

# **Алгебраические выражения и их преобразования.**



**Составил :  
Северинов С.Н.,  
преподаватель математики**

***Алгебраическое выражение*** – выражение ,  
состоящее из чисел и букв, соединенных знаками  
действий.

***Целые алгебраические выражения:***

$$m - 5n; \quad 8x y; \quad 6ab + 2;$$

***Дробные алгебраические выражения:***

$$\frac{a^2 + av}{av + v^2}$$

$$\frac{a^2 - 6av + 9v^2}{a^2 - 9v^2}$$

## *Алгебраические дроби*

*Алгебраическая дробь* - дробь , числитель и знаменатель которой алгебраические выражения.

Примеры:

$$\frac{a+v}{a-v} ; \frac{2av}{a^2} ; \frac{(a+v)^2}{a^2+v^2} ; \frac{a^2-v^2}{(a+v)^2}$$

$$\frac{x^2 - 4y^2}{xy} \cdot \frac{3y}{x^2 - 2xy}$$

Найти выражение, которое не является алгебраической дробью:

а)  $(a+v)^2$ ;

б)  $5/a$ ;

в) 
$$\frac{2(a - c)}{3(a + c)}$$

г) 
$$\frac{7av}{a - v}$$

## *Повторение формул сокращенного умножения*

Квадрат суммы

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

## ***Приведение подобных слагаемых***

**Чтобы сложить (привести) подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и приписать буквенную часть.**

$$**2a+3c+4a+5c=6a+8c**$$

$$**2a+3c+4a+5c=6a+8c**$$

# Разложение на множители

вынесение общего множителя за скобки, применение формул сокращенного умножения и т.д.

$$7ac^2 - 14ac$$

$$12x^2y - 16xy$$

$$1 - 49m^2$$

$$a^3 - 8a$$

$$y^2 + 10x + 25$$

## ● Практические задания

1. Вынесите общий множитель за скобки:

|               |                |                     |                  |
|---------------|----------------|---------------------|------------------|
| $24y - 8x$    | 7) $5x + 5y$   | 13) $ab + a$        | 19) $12x + 48y$  |
| $2xy - 8y$    | 8) $4a - 4b$   | 14) $cy - c$        | 20) $-9m - 27n$  |
| $xy + 2y$     | 9) $3c + 15d$  | 15) $c^3x - c^4x^2$ | 21) $21a - 14b$  |
| $10y - 25$    | 10) $-6n - 9m$ | 16) $-ma - mx$      | 22) $7ax - 7bx$  |
| $14m^2n - 7n$ | 11) $ax + ay$  | 17) $7a + 7b$       | 23) $3x - 6x^2$  |
| $a^4 + a^3$   | 12) $bc - bd$  | 18) $-8b + 8a$      | 24) $8mn - 4m^2$ |



## ● Практические задания

1. Разложите на множители по формуле:  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

|                      |                           |                          |                          |
|----------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 + 2xy + y^2$    | 7) $49 + 14b + b^2$       | 13) $25y^2 + 20y + 4$    | 19) $0,81 + 1,8n + n^2$  |
| $x^2 + 4xy + 4y^2$   | 8) $64 + 16y + y^2$       | 14) $0,09 + 0,18a + a^2$ | 20) $m^2 + 8mn + 16n^2$  |
| $x^2 + 18xy + 81y^2$ | 9) $100 + 20c + c^2$      | 15) $m^2 + 2,4m + 1,44$  | 21) $a^2 + 10ab + 25b^2$ |
| $a^2 + 6ab + 9b^2$   | 10) $121y^2 + 22yx + x^2$ | 16) $169 + 26x + x^2$    | 22) $4 + 4y + y^2$       |
| $x^2 + 12x + 36$     | 11) $49x^2 + 28x + 4$     | 17) $y^2 + 28y + 196$    | 23) $9 + 6a + a^2$       |
| $x^2 + 10x + 25$     | 12) $4n^2 + 12mn + 9m^2$  | 18) $2,25 + 3a + a^2$    | 24) $81 + 18y + y^2$     |

## ● Практические задания

1. Разложите на множители по формуле:  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

|                      |                           |                          |                          |
|----------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 - 2xy + y^2$    | 7) $49 - 14b + b^2$       | 13) $25y^2 - 20y + 4$    | 19) $0,81 - 1,8n + n^2$  |
| $x^2 - 4xy + 4y^2$   | 8) $64 - 16y + y^2$       | 14) $0,09 - 0,18a + a^2$ | 20) $m^2 - 8mn + 16n^2$  |
| $x^2 - 18xy + 81y^2$ | 9) $100 - 20c + c^2$      | 15) $m^2 - 2,4m + 1,44$  | 21) $a^2 - 10ab + 25b^2$ |
| $a^2 - 6ab + 9b^2$   | 10) $121y^2 - 22yx + x^2$ | 16) $169 - 26x + x^2$    | 22) $4 - 4y + y^2$       |
| $x^2 - 12x + 36$     | 11) $49x^2 - 28x + 4$     | 17) $y^2 - 28y + 196$    | 23) $9 - 6a + a^2$       |
| $x^2 - 10x + 25$     | 12) $4n^2 - 12mn + 9m^2$  | 18) $2,25 - 3a + a^2$    | 24) $81 - 18y + y^2$     |

● Найдите ошибку

$$1. (4y - 3x)(3x + 4y) = 8y^2 - 9y^2;$$

$$2. 100m^2 - 4n^4 = (10m - 2n^4)(10m + 2n^4);$$

$$3. (3x + a)^2 = 9x^2 - 6ax + a^2;$$

$$4. (6a^2 - 9c)^2 = 36a - 108a^2c + 18c^2$$

## ● Практические задания

1. Разложите на множители по формуле:  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$

|                      |                           |                          |                          |
|----------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $x^2 - 2xy + y^2$    | 7) $49 - 14b + b^2$       | 13) $25y^2 - 20y + 4$    | 19) $0,81 - 1,8n + n^2$  |
| $x^2 - 4xy + 4y^2$   | 8) $64 - 16y + y^2$       | 14) $0,09 - 0,18a + a^2$ | 20) $m^2 - 8mn + 16n^2$  |
| $x^2 - 18xy + 81y^2$ | 9) $100 - 20c + c^2$      | 15) $m^2 - 2,4m + 1,44$  | 21) $a^2 - 10ab + 25b^2$ |
| $a^2 - 6ab + 9b^2$   | 10) $121y^2 - 22yx + x^2$ | 16) $169 - 26x + x^2$    | 22) $4 - 4y + y^2$       |
| $x^2 - 12x + 36$     | 11) $49x^2 - 28x + 4$     | 17) $y^2 - 28y + 196$    | 23) $9 - 6a + a^2$       |
| $x^2 - 10x + 25$     | 12) $4n^2 - 12mn + 9m^2$  | 18) $2,25 - 3a + a^2$    | 24) $81 - 18y + y^2$     |

## ● Практические задания

1. Разложите по формуле:  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  и  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

|            |                 |                 |                |
|------------|-----------------|-----------------|----------------|
| $(8-b)^2$  | 7) $(y-a)^2$    | 13) $(11-y)^2$  | 19) $(12-y)^2$ |
| $(x+5)^2$  | 8) $(8+b)^2$    | 14) $(x-13)^2$  | 20) $(5+8a)^2$ |
| $(2-y)^2$  | 9) $(3-4y)^2$   | 15) $(3y-2x)^2$ | 21) $(4+9y)^2$ |
| $(m-6)^2$  | 10) $(n-5x)^2$  | 16) $(5a-7b)^2$ | 22) $(2+b)^2$  |
| $(9+y)^2$  | 11) $(7+3y)^2$  | 17) $(5x+3y)^2$ | 23) $(7-4x)^2$ |
| $(9+2y)^2$ | 12) $(2x-7y)^2$ | 18) $(15+m)^2$  | 24) $(6-5n)^2$ |

## ● Практические задания

1. Разложите на множители по формуле:  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

|              |                        |                    |                      |
|--------------|------------------------|--------------------|----------------------|
| $x^2 - y^2$  | 7) $0,49y^2 - x^2$     | 13) $64 - 25a^2$   | 19) $1,44 - 0,25y^2$ |
| $a^2 - 25$   | 8) $25y^2 - 64x^2$     | 14) $169x^2 - 225$ | 20) $0,25 - 0,36a^2$ |
| $m^2 - 1$    | 9) $0,16m^2 - 0,36n^2$ | 15) $256 - y^2$    | 21) $a^2 - 4b^2$     |
| $16 - b^2$   | 10) $144 - 49y^2$      | 16) $x^2 - 324y^2$ | 22) $9m^2 - 25$      |
| $100 - y^2$  | 11) $a^2 - 121$        | 17) $9 - 81x^2$    | 23) $2,89 - y^2$     |
| $a^2 - 0,09$ | 12) $81x^2 - 4y^2$     | 18) $0,49 - 9a^2$  | 24) $400x^2 - y^2$   |

## *Алгоритм приведения алгебраических дробей к общему знаменателю.*

Чтобы несколько рациональных дробей привести к общему знаменателю нужно:

1. Разложить знаменатель каждой дроби на множители;
2. Составить общий знаменатель, включив в него в качестве сомножителей все множители полученных разложений; если множитель имеется в нескольких разложениях, то он берется с наибольшим показателем степени;
3. Найти дополнительные множители для каждой из дробей (для этого общий знаменатель делят на знаменатель дроби);
4. Домножив числитель и знаменатель на дополнительный множитель, привести дроби к общему знаменателю.

*Задание: Привести дроби к общему знаменателю.*

$$\frac{a + b}{a - b}$$

$$\frac{a - b}{a + b}$$



# *Алгоритм сложения и вычитания алгебраических дробей с*

## *разными знаменателями:*

*Найти наименьший общий знаменатель  
дробей;*

- Определить дополнительные множители дробей;*
- Привести дроби к новому знаменателю;*
- Сложить или вычесть дроби;*
- Упростить полученный результат.*

Сократить дробь и каждой дроби найти равную ей дробь, используя соответствие число – буква.

$$\frac{a^2 + av}{av + v^2}$$

$$\frac{2x - 3y}{4x^2 - 9y^2};$$

$$\frac{a^2 - 6av + 9v^2}{a^2 - 9v^2}$$

$$\frac{1}{2x + 3y};$$

$$\frac{a - 3v}{a + 3v}$$

$$\frac{a}{v}$$

А) Выполнить сложение:

$$\frac{4a}{3a-6} + \frac{3a}{8-4a} =$$

Б) Выполнить вычитание:

$$\frac{4}{x^2-9} - \frac{2}{x^2+3x} =$$

## Сокращение дроби

Числитель и знаменатель дроби можно умножать или делить на одно и то же ненулевое число, от чего величина дроби не изменяется.

1) числитель и знаменатель разложить на множители

2) если в числителе и знаменателе есть общие множители, их можно вычеркнуть.

$$a(a+b)a^2 = a(a+b)a \cdot a = a+ba$$

$$a^2a(a+b) = a \cdot aa(a+b) = aa+b$$

**ВАЖНО:** сокращать можно только множители!

## *Алгоритм умножения алгебраических дробей:*

- **Перемножить числители;**
- **Перемножить знаменатели;**
- **Упростить полученный результат,**  
**если это возможно**

Выполнить действие умножения дробей:

$$\frac{x^2 - 4y^2}{xy} \cdot \frac{3y}{x^2 - 2xy}$$

## *Алгоритм деления алгебраических дробей:*

- Умножить первую дробь на дробь обратную второй;
- Перемножить числители;
- Перемножить знаменатели;
- Упростить полученный результат, если это возможно.

Выполнить действие деления  
дробей:

$$\frac{x^2 - xy}{3x + 3y} : \frac{xy - y^2}{6x + 6y}$$



## *Порядок выполнения действий при преобразовании алгебраических выражений.*

1. В выражениях со скобками сначала вычисляют значения выражений в скобках, затем по порядку слева направо выполняют возведение в степень, умножение и деление, **ПОТОМ** сложение и вычитание.

2. Если выражение составлено с помощью арифметических действий первой и второй ступеней, то по порядку слева направо выполняют умножение и деление, а затем сложение и вычитание.

3. Если выражение составлено с помощью арифметических действий одной ступени, то их выполняют слева направо.

*Работа по закреплению навыков сложения,  
вычитания, умножения и деления  
алгебраических дробей.*

**Определить порядок выполнения  
действий :**

$$\left( \frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{1}{a^2-b^2} \cdot \frac{(b-a)^2}{a+b} \right) : \frac{a-b}{a^2+ab} =$$