

# **Формулы сложных процентов в задачах с финансово- экономическим содержанием**

*Авторы:* Алибаева Р.К., учитель математики,  
Бондарева Л.А. учитель информатики,  
МКОУ Амурская СОШ



Задачи, которые будут рассмотрены сегодня, взяты из жизни. Наша цель – научиться анализировать реальные ситуации с помощью того математического аппарата, которым вы владеете. Очень важно, чтобы вы не только получали ответ, но и могли его истолковать, соотнести с реальностью



# Повторение теоретического материала

- Запишите на доске сложных процентов и ее частный случай  $[A_n = A_0 \cdot (1 \pm 0,01x1) \cdot \dots \cdot (1 \pm \pm 0,01xn); A_n = A_0 \cdot (1 \pm 0,01x)^n.]$
- Объясните смысл входящих в формулу символов [ $A_0$  – начальное значение некоторой величины;  $A_n$  – значение, которое получилось в результате нескольких изменений начальной величины;  $n$  – количество изменений начальной величины;  $x$  – процент изменения].



- Когда применяется общая формула, а когда – ее частный случай? [Частный случай применяется тогда, когда некоторая величина  $A_0$  изменяется несколько раз на один и тот же процент. Общая формула используется тогда, когда процент изменения не остается одним и тем же].
- В каких случаях в формуле сложных процентов ставим знак «-», в каких «+»? Приведите примеры. [Знак «плюс» применяется в задачах о начислении процентов по вкладу в банке, а также при подсчете увеличения цены товара. Знак «минус» применяется при подсчете снижения цены].
- Запишите формулу процентного сравнения. [  $A > B$  на  $((A-B)/B \cdot 100)\%$ ;  $B < A$  на  $((A-B)/A \cdot 100)\%$  ].



# Проверке домашнего задания

## Домашняя задача №1.

Какой процент ежегодного дохода давал банк, если, положив на счет 13 000 руб., вкладчик через 2 года получил 15 730 руб.?

$$\text{Решение. } A_2 = A_0(1 + 0,01x)^2,$$

$$15\,730 = 13\,000(1 + 0,01x)^2,$$

$$(1 + 0,01x)^2 = 1,21,$$

$$1 + 0,01x = 1,1 \text{ или } 1 + 0,01x = -1,1;$$

$$x_1 = 10, x_2 = -210 \text{ – не подходит по смыслу}$$

задачи.

Ответ: банк давал 10% годового дохода.



Сверив свое решение с решениями других ребят, учитель задает *дополнительные вопросы*:

Почему не подходит корень  $x_2 = -210$ ? [Сумма вклада увеличивается, и поэтому процент изменения не может быть отрицательным].

За счет чего банк имеет возможность выплачивать вознаграждение вкладчику? [Полученные от вклада деньги банк использует для выдачи кредитов организациям и частным лицам под проценты. Банк при этом сам получает прибыль и делится частью этой прибыли с вкладчиком].

А если бы  $x^2$  был равен 210? Мы тоже отбросили бы этот корень? [Да, так как это означало бы, что банк выплачивает 210% годовых. Такой процент нереален. Ни один банк не будет давать вкладчику за год в качестве процентных отчислений сумму, которая вдвое превышает сам вклад].

Кроме банка, какие предприятия или частные лица занимаются подобной финансово-кредитной деятельностью? [Ломбард – выдает деньги в залог сданных вещей, выкупать которые приходится за большую цену.

Ростовщик – человек, дающий

деньги «в рост», т.е. в долг с обязательством

# Домашняя задача №2.

Цена товара после двух последовательных снижений на один и тот же процент уменьшилась с 125 до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена каждый раз?

Решение.  $A_2 = A_0(1 + 0,01x)^2$ ,

$$80 = 125(1 - 0,01x)^2.$$

$$(1 - 0,01x)^2 = 0,64,$$

$$1 - 0,01x = 0,8 \text{ или } 1 - 0,01x = -0,8;$$

$x_1 = 20$ ,  $x_2 = 180$  – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: цена снижалась два раза на 20%.





# Решение задач

- **Задача 1.** В осенне-зимний период цена на свежие фрукты возрастала трижды: на 10%, на 20% и на 25%. На сколько процентов возросла зимняя цена по сравнению с летней?
- **Решение.** Обозначим первоначальную летнюю цену за  $A_0$ , а окончательную через  $A_3$ , так как она установилась после трех изменений. По условию  $A_3 = A_0 \cdot (1 + 0,01 \cdot 10) \cdot (1 + 0,01 \cdot 20) \cdot (1 + 0,01 \cdot 25)$ , т.е.  $A_3 = A_0 \cdot 1,1 \cdot 1,2 \cdot 1,25$ , или  $A_3 = A_0 \cdot 1,65$ .
- По формуле процентного сравнения  $(A_3 - A_0) / A_0 \cdot 100\% = (1,65 \cdot A_0 - A_0) / A_0 \cdot 100\% = 65\%$ .
- **Ответ:** цена возросла на 65%.



**Задача 2.** Владелец магазина купил товар по себестоимости: 51,2 руб. за единицу товара. На пути к прилавку цена поднималась трижды на один и тот же процент. Товар продавался плохо, и коммерсант распорядился трижды сделать скидку на тот же самый процент. В итоге цена оказалась равной 21,6 руб. Найти процент изменения цены.

Решение. Обозначим первоначальную цену через  $A_0$ , а цену после трехкратного повышения через  $A_3$ , а после троекратного понижения – через  $A_6$ .



Отразим условие схемой, на которой  $x$  означает процент изменения цены (сначала повышения, потом понижения).

$$A_0 = 51,2 \cdot (1 + 0,01x)^3 \quad A_3 = A_0 \cdot (1 - 0,01x)^3 \quad A_6 = 21,6.$$

Из схемы видно, что  $A_3 = 51,2 \cdot (1 + 0,01x)^3$  играет роль начальной цены на этом этапе трехкратного понижения, т.е.  $A_6 = A_3 \cdot (1 - 0,01x)^3$ . Таким образом, приходим к уравнению

$$21,6 = 51,2(1 + 0,01x)^3 \cdot (1 - 0,01x)^3.$$



$$21,6 = 51,2((1 + 0,01x)(1 - 0,01x))^3$$

$$216 = 512 ((1 - (0,01x)^2)^3)$$

$$((1 - (0,01x)^2)^3 = 216/512$$

$$((1 - (0,01x)^2)^3 = (6/8)^3$$

$$1 - (0,01x)^2 = 0,75$$

$$(0,01x)^2 = 0,25$$

$0,01x = 0,5$  или  $0,01x = -0,5$  – не подходит по  
смыслу

Ответ: цену изменили на 50%.



**Задача 3.** На предприятии выработка продукции возросла за год на 4%, а на следующий год повысилась еще на 8%. Найти средний годовой прирост за эти два года.

Решение:

Можно ли дать ответ, вычислив среднее арифметическое  $(8+4) / 2 = 6\%$ ? **[Нет, так как во втором случае находим процент от большей величины].**

с одной стороны,  $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,04) \cdot (1 + 0,08)$ ,

с другой стороны,  $A_2 = A_0 \cdot (1 + 0,01x)^2$ , где  $x$  – средний одинаковый для каждого года, процент прироста

продукции.

# Литерату ра

Фирсова М.М. Урок решения задач с экономическим содержанием. // Математика в школе. №8. 2002. стр. 36-38.

