

# СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Торопина В.С., учитель математики

# Частные случаи степенной функции

$$y = x$$

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = \frac{1}{x}$$

# Степенная функция

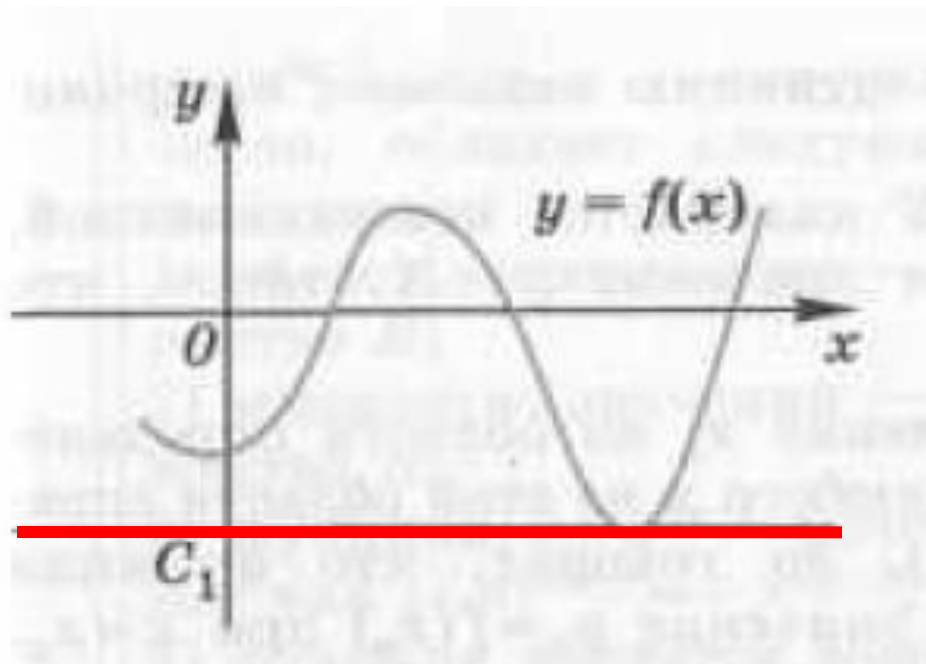
$$y = x^p$$

где  $p$  – заданное действительное число

# Определение

- Функция  $y=f(x)$ , определенная на множестве  $X$ , называется **ограниченной снизу на множестве  $X$** , если существует число  $C_1$ , такое, что для любого  $x \in X$ , выполняется неравенство  $f(x) \geq C_1$ .

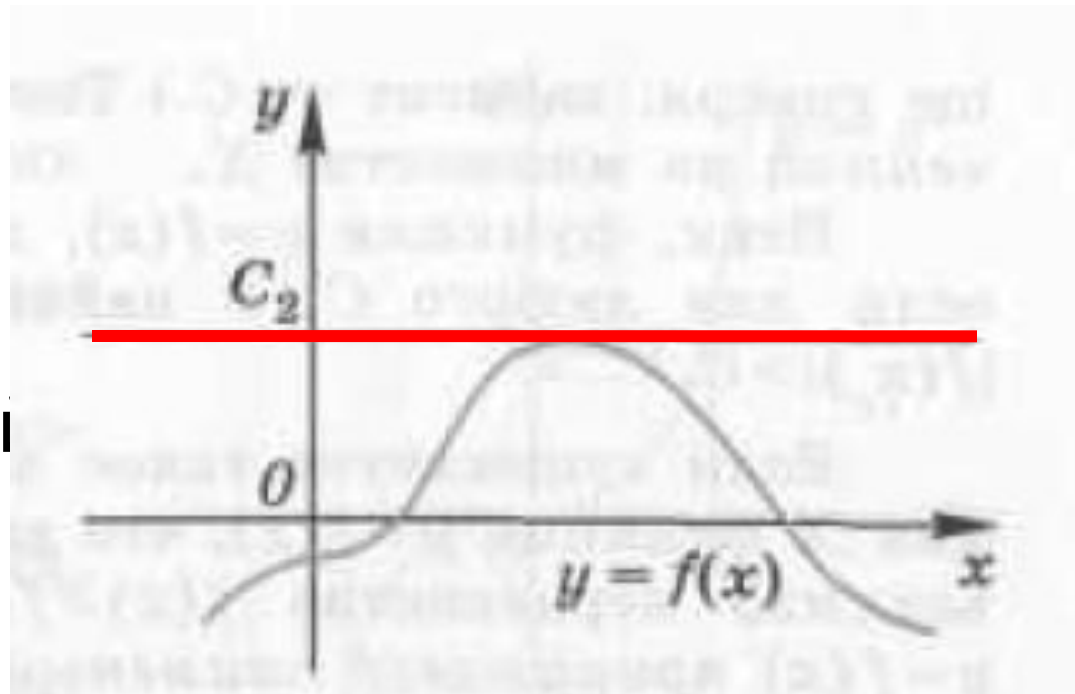
- Это означает, что все точки графика ограниченной снизу функции  $y=f(x)$ ,  $x \in X$  расположены выше прямой  $y=C_1$  или на этой прямой.



# Определение

- Функция  $y=f(x)$ , определенная на множестве  $X$ , называется **ограниченной сверху на множестве  $X$** , если существует число  $C_2$ , такое, что для любого  $x \in X$ , выполняется неравенство  $f(x) \leq C_2$ .

- В этом случае все точки графика функции  $y=f(x)$ ,  $\notin$  лежат ниже прямой  $y=C_2$  или на этой прямой.



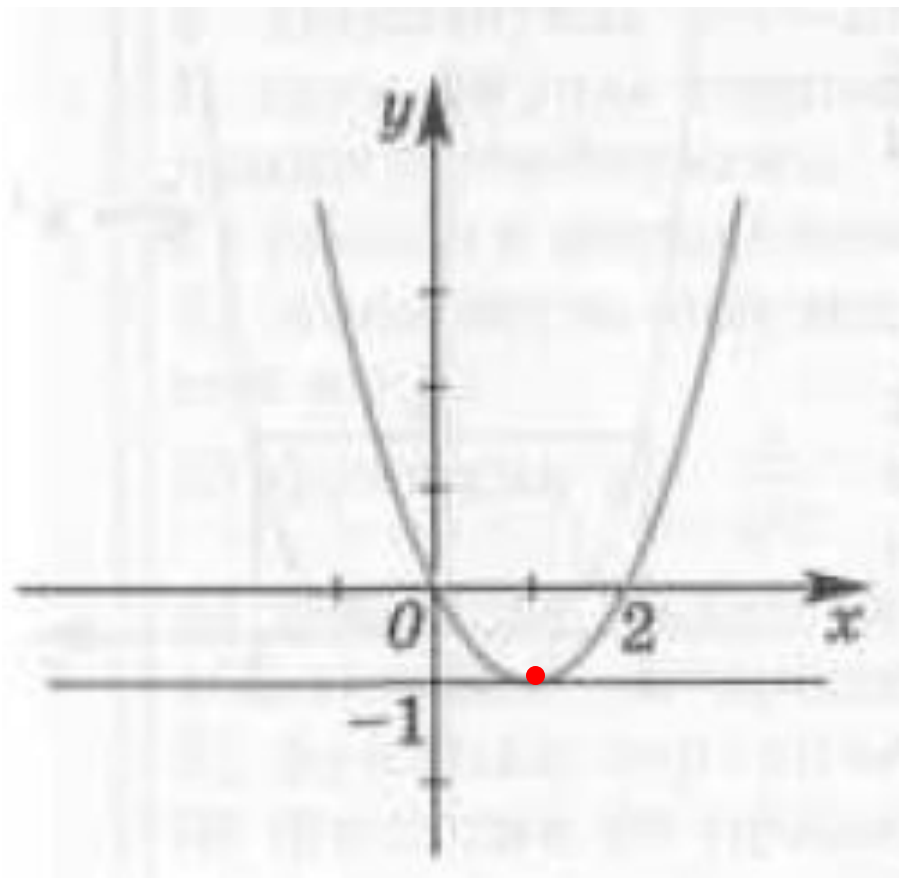
- Функцию, ограниченную и сверху, и снизу на множестве  $X$ , называют ***ограниченной*** на этом множестве.



Если существует такое значение  $x_0$  из области определения  $X$  функции  $y=f(x)$ , что для любого  $x$  из этой области справедливо неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$ , то говорят, что функция  $y=f(x)$  **принимает наименьшее значение  $y_0 = f(x_0)$**  при  $x=x_0$ .

# Например

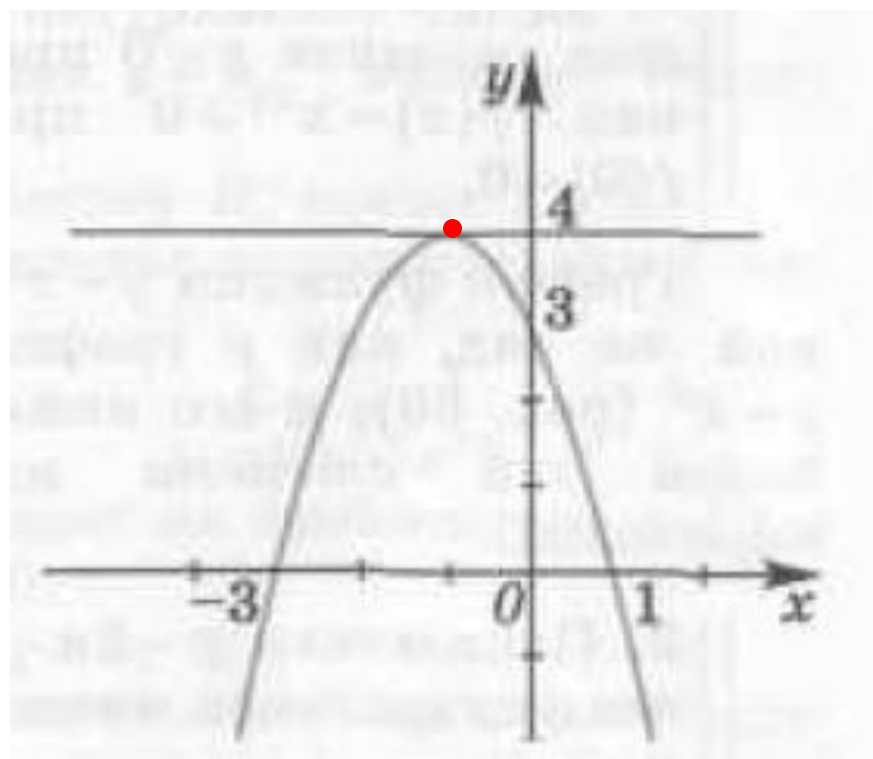
Функция  $y = x^2 - 2x$   
принимает наименьшее  
значение, равное  $-1$ ,  
при  $x=1$ .



Если существует такое значение  $x_0$  из области определения  $X$  функции  $y=f(x)$ , что для любого  $x$  из этой области справедливо неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$ , то говорят, что функция  $y=f(x)$  **принимает наибольшее значение  $y_0 = f(x_0)$**  при  $x=x_0$ .

# Например

Функция  $y = -x^2 - 2x + 3$   
принимает наибольшее  
значение, равное 4,  
при  $x = -1$ .



# Свойства степенной функции $y = x^p$

## при различных значениях $p$

1. Показатель  $p=2n$  – четное натуральное число;
2. Показатель  $p=2n-1$  - нечетное натуральное число;
3. Показатель  $p=-2n$ , где  $n$  – натуральное число;
4. Показатель  $p=-(2n-1)$ , где  $n$  – натуральное число.

# Показатель $p=2n$ – четное натуральное число

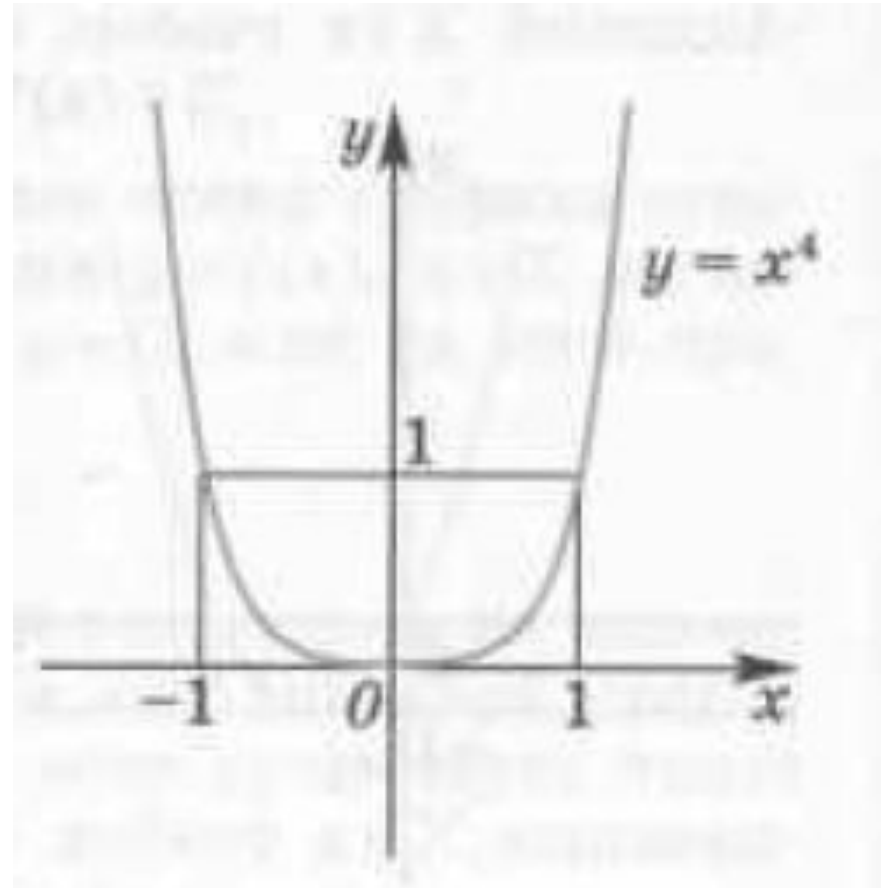
$$y = x^{2n}$$

- 1) Область определения –  $x \in R$ ;
- 2) Множество значений –  $y \geq 0$ ;
- 3) Четная, т.к.  $(-x)^{2n} = x^{2n}$ ;
- 4) Является убывающей на промежутке  $x \leq 0$  и возрастающей на промежутке  $x \geq 0$ ;
- 5) Ограничена снизу;
- 6) Принимает наименьшее значение  $y = 0$  при  $x = 0$ .



# Парабола n-ной степени (или просто парабола)

$$y = x^{2n}$$



# Показатель $p=2n-1$ - нечетное натуральное число

$$y = x^{2n-1}$$

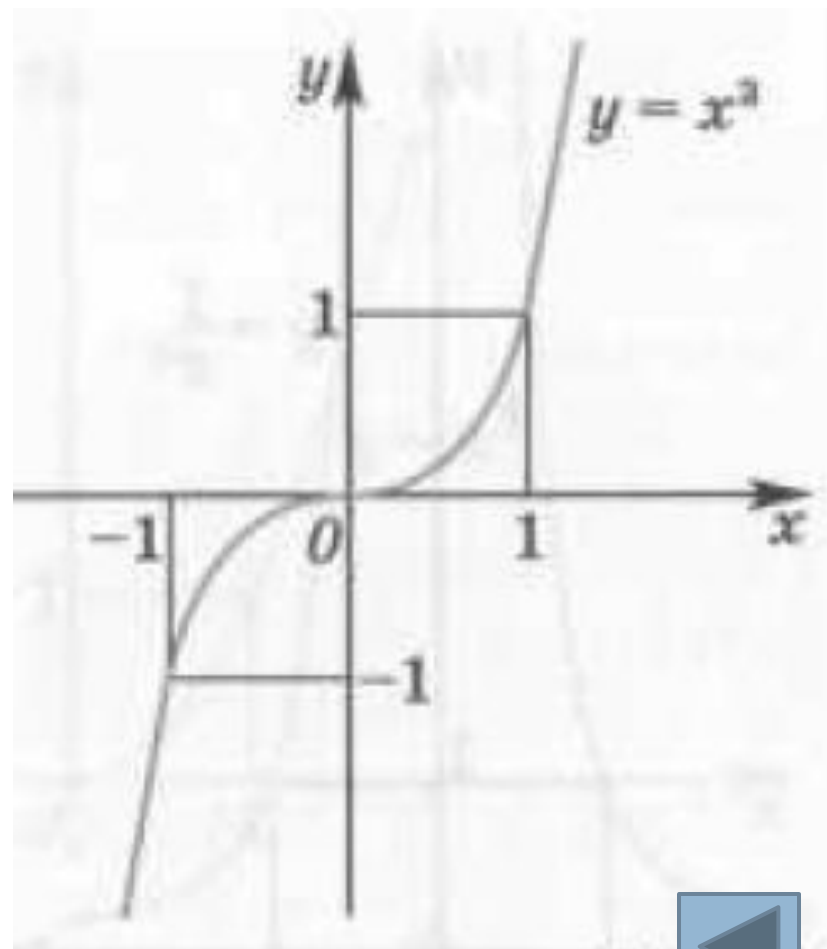
- 1) Область определения  $x \in R$ ;
- 2) Множество значений  $y \in R$ ;
- 3) Нечетная, т.к.  $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$ ;
- 4) Является возрастающей на всей действительной оси;
- 5) Не является ограниченной ни сверху, ни снизу;
- 6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.





# Кубическая парабола

$$y = x^{2n-1}$$



# Показатель $p = -2n$ , где $n$ – натуральное число

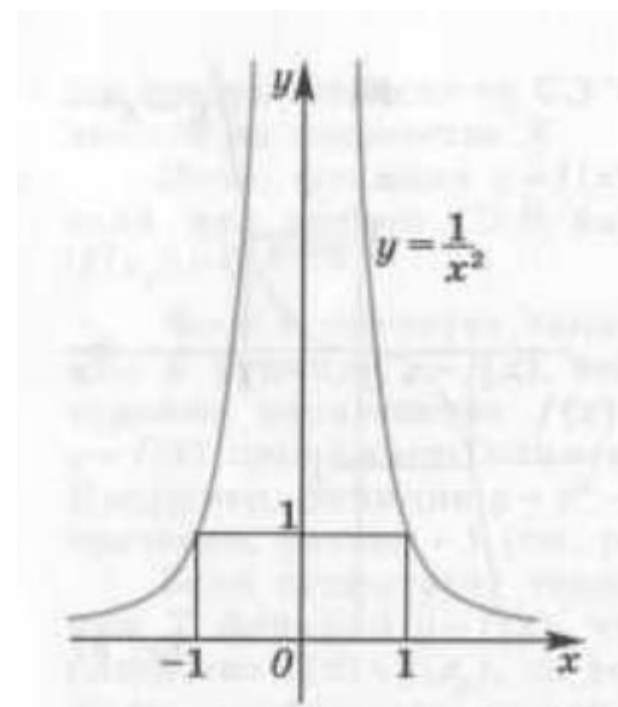
$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$

- 1) Область определения –  $x \neq 0$ ;
- 2) Множество значений –  $y > 0$ ;
- 3) Четная, т.к.  $\frac{1}{(-x)^{2n}} = \frac{1}{x^{2n}}$ ;
- 4) Является возрастающей на промежутке  $x < 0$  и убывающей на промежутке  $x > 0$ ;
- 5) Ограничена снизу:  $y > 0$ ;
- 6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.



График функции  $y = \frac{1}{x^{2n}}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y = \frac{1}{x^2}$

$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$



Показатель  $p = -(2n-1)$ , где  $n$  – натуральное число

$$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$$

- 1) Область определения –  $x \neq 0$ ;
- 2) Множество значений –  $y \neq 0$ ;
- 3) Нечетная, т.к.  $\frac{1}{(-x)^{2n-1}} = -\frac{1}{x^{2n-1}}$ ;
- 4) Является убывающей на промежутках  $x < 0$  и  $x > 0$ ;
- 5) Не является ограниченной.



График функции  $y = \frac{1}{x^{2n-1}}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y = \frac{1}{x^3}$

$$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$$

