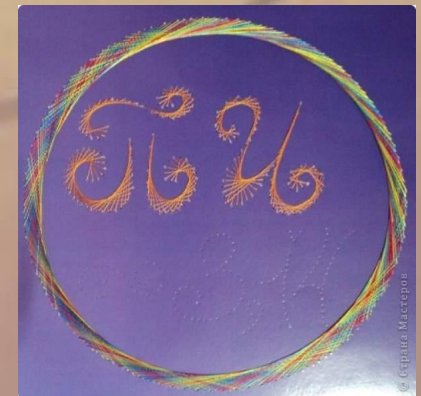
# День рождения числа $\pi$

- Этот праздник был учрежден в 1987 году физиком из Сан-Франциско, который подметил, что в американской системе записи дат (месяц/число) 14 марта – 3.14 и время 1:59:26 совпадает с первыми разрядами числа  $\pi = 3,1415926$
- В этот день принято читать хвалебные речи в честь числа  $\pi$ , его роли в жизни человечества.
- Итальянцы в этот день готовят ПИццу, англичане – жареную ПИкшу, немцы ставят на стол свиной шПИк, французы готовят что-нибудь ПИкантное. В России же пекут ПИроги.



# День приближенного значения числа $\pi$

Датой, связанной с числом  $\pi$ , является 22 июля, так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой неправильной дроби является приближённым значением числа  $\pi=22/7=3,1428571\dots$



# Памятники числу $\pi$

□ «Пи» – часы



□ Памятник числу «Пи» перед зданием музея искусств в Сиэтле



□ Дворец Кастель дель Монте, в пропорциях которого можно вычислить число «Пи»



□ Прозрачный флакон духов с вытесненными геометрическими узорами назван в честь числа «Пи»





# Правило запоминания числа $\pi$

Чтобы нам не ошибаться,  
Надо правильно прочесть:

**3**, три

**14** четырнадцать

**15** пятнадцать

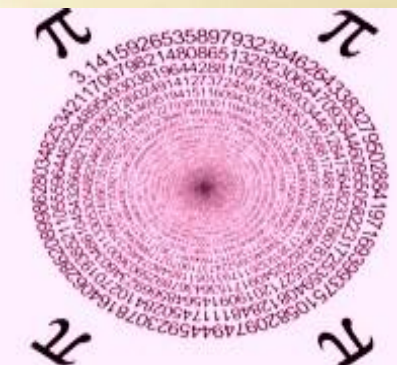
**92** девяносто два и

**6** шесть

Надо только постараться

И запомнить всё как есть:

**3, 14 15 92 6** три, четырнадцать, пятнадцать,  
девяносто два и шесть



С.Бобров. "Волшебный двурог"

# Заключение

- Значение числа  $\pi$  в современном мире представляет собой не только научную ценность, но и используется для точных вычислений
- С числом  $\pi$  связано много интересных фактов, поэтому оно вызывает интерес к изучению
- История числа  $\pi$  это череда усилий величайших умов человечества по уточнению его знаков и поисков алгоритмов для их нахождения