

Равносильны ли следующие уравнения?

$$2x-1=4-1,5x \text{ и } 3,5x-5=0,$$

$$2^{3x+1}=2^{-3} \text{ и } 3x+1=-3.$$

Установить, какое из двух уравнений является следствием другого?

$$x-3=0 \text{ и } x^2-5x+6=0$$

Арифметическим квадратным корнем из числа **a** называется неотрицательное число **b**, квадрат которого равен **a**

$$\sqrt{a} \text{ где } b \geq 0,$$

$$\text{если } a = b^2$$

Что общего в этих уравнениях?

$$y + \sqrt{y^2 + 9} = 2$$

$$\sqrt{x + 1} = x - 1$$

$$\sqrt{5x - 4} = 2 + \sqrt{x}$$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ

УРАВНЕНИЯ



# Иррациональное уравнения-

это уравнения, в  
которых неизвестное  
находится под  
знаком корня.

## СВОЙСТВО:

При возведении обеих частей уравнения в натуральную степень получается уравнение-следствие данного.

I. Решение уравнений вида  $\sqrt{f(x)} = a$

Из определения квадратного корня следует:

$$1) a \geq 0$$

$$2) (\sqrt{a})^2 = a$$

**Пример.** Решить уравнение:

$$\sqrt{x} = 2$$

**Решение:**

Воспользуемся определением квадратного корня. Тогда  $x=2^2$ , т.е.  $x=4$ .

**Ответ :**  $x=4$



## II. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = a$

Пример:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 0$

Решение: 
$$\begin{cases} x + 2 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases};$$

Нет решений.

Ответ: нет решений.

### III. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$

По определению квадратного корня  $f(x) \geq 0$  и  $g(x) \geq 0$ . Таким образом, чтобы найти решения уравнения, нужно найти такие значения неизвестной, при которых выполняются следующие условия:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

**Пример.** Решите уравнение

$$\sqrt{x-5} = \sqrt{2x-3}$$

**Решение (I способ):**

$$\text{ООФ: } \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 2x-3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq 1,5 \end{cases}$$

$$x-5=2x-3$$

$x=-2$  – не принадлежит ООФ.

**Ответ:** нет решений.

## Решение (II способ):

Приравниваем выражения, стоящие под корнем:

$$x-5=2x-3,$$

$$x=-2$$

Проверка:

$$\sqrt{-2-5} = \sqrt{-7}$$

$$\sqrt{2(-2)-3} = \sqrt{-7}$$

При  $x=-2$  оба выражения, стоящие под знаками корней будут отрицательными, что не соответствует определению арифметического корня.

**Ответ:** нет решений.

Пример. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{2x + 3} = 1$$

Решение:

$$2x + 3 = 1,$$

$$2x = -2,$$

$$x = -1.$$

Ответ:  $x = -1$ .

Проверка:

$$\sqrt[3]{2(-1) + 3} = 1$$

$$1 = 1, \quad x = -1 \text{ —}$$

корень

уравнения.

Пример. Решите уравнение

$$\sqrt[4]{x^2 + 12} = x$$

Решение:

$$x^2 + 12 = x^4,$$

$$x^4 - x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 = 4, \quad x^2 = -3$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

решений

нет

Проверка:

$$x_1 = 2 \quad \sqrt[4]{2^2 + 12} = 2$$
$$2 = 2,$$

$x_1 = 2$  – корень уравнения

$$x_1 = -2 \quad \sqrt[4]{(-2)^2 + 12} = 2$$
$$-2 = -2,$$

$$2 \neq -2,$$

$x_2 = -2$  – пост.корень

Ответ:  $x = 2$ .

# Проверь себя

1. Выберите иррациональное уравнение:

A)

Б)

$$y^2 - 3y\sqrt{2} = 4$$

2. Является ли число 4 корнем уравнения

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$$

A) да;

Б) нет.

3. Найти область определения функции

$$y = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+5}$$

A)  $x \geq 2$ ; Б)  $x \geq -5$ ; В)  $x \geq 2, x \geq -5$ .

4. Решить уравнение

A)

$$\sqrt{x} = 4$$

Б)

$$\sqrt{x+1} = 1$$

**ОТВЕТ: 1А; 2Б; 3А; 4А)  $x=16$ ; Б)  $x=0$ .**



# Домашнее задание:

Параграф 9,  
№152(2), №153(2),  
№154(2,4), №156(2,4)



COMIENDO CARBONILLAS