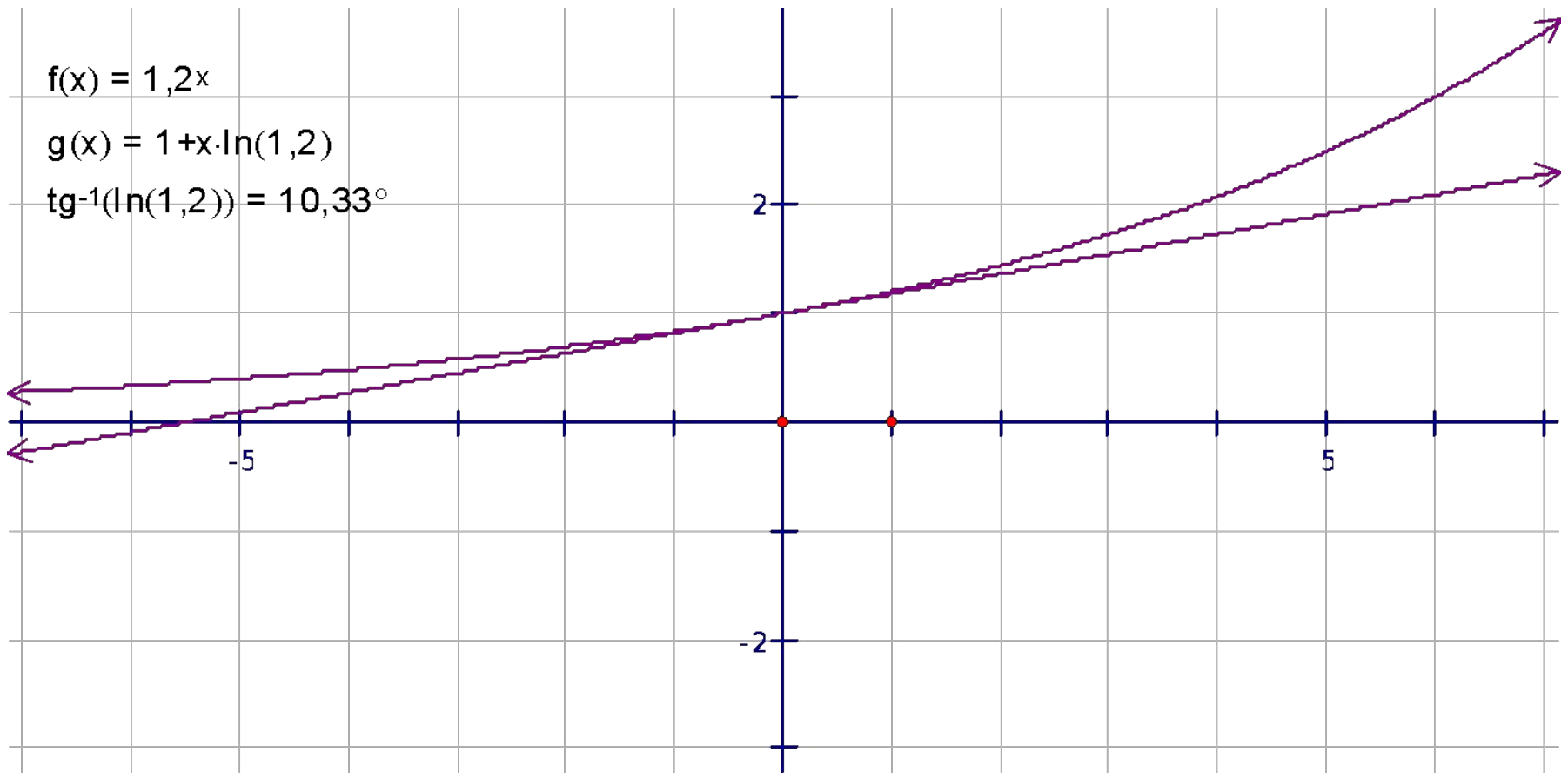


Число e .
Производная показательной
функции.
Натуральный логарифм.

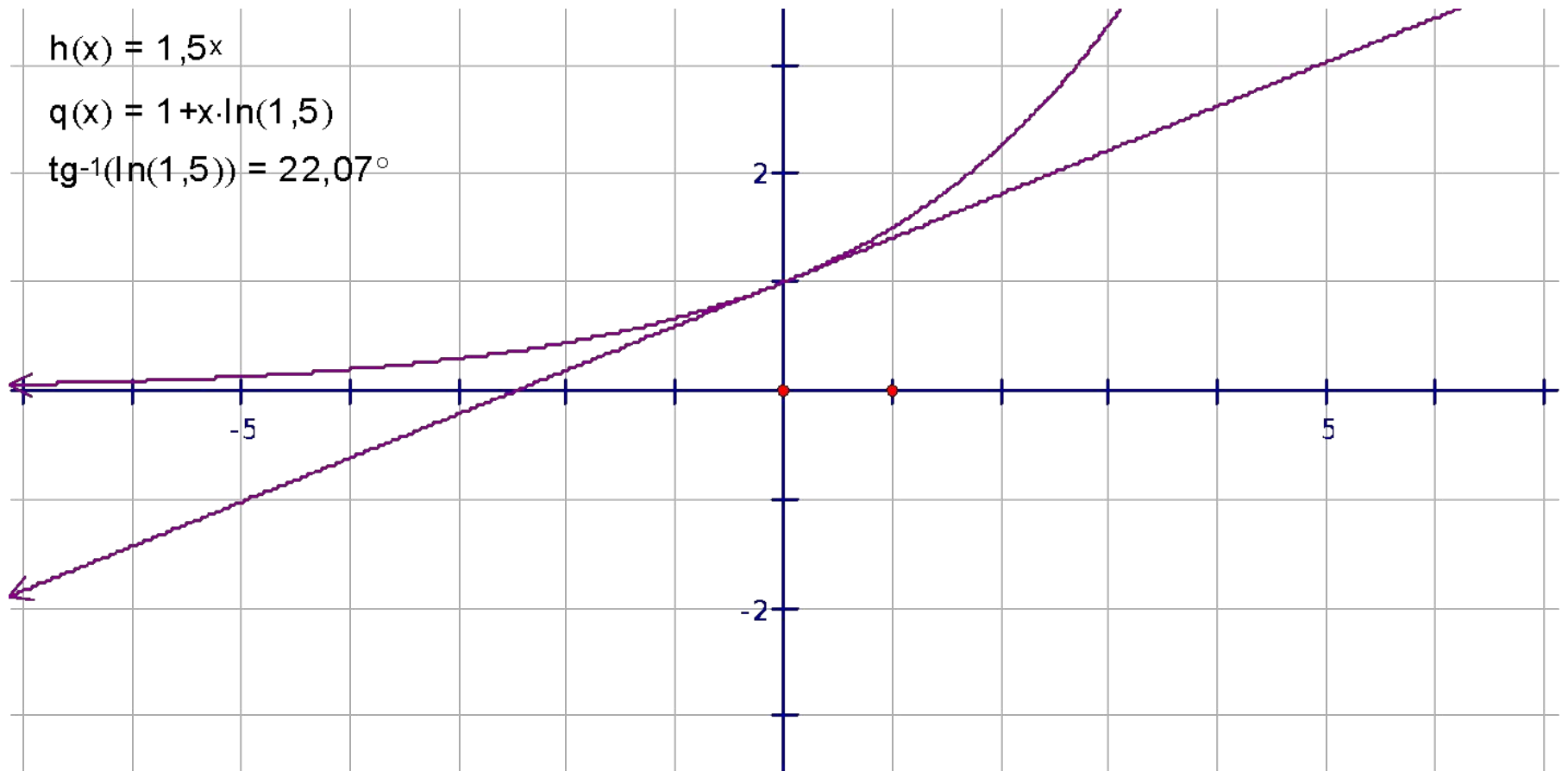
$$f(x) = 1.2^x$$

$$\alpha = 10.33^\circ$$



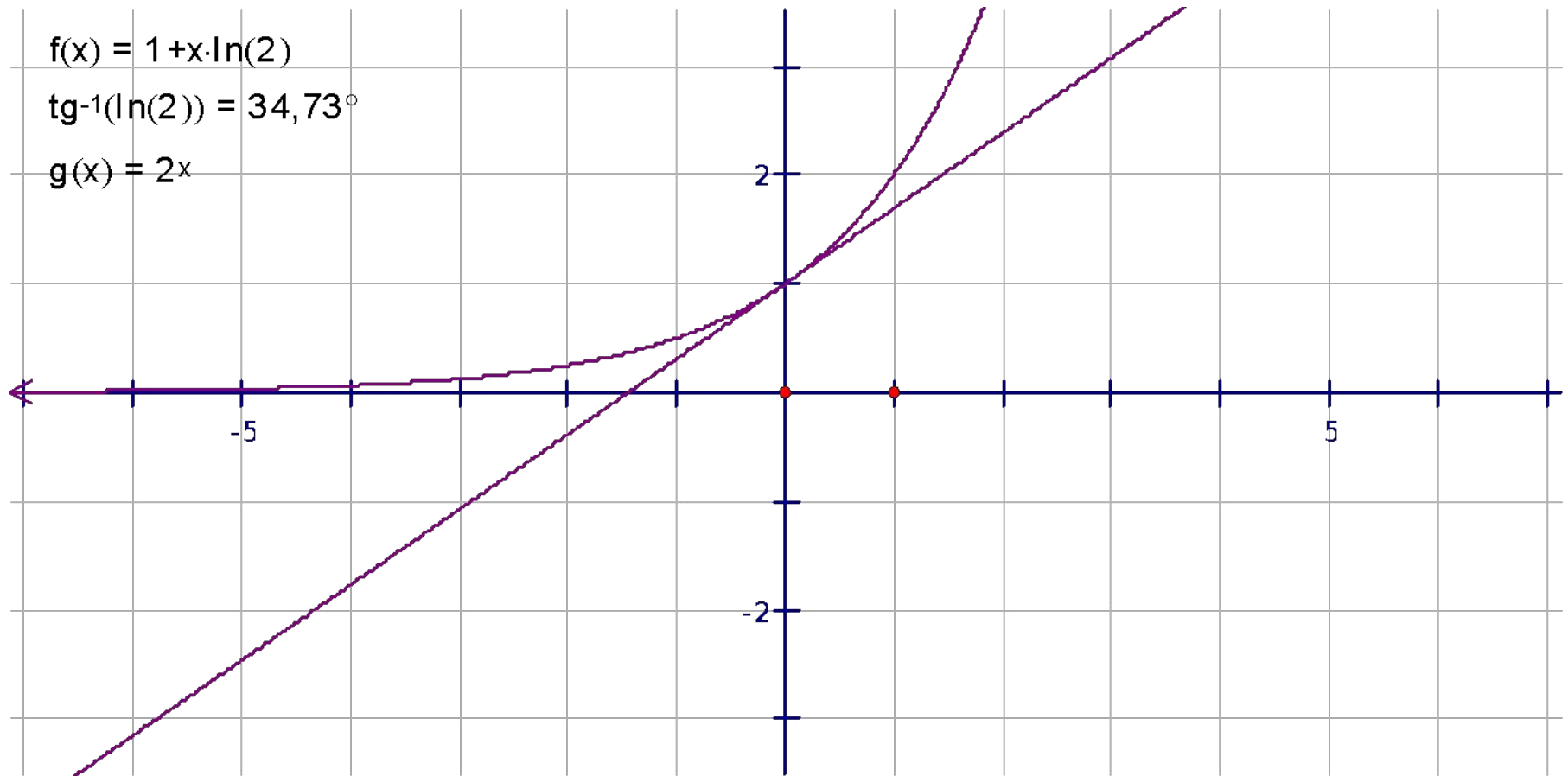
$$f(x) = 1.5^x$$

$$\alpha = 22.07^\circ$$



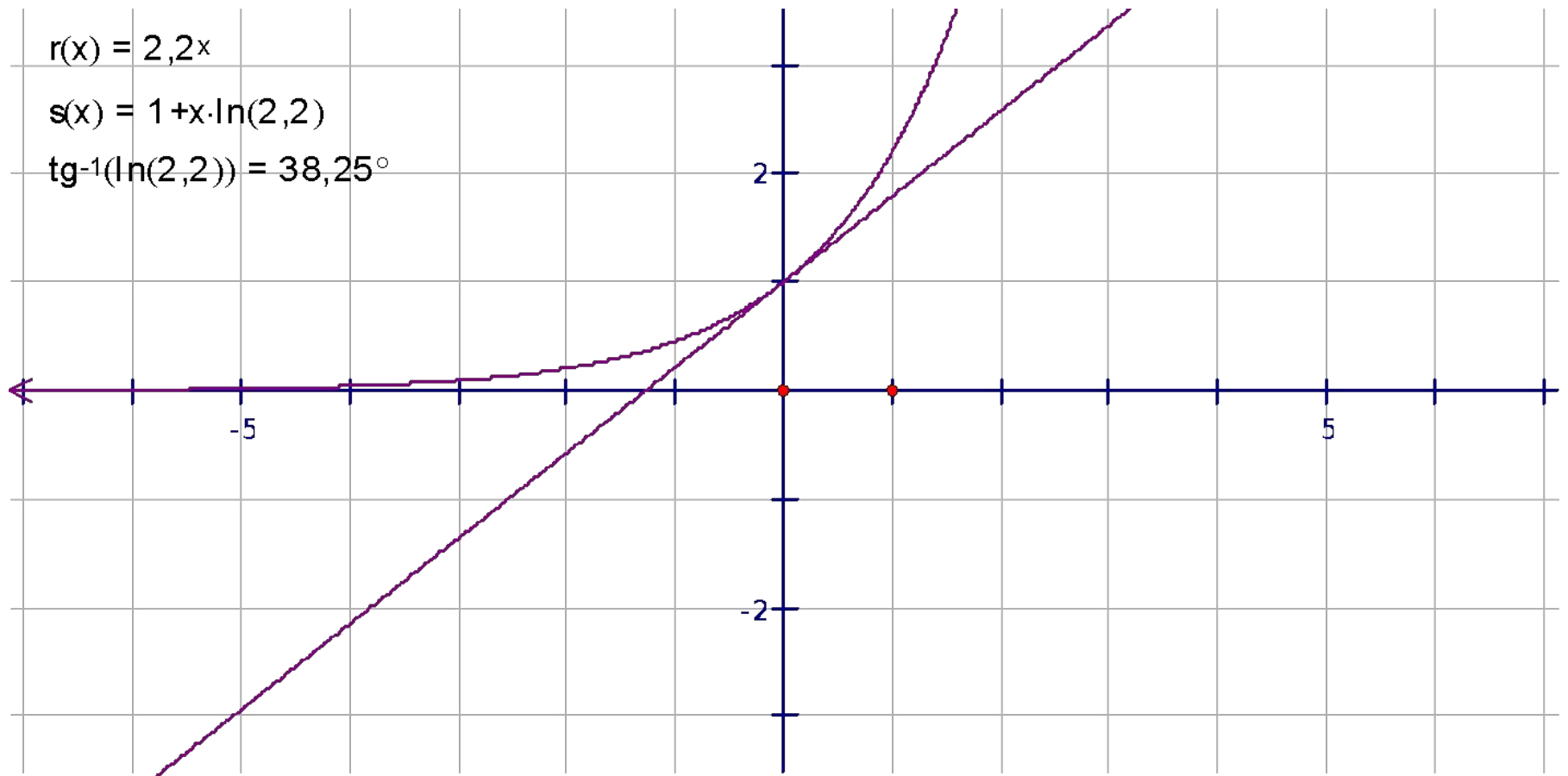
$$f(x) = 2^x$$

$$\alpha = 34.73^\circ$$



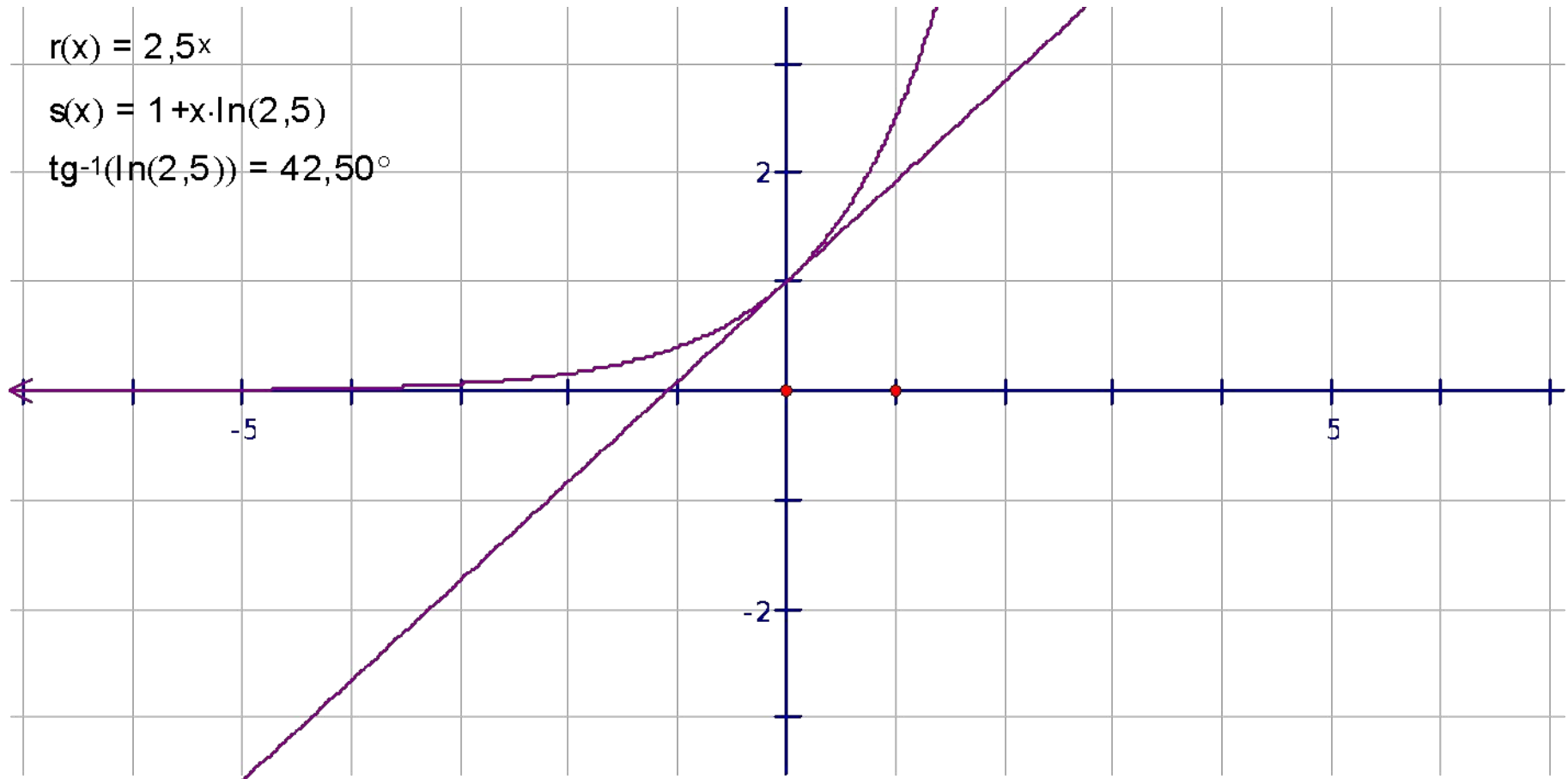
$$f(x) = 2.2^x$$

$$\alpha = 38.25^\circ$$



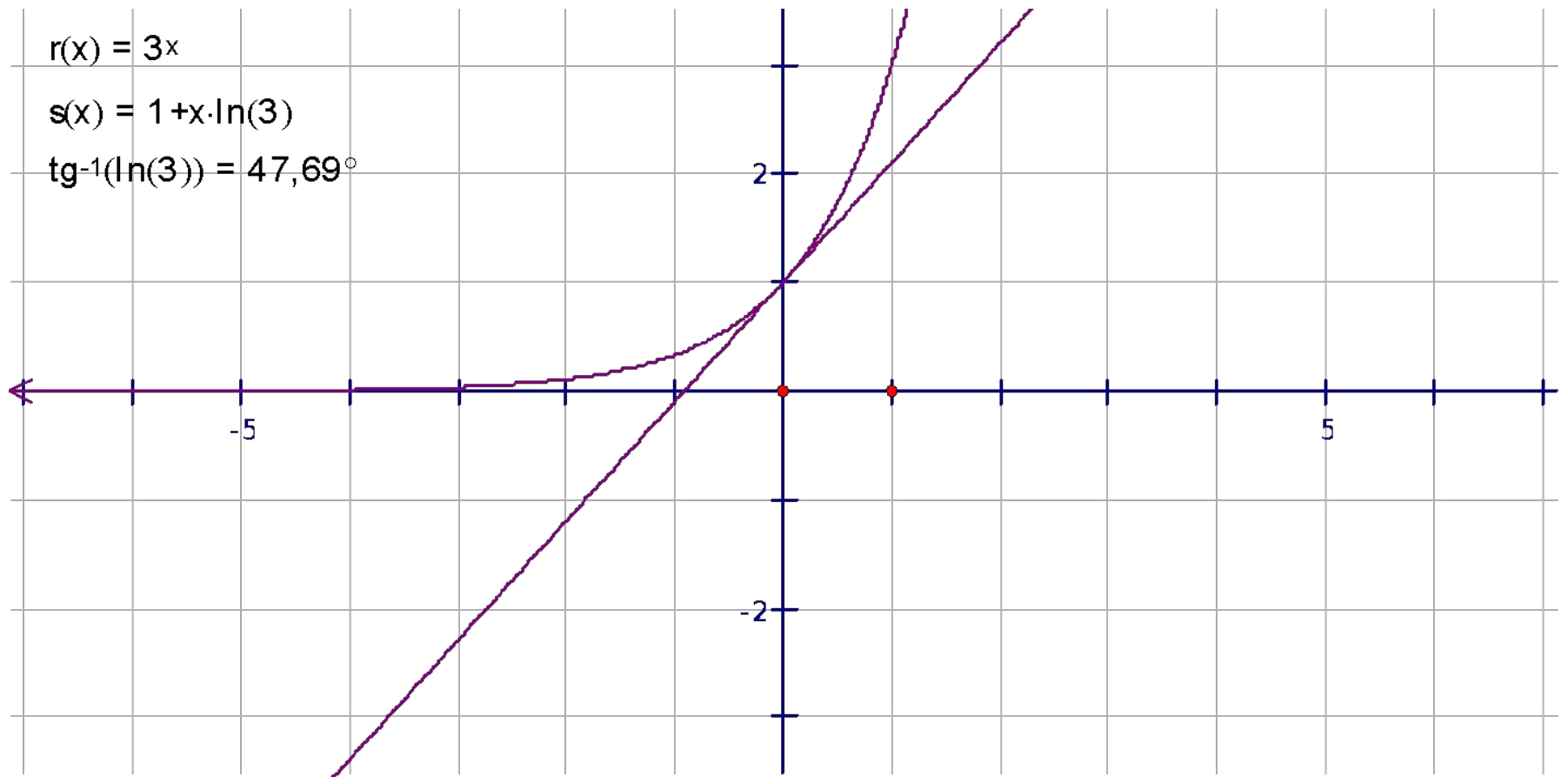
$$f(x) = 2.5^x$$

$$\alpha = 42.50^\circ$$



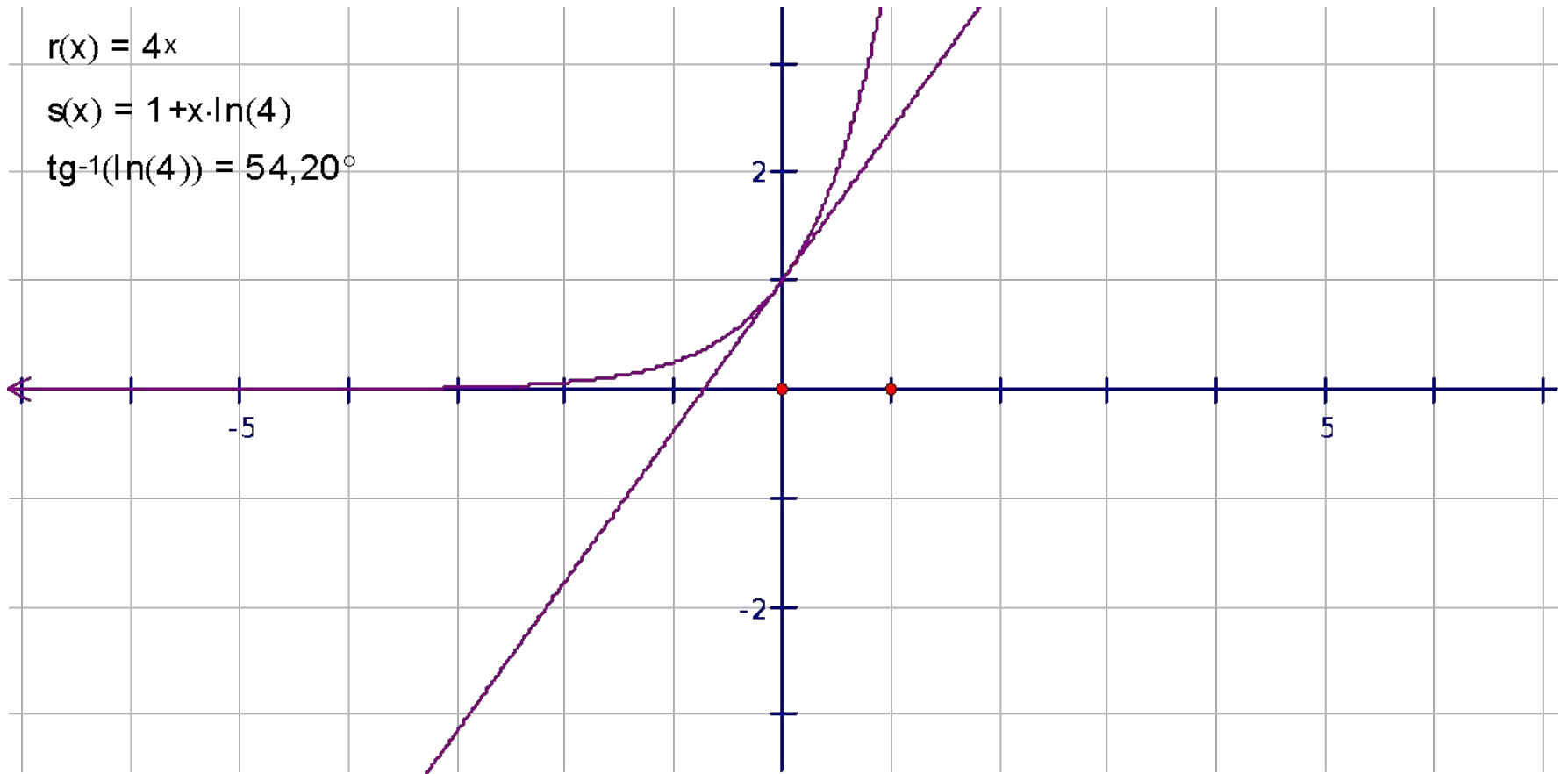
$$f(x) = 3^x$$

$$\alpha = 47.69^\circ$$



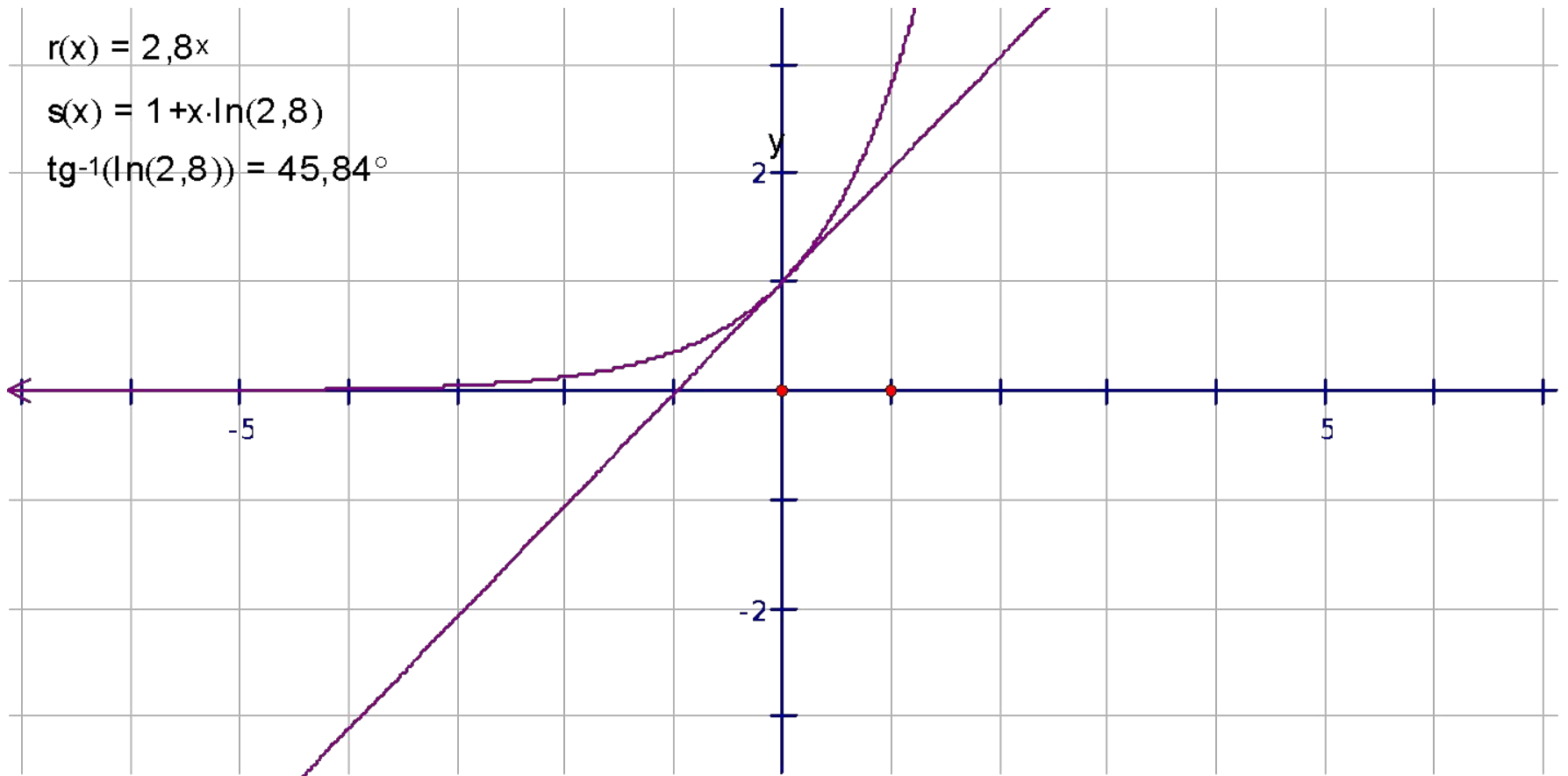
$$f(x) = 4^x$$

$$\alpha = 54.20^\circ$$



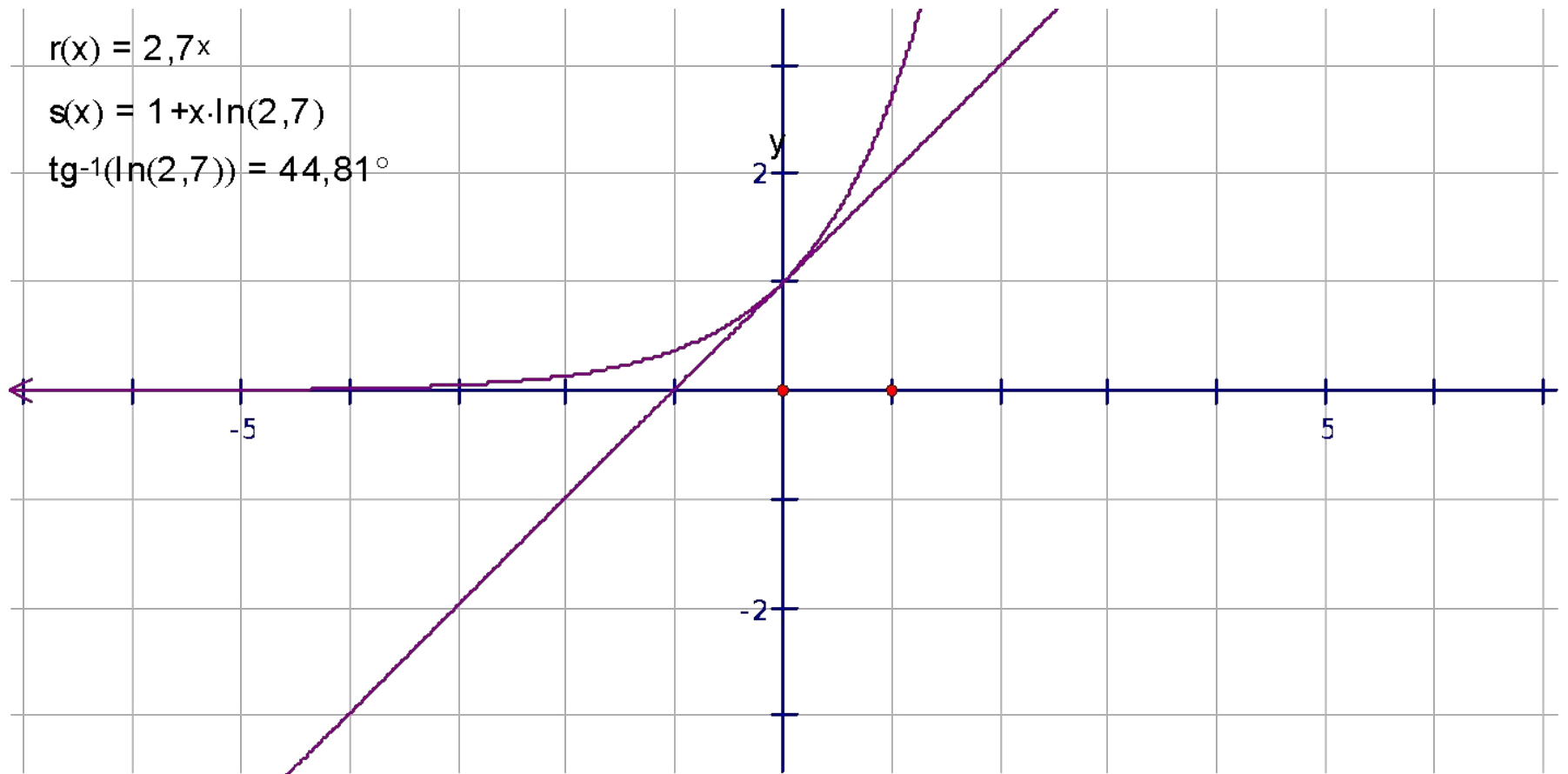
$$f(x) = 2.8^x$$

$$\alpha = 45.84^\circ$$



$$f(x) = 2.7^x$$

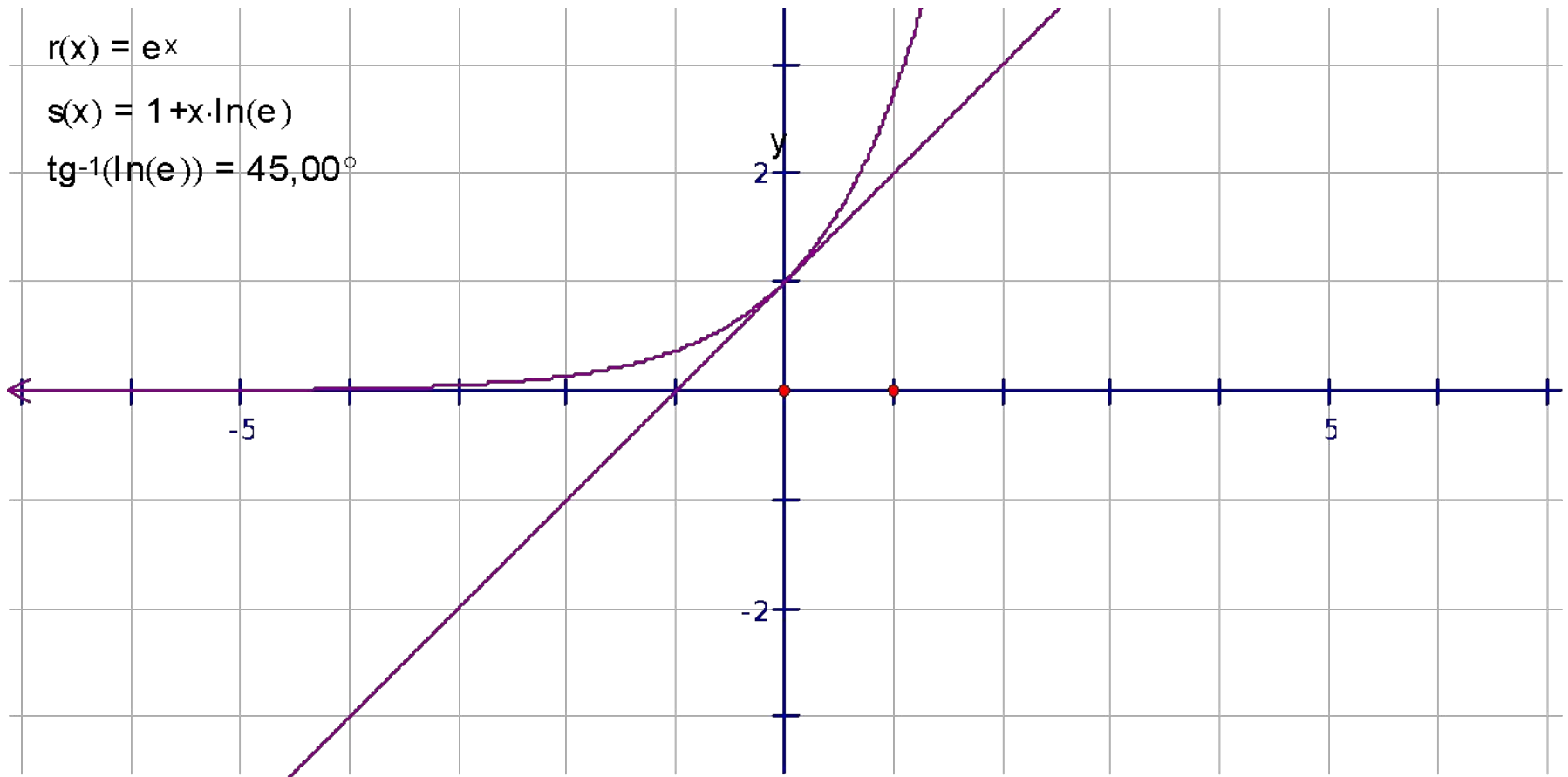
$$\alpha = 44.81^\circ$$



$$f(x) = e^x$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$k = \operatorname{tg} \alpha = 1$$



Иррациональное число e .

- $e = 2,7182818284590\dots$

*бесконечная непериодическая
десятичная дробь*

- $e \approx 2,7$

- *В пи – цифры не пересчитать,*
- *e – бесконечно столь же .*
- *А если их с конца писать, какое будет больше?*

Свойства функции $y=e^x$

- $D(y) = \mathbb{R}$;
- Функция общего вида;
- Возрастает на всей области определения;
- Не имеет наибольшего и наименьшего значений;
- Ограничена снизу и неограничена сверху;
- Непрерывна;
- $E(y) = (0 ; + \infty)$;
- Выпукла вниз;
- Дифференцируема на всей области определения.

- **График касательной к графику функции $y=e^x$ в точке с абсциссой $x=0$, образует с положительным направлением оси абсцисс угол в 45° .**
- **Угловым коэффициентом касательной, проведенной к графику функции $y=e^x$ в точке с абсциссой $x=0$, равен 1**

- Показательная функция $y = e^x$ в точке $x=0$ имеет производную, равную 1.

- Т.е.
$$\frac{e^{\Delta x} - e^0}{\Delta x} = \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} \rightarrow 1 \quad \underline{(A)}$$

при $\Delta x \rightarrow 0$

Определение производной

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} f'(x_0)$$

Производная функции $y=e^x$

- Нам задана функция
 $y(x)=e^x$
- $y'(0) = 1$, т.к. $e^0=1$,
- $y(x) = e^x$
- $y(x+\Delta x) = e^{x+\Delta x}$,
- $\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = e^{x+\Delta x} - e^x = e^x (e^{\Delta x} - 1)$,
- пользуясь условием (A) можем записать :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{e^x (e^{\Delta x} - 1)}{\Delta x} = e^x \cdot \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} e^x$$

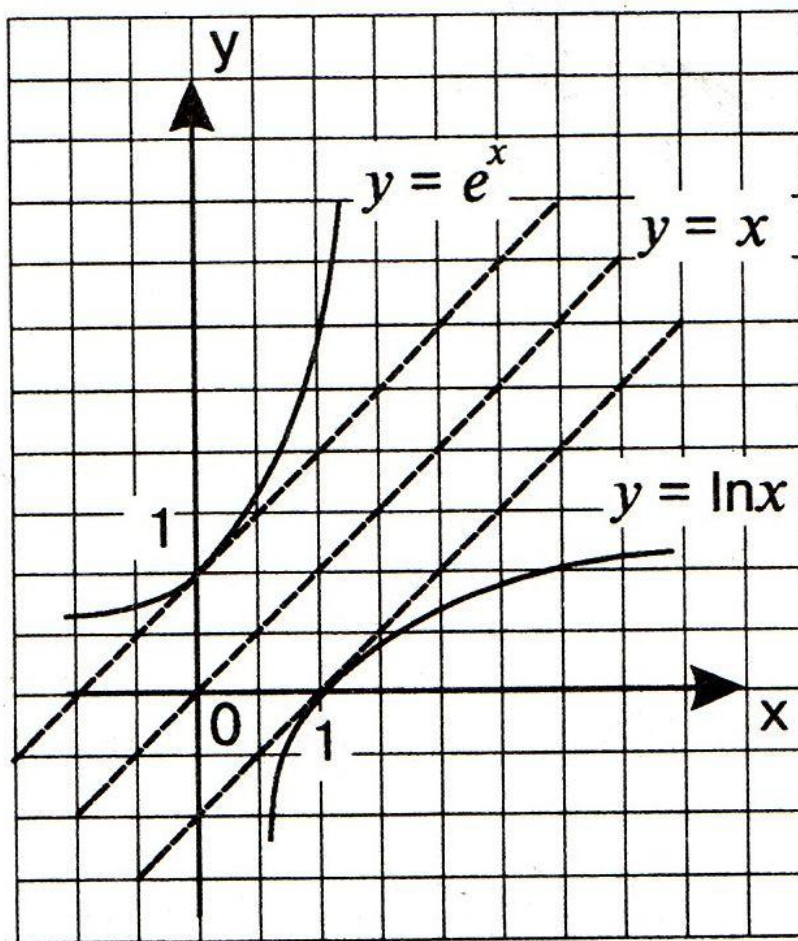
- $(e^x)' = e^x$

- Любая первообразная для функции $y(x) = e^x$ может быть записана в виде $Y(x) = e^x + c$

Натуральный логарифм

- **Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию e**
- **Обозначение: $\ln x = \log_e x$**

График функции $y = \ln x$



Свойства функции $y = \ln x$

- $D(y) = (0 ; + \infty)$;
- Функция общего вида;
- Возрастает на всей области определения;
- Не имеет наибольшего и наименьшего значений;
- Неограничена снизу и сверху;
- Непрерывна;
- $E(y) = \mathbb{R}$;
- Выпукла вверх;
- Дифференцируема на всей области определения.

Производная показательной функции с произвольным основанием.

- $a = e^{\ln a}$, $a^x = e^{\ln a^x}$

- $(a^x)' = (e^{\ln a^x})' = (e^{x \ln a})' = (e^{\ln a \cdot x})' =$
 $= (e^{\ln a \cdot x}) \cdot (x \ln a)' = a^x \ln a$

Первообразная показательной функции с произвольным основанием.

- Любая первообразная для функции $y(x) = a^x$ может быть записана в виде

$$Y(x) = \frac{a^x}{\ln a} + c$$