

**Задачи на вычисление
объемов и площадей
поверхности тел
вращения.**

*(урок подготовки к сдаче ЕГЭ по
математике базового уровня в 12
классах **вечерней** школы)*

*Медведева Ю. Л.
г. Новый Уренгой*

2017 г.



Повторение:

Устно: 1. У Васи 10 яблок, а у Пети 2 яблока. Во сколько раз у Васи яблок больше, чем у Пети?

2. У Васи 10 яблок, а у Пети 2 яблока. Во сколько раз у Пети яблок меньше, чем у Васи?

Вывод 1 : Чтобы узнать, во сколько раз одна величина больше (или меньше) другой, нужно значение большей величины разделить на значение меньшей.

Вывод 2 : В задаче при необходимости можно заменять условие «в... больше» на «в ... меньше», и наоборот.

Решая задачи на тела вращения, в которых сравнивают 2 величины, ни одна из которых неизвестна, меньшую договоримся принимать равной единице, а условие «в ... меньше» всегда заменять на «в ... больше».



Повторение:

Пропорция – верное равенство двух отношений.

Основное свойство пропорции: Произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} ; a \times d = b \times c$$

$$\frac{a}{x} = \frac{c}{d} ; x = \frac{a \times d}{c} . \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{x} ; x = \frac{b \times c}{a}$$



Повторение:

Найти значение переменной используя основное свойство пропорции:

$$\frac{26}{X} = \frac{65}{100} ,$$

$$X = \frac{26 * 100}{65} ,$$

$$X = 40 .$$

$$\frac{15}{8} = \frac{27}{X} ,$$

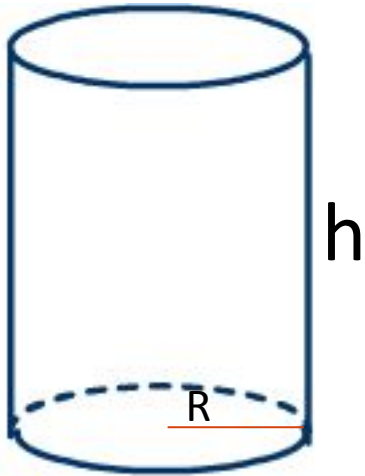
$$X = \frac{8 * 27}{15} ,$$

$$X = 14,4 .$$



Повторение:

Тела вращения

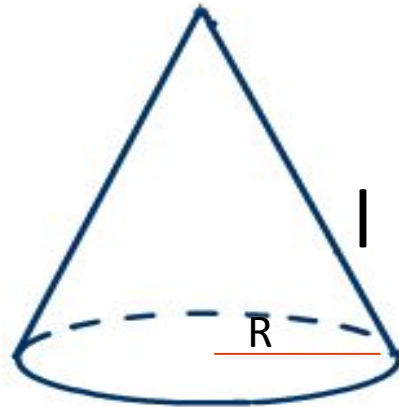


Цилиндр

$$V = \pi R^2 h$$

$$S_{\text{бок.}}$$

$$\text{пов.} = 2\pi R h$$

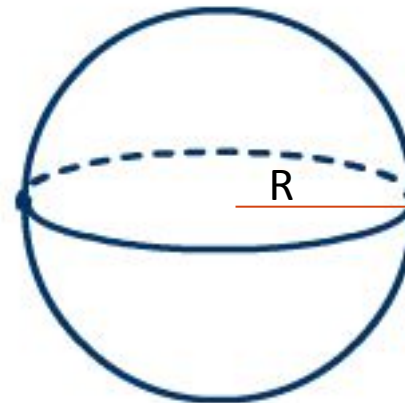


Конус

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$S_{\text{бок.}}$$

$$\text{пов.} = \pi R l$$



Шар

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S_{\text{пов-ти}} =$$

$$4\pi R^2$$

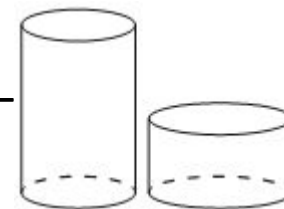


Алгоритм:

1. Прочитать задание, особое внимание уделить вопросу задачи.
2. Выписать нужную формулу.
3. Составить и заполнить таблицу.
4. Выполнить решение.



Задача 1: Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 6 и 9, а второго – 9 и 2. Во сколько раз объем первого цилиндра больше объема второго?



Читаем вопрос задачи. Выписываем формулу для вычисления объема цилиндра.

$$V = \pi R^2 h$$

Составляем и заполняем таблицу.

«Собираем» формулу.

	R	h	V
1 цилиндр	6	9	$\pi 6^2 9$
2 цилиндр	9	2	$\pi 9^2 2$

$$\frac{\cancel{\pi} 6^2 \cancel{9}}{\cancel{\pi} 9^2} = 2$$

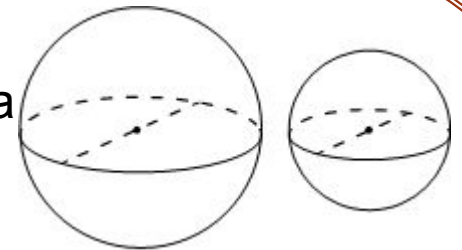
2

Ответ:

2



Задача 2: Даны два шара с радиусами 7 и 1. Во сколько раз объем большего шара больше объема другого?



Читаем вопрос задачи. Выписываем формулу для вычисления объема шара

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Составляем и заполняем таблицу:

«Собираем» формулу:

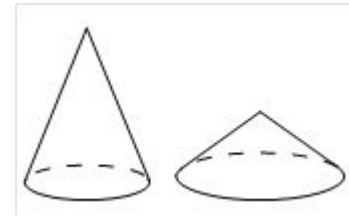
	R	V
1 шар	7	$\frac{4}{3} \pi 7^3$
2 шар	1	$\frac{4}{3} \pi 1^3$

$$\frac{343}{1} = 343$$

Ответ: 343



Задача 3: Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 2 и 5, а второго 5 и 6. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого конуса?



Читаем вопрос задачи. Выписываем формулу для вычисления площади боковой поверхности конуса

$$S_{\text{бок.}} = \pi R l$$

Составляем и заполняем таблицу
«Собираем» формулу

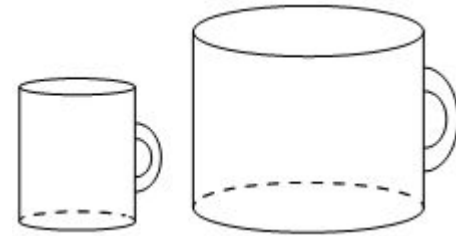
	R	l	V
1 шар	2	5	$\pi * 2 * 5$
2 шар	5	6	$\pi * 5 * 6$

$$\frac{6}{2} = 3$$

Ответ: 3



Задача 4: Даны две кружки. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объем второй кружки больше объема первой?



$$V = \pi R^2 h$$

Так как 1 кружка в полтора раза ниже второй, её высоту возьмем за 1. Тогда высота второй кружки $1,5 * 1 = 1,5$. Ширина кружки – это ее диаметр, чтобы найти радиус, разделим его на 2. Вторая кружка в два раза шире второй, значит первая, наоборот в 2 раза уже первой. Ее радиус и берем за 1. Значит радиус второй кружки в 2 раза больше, т.е. $1 * 2 = 2$. Заполняем таблицу. «Собираем» формулу объема. Вычисляем. Делим большую величину на меньшую.

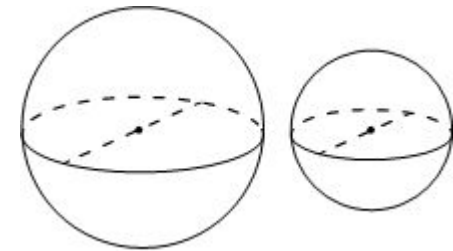
	R	h	V
1 кружка	$\frac{1}{2}$	1	$\pi * \left(\frac{1}{2}\right)^2 * 1 = 1$
2 кружка	$\frac{2}{2}$	1,5	$\pi * \left(\frac{2}{2}\right)^2 * 1,5 = 6$

$$6/1=6$$

Ответ: 6



Задача 5: Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 180 грамм. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 2 см.



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Добавляем в таблицу столбец для значений массы. Заполняем таблицу. С помощью пропорции находим значение массы для шара диаметром 2 см.

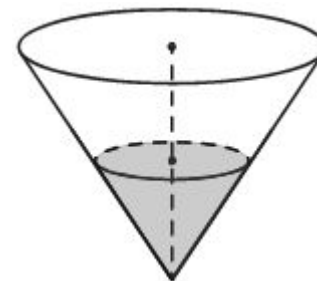
	$R=d/2$	V	m
1 шар	$\left(\frac{3}{2}\right)$	$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{3}{2}\right)^3$	108
2 шар	$\left(\frac{2}{2}\right)$	$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{2}{2}\right)^3$	X

$$\frac{3^3}{2^3} = \frac{108}{X}$$

Ответ: 32



Задача 6: В сосуде имеющем форму конуса уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объем жидкости равен 30 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить для заполнения сосуда



$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ доверху.

Т.к. конус заполнен наполовину, высоту меньшего конуса принимаем равной 1, тогда высота большого конуса в 2 раза больше (т.е.2). Высота и радиус прямо пропорциональные величины, радиус большого конуса также будет в 2 раза больше радиуса малого конуса, который берем за 1. Заполняем таблицу.

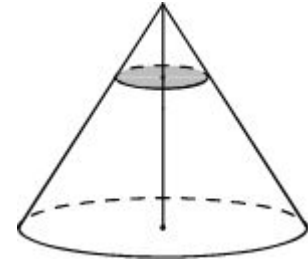
	R	h	V (ф-ла)	V (мл)
1 конус	1	1	$\frac{1}{3} \pi * 1^2 * 1 = 1$	30
2 конус	2	2	$\frac{1}{3} \pi * 2^2 * 2 = 8$	X

$\frac{1}{8} = \frac{30}{X}$
 $240 - 30 = 210$

Ответ: 210



Задача 7: Объем конуса равен 27. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 1:2, считая от вершины, проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объем конуса, отсекаемого от данного конуса проведенной плоскостью.



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$



Всего частей конуса $1+2=3$, т. е. уровень жидкости достигает $1/3$ высоты большого конуса. Далее решаем как задачу №6.

	R	h	V (ф-ла)	V (мл)
Меньший конус	1	1	$\frac{1}{3} \pi * 1^2 * 1 = 1$	X
Большой конус	3	3	$\frac{1}{3} \pi * 3^2 * 3 = 27$	27

$$\frac{1}{27} = \frac{X}{27}$$

$$X=1$$

Ответ: 1

