СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Торопина В.С., учитель математики

Частные случаи степенной функции

$$\mathbf{y = x}$$

$$\mathbf{y = x^2}$$

$$\mathbf{y = x^3}$$

$$\mathbf{y = \frac{1}{x}}$$

Степенная функция

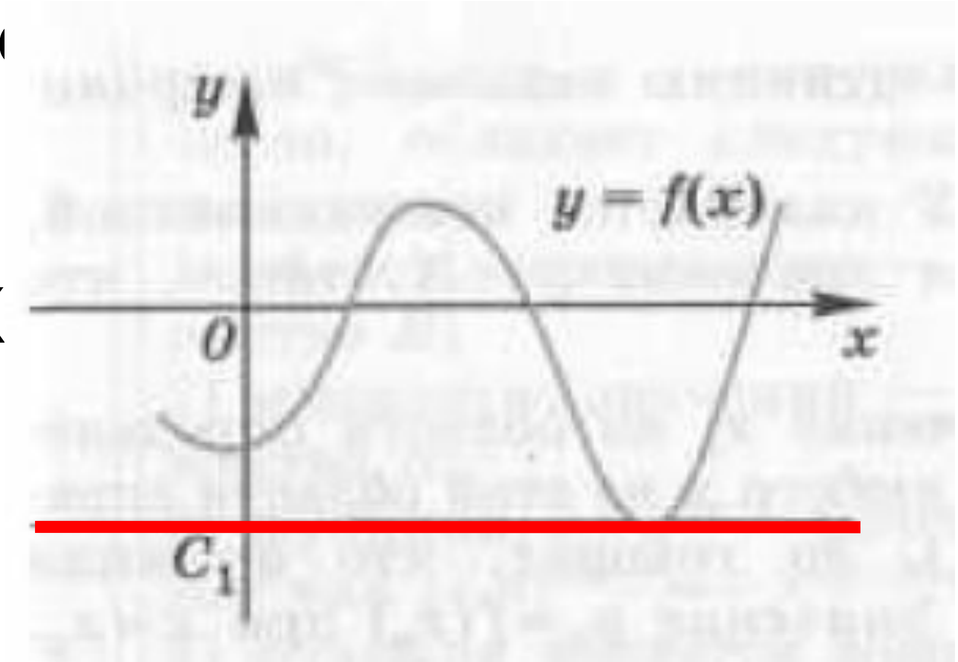
$$\mathbf{y = x^p}$$

где p – заданное действительное число

Определение

- Функция $y=f(x)$, определенная на множестве X, называется ***ограниченной снизу на множестве X***, если существует число C1, такое, что для любого $x \in X$, выполняется неравенство $f(x) \geq C1$.

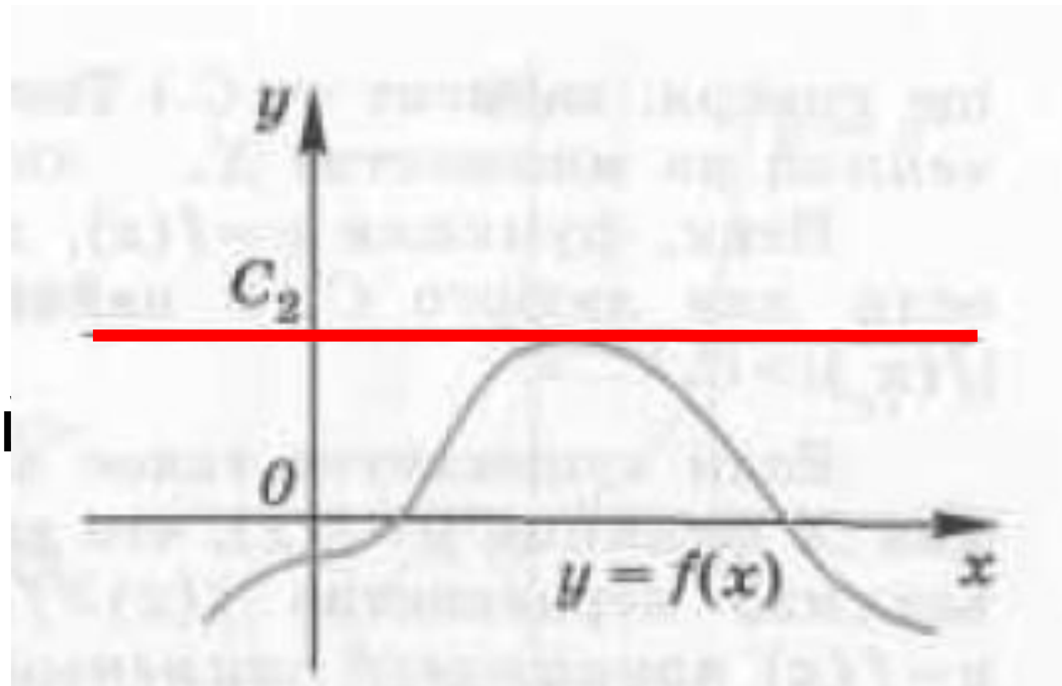
- Это означает, что все точки графика ограниченной снизу функции y=f(x), x ∈ X расположены выше прямой y=C1 или на этой прямой.



Определение

- Функция $y=f(x)$, определенная на множестве X, называется ***ограниченной сверху на множестве X***, если существует число C_2, такое, что для любого x X, выполняется неравенство $f(x) \leq C_2$.

- В этом случае все точки графика функции y=f(x), x∈ лежат ниже прямой y=C2 или на этой прямой.

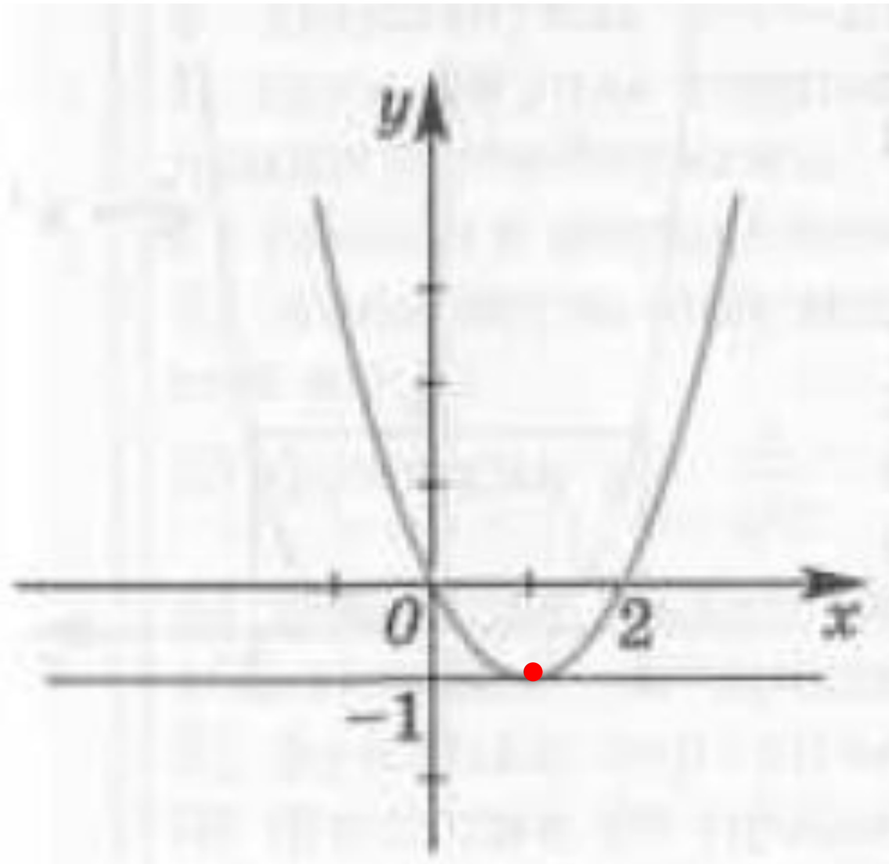


- Функцию, ограниченную и сверху, и снизу на множестве X, называют ***ограниченной*** на этом множестве.

Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y=f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \geq f(x_0)$, то говорят, что функция $y=f(x)$ ***принимает наименьшее значение $y_0 = f(x_0)$*** при $x=x_0$.

Например

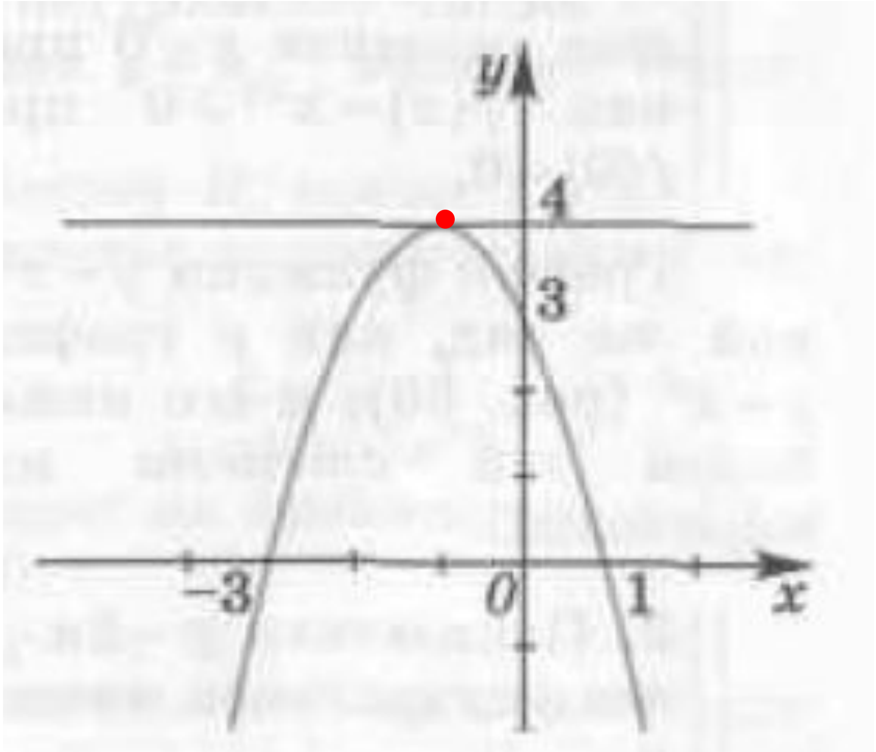
Функция $y = x^2 - 2x$ принимает наименьшее значение, равное -1, при x=1.



Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y=f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \leq f(x_0)$, то говорят, что функция $y=f(x)$ ***принимает наибольшее значение $y_0 = f(x_0)$*** при $x=x_0$.

Например

Функция $y = -x^2 - 2x + 3$ принимает наибольшее значение, равное 4, при x=-1.



Свойства степенной функции $y = x^p$ при различных значениях p

1. Показатель p=2n – четное натуральное число;
2. Показатель p=2n-1- нечетное натуральное число;
3. Показатель p=-2n, где n – натуральное число;
4. Показатель p=-(2n-1), где n – натуральное число.

Показатель p=2n – четное натуральное число

$$\mathbf{y = x^{2n}}$$

1) Область определения – $x \in R$;

2) Множество значений – $y \geq 0$;

3) Четная, т.к. $(-x)^{2n} = x^{2n}$;

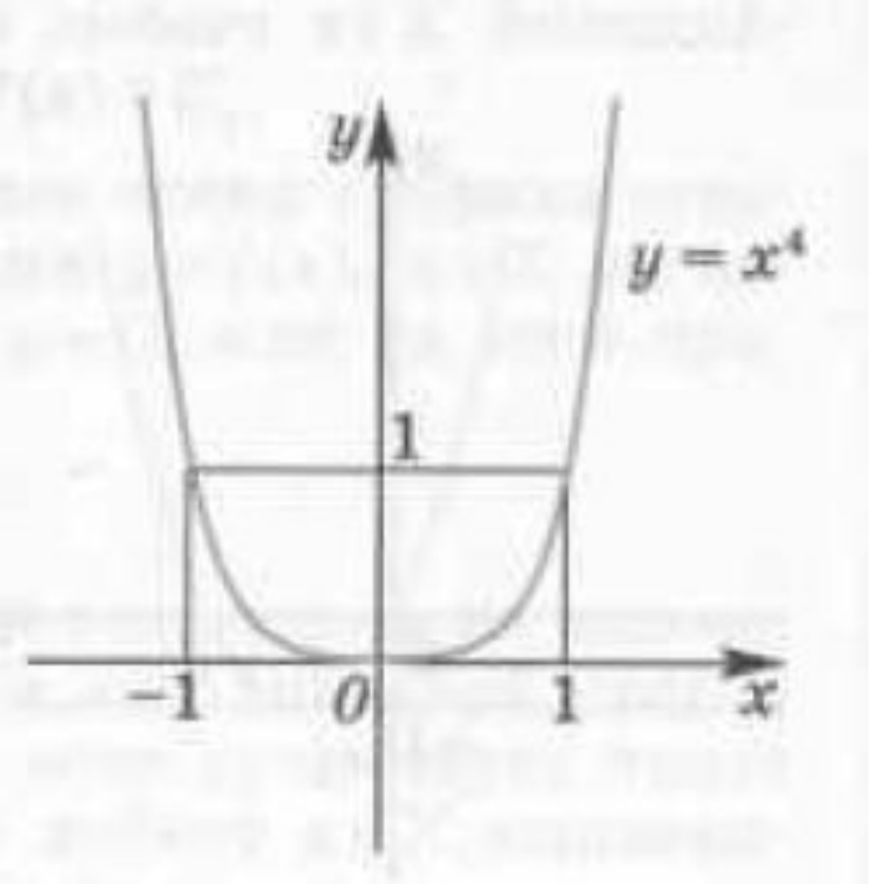
4) Является убывающей на промежутке $x \leq 0$ и возрастающей на промежутке $x \geq 0$;

5) Ограничена снизу;

6) Принимает наименьшее значение $y = 0$ при $x = 0$.

Парабола n-ной степени (или просто парабола)

$$y = x^{2n}$$



Показатель p=2n-1- нечетное натуральное число

$$y = x^{2n-1}$$

1) Область определения – $x \in R$;

2) Множество значений – $y \in R$;

3) Нечетная, т.к. $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$;

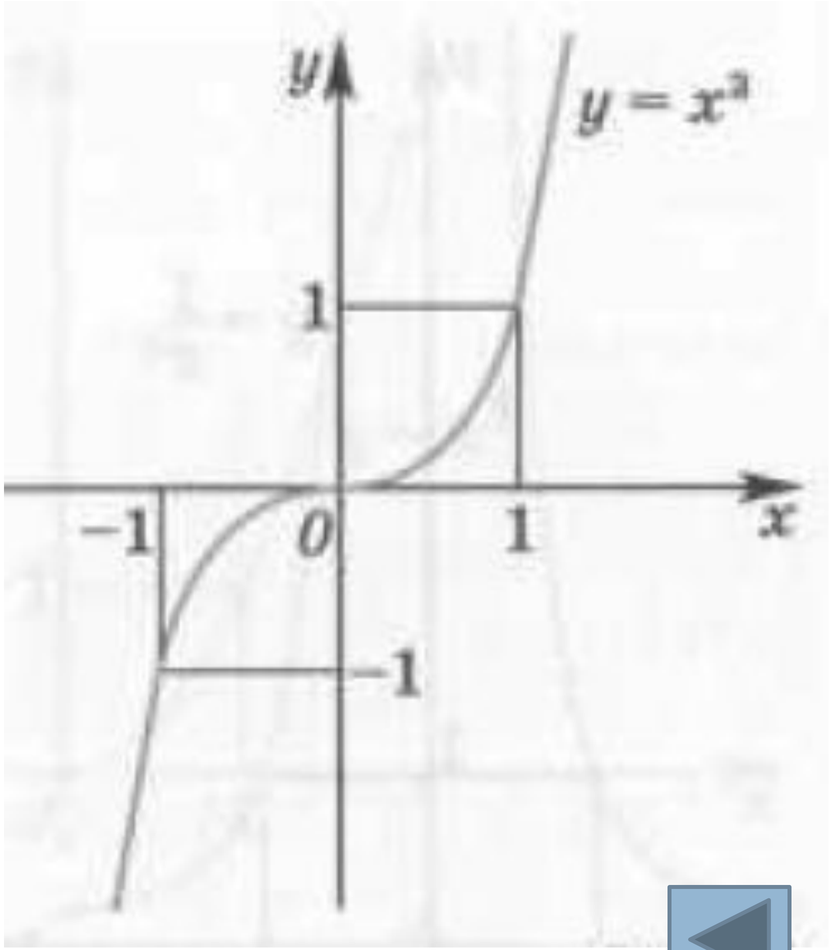
4) Является возрастающей на всей действительной оси;

5) Не является ограниченной ни сверху, ни снизу;

6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

Кубическая парабола

$$y = x^{2n-1}$$



Показатель p=-2n, где n – натуральное число

$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$

1) Область определения – $x \neq 0$;

2) Множество значений – $y > 0$;

3) Четная, т.к. $\frac{1}{(-x)^{2n}} = \frac{1}{x^{2n}}$;

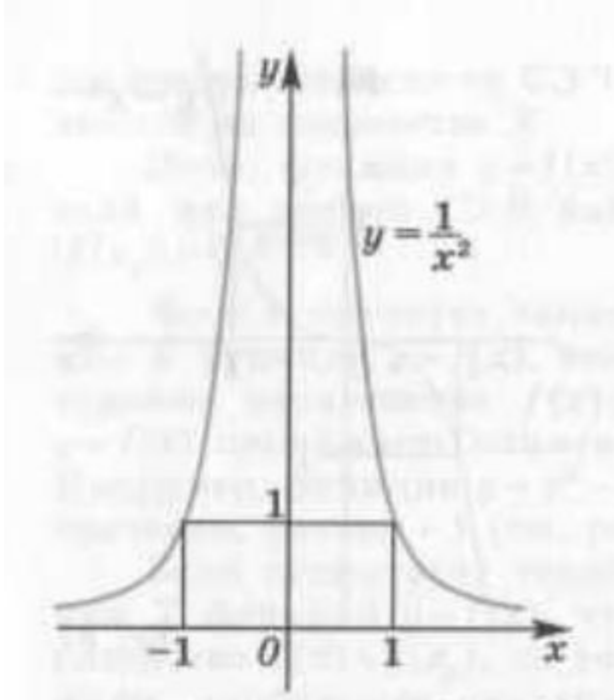
4) Является возрастающей на промежутке $x < 0$ и убывающей на промежутке $x > 0$;

5) Ограничена снизу: $y > 0$;

6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

График функции $y = \frac{1}{x^{2n}}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = \frac{1}{x^2}$

$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$



Показатель p=-(2n-1), где n – натуральное число

$$\mathbf{y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}}$$

1) Область определения – $x \neq 0$;

2) Множество значений – $y \neq 0$;

3) Нечетная, т.к. $\frac{1}{(-x)^{2n-1}} = -\frac{1}{x^{2n-1}}$;

4) Является убывающей на промежутках $x < 0$ и $x > 0$;

5) Не является ограниченной.

График функции $y = \frac{1}{x^{2n-1}}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = \frac{1}{x^3}$

$$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$$