Решение систем линейных уравнений методом Карла Фридриха Гаусса

Подготовили ученики

8"В" класса МБУ ОО СОШ №1

Мун Дмитрий

Титаренко Александр

Руководители:

учитель математики:

Федоськина О.Д.

г.Советская Гавань Хабаровский край

2016 год

Гипотеза: предполагаем, что есть более простые и интересные способы решения системы линейных уравнений

- ***Цель:*** Изучение метода Гаусса для решения систем линейных уравнений первого порядка и возможности овладения этим методом учащимися 7 класса.

  Показать, что метод Гаусса наиболее удобный и малозатратный во временном показателе.

Задача: по результатам письменных работ выявлено, что учащиеся допускают много вычислительных ошибок при решении систем линейных уравнений, особенно 3-х уравнений с 3-мя неизвестными. Наша задача показать, что при решении таких систем методом Гаусса вероятность допущения вычислительных ошибок минимальна.

Величайший математик Карл Фридрих Гаусс.

Иога́нн Карл Фри́дрих Га́усс — немецкий математик, механик, физик, астроном и геодезист. Считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математики». Лауреат медали “Копли”- это высшая награда Королевского общества Великобритании. Присуждается «За выдающиеся достижения в какой-либо области науки», (1838), иностранный член Шведской(1821) и Российской(1824) Академий наук.

Метод Гаусса

Решить систему 3-х линейных уравнений с 3-мя неизвестными

$$\begin{cases} 2x + 3y + 11z = 7 \\ x + y + 5z = 3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

О методе Гаусса:

- **Метод Гаусса** заключается в работе только с коэффициентами при неизвестных, занесенными в таблицу, называемую матрицей
- **Виды матриц:**

основная

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 11 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

треугольная

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 11 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

расширенная

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 11 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

единичная

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Примеры решения системы трёх уравнений с тремя неизвестными методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 11z = 7 \\ x + y + 5z = 3 \\ 2x + y + 3z = -1 \end{cases}$$

Строки матрицы можно умножать (делить) на одно и то же число, складывать, переставлять (в соответствии со свойствами уравнений) при этом равносильность системы не нарушается.

Для удобства решения заданной системы переставим 1-ю и 2-ю строки.

Составим расширенную матрицу.

Составление расширенной матрицы и её преобразования до единичной.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 11 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -7 & -7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -6 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Метод Гаусса

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит $x = -2$, $y = 0$, $z = 1$

Выполняя преобразования с матрицей, мы пришли к единичной матрице т.е. к наиболее удобному виду для определения корней системы трёх линейных уравнений с тремя неизвестными.

О методе Гаусса:

- **Метод Гаусса** прекрасно подходит для решения систем линейных алгебраических уравнений. Он обладает рядом преимуществ по сравнению с другими методами:
- во-первых, нет необходимости предварительно исследовать систему уравнений на совместность;
- во-вторых, методом Гаусса можно решать не только системы линейных алгебраических уравнений, в которых число уравнений совпадает с количеством неизвестных переменных, но и системы уравнений, в которых число уравнений не совпадает с количеством неизвестных переменных;
- в-третьих, метод Гаусса приводит к результату при сравнительно небольшом количестве вычислительных операций.

Вывод

- **Метод Гаусса** более простой в сравнении с изученными в школе методами решения систем линейных уравнений.
- Считаем, что он должен быть представлен в школьных учебниках математики.