Жаңақорған ауданы Ж.Қыдыров атындағы №54 орта мектеп

Тақырыбы: «Тригонометриялық теңдеулер»

Қатысушы: 11 б сынып оқушысы Әбжапбар Меруерт Мадиярқызы

Ғылыми жетекші: Қ.А.Ясауи атындағы ХҚТУ-нің аға оқытушысы Ж.Еркишева

Жетекшісі: Математика пәнінің мұғалімі Қ.Шағырбаева

Қызылорда 2015 ж

Аннотация

Жоба авторы Әбжапбар Меруерттің таңдаған тақырыбы тың, бұрын зерттелмеген. Оқушының бұл тақырыпты зерттеудегі мақсаты тригонометриялық теңдеулердің түрлерін зерттеп, бірнеше тәсілдерін қарастыру. Оқушы зерттеуінің жаңашылдығы қарапайым тригонометриялық теңдеулерді пайдаланып, теңдеулер жүйесін, кері тригонометриялық теңдеулерді және параметрі бар теңдеулерді шешу жолдары көрсетілген.

Аннотация

Автор проекта Абжапбар Меруерт выбрал ранее неисследованную тему. Работа посвящена исследованию тригонометрических равенств, рассматриваются разные пути их решения. Новизна исследовательской работы в применении тригонометрических равенств в решении системы равенств, обратных тригонометрических равенств и равенств с параметром.

Зерттеу тақырыбының маңыздылығы:

Қазіргі заман математика ғылымының жан-жақты тараған кезеңі. Математиканы оқытудың мазмұнын жүзеге асыру үшін жаңа технологиялар ауадай қажет. Қазіргі ақпараттық технологияның озық жетістіктерін математика сабағында қолдану арқылы танымдылық іс - әрекеттерін ұйымдастыра отырып оқушылардың құзіреттілігін дамытуға болады.

Заман талабына сай білім беру үшін мұғалімнен оқу процесінің ғылыми теорияға негізделген оқытудың таңдамалы, белсенді, қарқынды әдістеріне көшуді талап етеді. Егер математика пәні бойынша жүйелі жан – жақты терең білім берілсе жаңа ақпаратты технология арқылы оқушылардың шығармашылығы қалыптасса, онда логикалық ойлары теңеліп, өздігінен білім алу, со білімді нәтежиелі түрде пайдалану деңгейлері уақыт талабына сай, бәсекеге қабілетті және құзіретті тұлға болып қалыптасады.

Зерттеу тақырыбының мақсаты:

Тригонометриялық теңдеулердің түрлерін зерттеп, бірнеше тәсілдерін қарастыру. ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУ – белгісіз аргументтің тригонометриялық функциясына қатысты алгебралық теңдеу. Тригонометриялық теңдеуді шешу үшін тригонометриялық функциялардың арасындағы әр түрлі қатынастарды пайдалана отырып, тригонометриялық теңдеулерді ізделініп отырған аргументтің тригонометриялық функциялары біреуінің мәнін анықтауға болатындай түрге келтіру.

Зерттеу тақырыбының міндеті:

- тригонометриялық теңдеулердің түрлері туралы материалдар жинақтау, классификациялау;
- $asinx + bcosx = c$ түріндегі теңдеуді қарастыру;
- параметрі бар тригонометриялық теңдеулерді қарастыру;
- кері тригонометриялық теңдеулерді қарастыру;
- теңдеулер жүйесін қарастыру;
- тригонометриялық теңдеулер түріне сипаттама бер;
- күрделі тригонометриялық теңдеулерді шешуді жинақтау;
- тригонометриялық теңдеулерді түрлері бойынша бөлу;
- тригонометриялық теңдеулері бар есептер жинағын құрастыру.

***ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢДЕУ** – белгісіз аргументтің тригонометриялық функциясына қатысты алгебралық теңдеу. Тригонометриялық теңдеуді шешу үшін тригонометриялық функциялардың арасындағы әр түрлі қатынастарды пайдалана отырып, тригонометриялық теңдеулерді ізделініп отырған аргументтің тригонометриялық функциялары біреуінің мәнін анықтауға болатындай түрге келтіру керек. Осыдан кейін тригонометриялық теңдеудің түбірлері кері тригонометриялық функциялардың көмегі арқылы табылады.*

Жоспар

І.Кіріспе

Тригонометриялық теңдеу.

ІІ.Негізгі бөлім

а) Жіктеу арқылы шешілетін тригонометриялық теңдеулер.

ә) Қосу формулаларын пайдаланып шешілетін теңдеулер.

б) $\mathbf{asinx + bcosx = c}$ түріндегі теңдеулер.

с) Теңбе-тең түрлендірулер арқылы қарапайым түрге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

д) Біртектес тригонометриялық теңдеулер.

е) Параметрі бар тригонометриялық теңдеулер.

ІІІ. Қорытынды

Кері тригонометриялық функцияға тәуелді теңдеулер.

Тригонометриялық теңдеулер жүйесі.

$$a\sin x + b\cos x = c \;(a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0)$$

түріндегі тригонометриялық теңдеулер.

Жоспар

I.Кіріспе

$\sin\frac{x}{2}$ $\cos\frac{x}{2}$

Тригонометриялық теңдеу.

II.Негізгі бөлім

а) Жіктеу арқылы шешілетін тригонометриялық теңдеулер.

ә) Қосу формулаларын пайдаланып шешілетін теңдеулер.

б) asinx + bcosx = c түріндегі теңдеулер.

с) Теңбе-тең түрлендірулер арқылы қарапайым түрге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

д) Біртектес тригонометриялық теңдеулер.

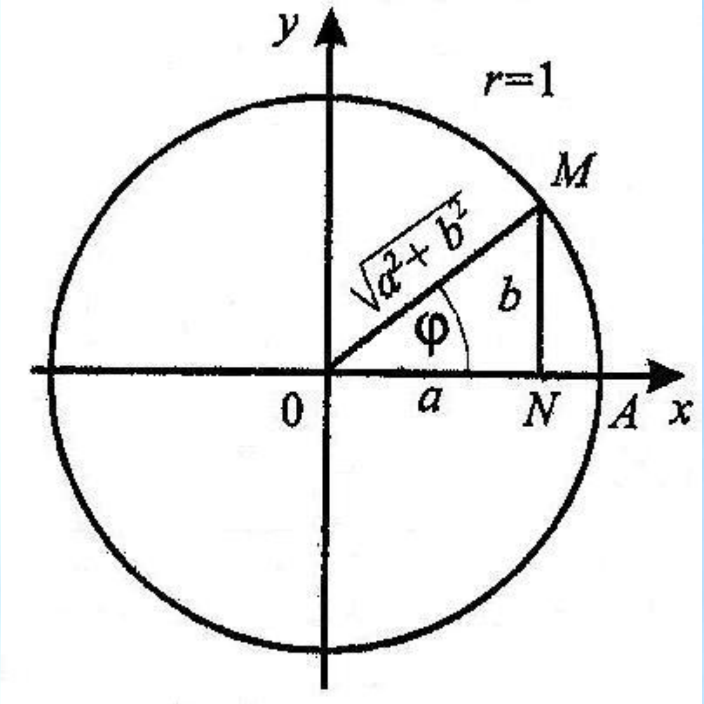
е) Параметрі бар тригонометриялық теңдеулер.

III. Қорытынды

Кері тригонометриялық функцияға тәуелді теңдеулер.

Тригонометриялық теңдеулер жүйесі.

$$tg\varphi = \frac{b}{a}$$



$1) 5sin^2x + 2\sin x\cos x - 3cos^2x = 0$ теңдеуін шешу.

1-тәсіл

$$5sin^2x + 2sinxcosx - 3cos^2x = 0 \quad \Big| \cdot \frac{1}{cos^2x}$$

$y = \mathrm{tg}x, \quad 5y^2 + 2y - 3 = 0$ $Д_1 = 1+15 = 16 = 4^2 > 0$

$y_1 = -1 \quad y_2 = 0,6$

Жауабы:

$y_1 = -\mathrm{tg}x_1, \quad x_1 = -\frac{\pi}{4} + n\pi, n \in Z.$

$y_2 = 0,6 = \mathrm{tg}x_2, \quad x_2 = \mathrm{arctg}0,6 + n\pi, \quad n \in Z.$

2-тәсіл

Жоспар
I.Кіріспе
Тригонометриялық теңдеу.
II.Негізгі бөлім
а) Жіктеу арқылы шешілетін тригонометриялық теңдеулер.
ә) Қосу формулаларын пайдаланып шешілетін теңдеулер.
б) asinx + bcosx = c түріндегі теңдеулер.
с) Теңбе–тең түрлендірулер арқылы қарапайым түрге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.
д) Біртектес тригонометриялық теңдеулер.
е) Параметрі бар тригонометриялық теңдеулер.
III. Қорытынды
Кері тригонометриялық функцияға тәуелді теңдеулер.

$$\frac{5(1-\cos 2x)}{2}+\sin 2x-\frac{3(1+\cos 2x)}{2}=0, \sin 2x-4\cos 2x=-1.$$

$$\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$$

$$\sin\varphi=\frac{\sqrt{17}}{17}, \qquad \cos\varphi=\frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\cos 2x\cos\varphi-\sin 2x\sin\varphi=\frac{\sqrt{17}}{17}, \qquad \cos(2x+\varphi)=\frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$2x=-\varphi\pm\arccos\frac{\sqrt{17}}{17}+2\pi n, \qquad x=-\frac{1}{2}\left[\arcsin\frac{\sqrt{17}}{17}\mp\arccos\frac{\sqrt{17}}{17}\right]+\pi n, \qquad n\in Z$$

Жауабы: $x=-\frac{1}{2}\left[\arcsin\frac{\sqrt{17}}{17}\mp\arccos\frac{\sqrt{17}}{17}\right]+\pi n, n\in Z.$

3-тәсіл

$$4\sin^2 x + \sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x - 4\cos^2 x = 0,$$

$$(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin^2 x - \cos^2 x) = 0$$

$(\sin x + \cos x)(5\sin x - 3\cos x) = 0.$ $\quad \sin x + \cos x = 0$

$\sin x = -\cos x$ $\quad 5\sin x - 3\cos x = 0$ $\quad \sin x = \frac{3}{5}\cos x$

$\sin x + \cos x = 0 \mid \cdot \frac{1}{\cos x}$ $\quad tgx + 1 = 0$ $\quad tgx = -1$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + n\pi, n \in Z.$$

$5\sin x - 3\cos x = 0 \mid \cdot \frac{1}{\cos x}$ $\quad 5tgx - 3 = 0$ $\quad tgx = 0,6$

$x_2 = \mathrm{arctg}0,6 + n\pi, \ n \in Z.$

Жауабы: $x_1 = -\frac{\pi}{4} + n\pi, n \in Z.$ $\quad x_2 = \mathrm{arctg}0,6 + n\pi, \ n \in Z.$

Жоспар

I.Кіріспе

Тригонометриялық теңдеу.

II.Негізгі бөлім

а) Жіктеу арқылы шешілетін тригонометриялық теңдеулер.

ә) Қосу формулаларын пайдаланып шешілетін теңдеулер.

б) $a\sin x + b\cos x = c$ түріндегі теңдеулер.

с) Теңбе-тең түрлендірулер арқылы қарапайым түрге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

д) Біртектес тригонометриялық теңдеулер.

е) Параметрі бар тригонометриялық теңдеулер.

III. Қорытынды

Кері тригонометриялық функцияға тәуелді теңдеулер.

Тригонометриялық теңдеулер жүйесі.

$$1 - 3\sin^2 x\cos^2 x = a(1 - 2\sin^2 x\cos^2 x)$$

$$\sin^2 x\cos^2 x = \frac{a-1}{2a-3}$$

$$\sin^2 2x = 4 \cdot \frac{a-1}{2a-3} \qquad 0 \le 4 \cdot \frac{a-1}{2a-3} \le 1$$

$$\frac{1}{2} \le a \le 1 \qquad a \ne \frac{3}{2}$$

Жауабы:

$\frac{1}{2} \le a \le 1$ болғанда, $x_1 = (-1)^{k} \frac{1}{2} \arcsin(2\sqrt{\frac{a-1}{2a-3}}),\ k \in z.$

$x_2 = (-1)^{k+1} \frac{1}{2} \arcsin(2\sqrt{\frac{a-1}{2a-3}}),\ k \in z.$

$a < \frac{1}{2}$ және $a > 1$ болғанда, шешімі болмайды.

Жоспар

I.Кіріспе

Тригонометриялық теңдеу.

II.Негізгі бөлім

а) Жіктеу арқылы шешілетін тригонометриялық теңдеулер.

ә) Қосу формулаларын пайдаланып шешілетін теңдеулер.

б) $a\sin x + b\cos x = c$ түріндегі теңдеулер.

с) Теңбе-тең түрлендірулер арқылы қарапайым түрге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

д) Біртектес тригонометриялық теңдеулер.

е) Параметрі бар тригонометриялық теңдеулер.

III. Қорытынды

Кері тригонометриялық функцияға тәуелді теңдеулер.

Тригонометриялық теңдеулер жүйесі.

Теңдеулер жүйесін шешу

4) $\begin{cases} \sin x \cos y = a \\ x + y = b \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right] = a \\ x + y = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(x-y) = 2a - \sin b \\ x + y = b. \end{cases}$$

$$|2a - \sin b| \le 1 \qquad \begin{cases} x - y = (-1)^n \arcsin(2a - \sin b) + \pi k \\ x + y = b \end{cases}$$

$$x = \frac{b}{2} + \frac{1}{2}(-1)^n \arcsin(2a - \sin b) + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathrm{Z}$$

$$y = \frac{b}{2} - \frac{1}{2}(-1)^n \arcsin(2a - \sin b) - \frac{\pi}{2} n, n \in \mathrm{Z}.$$

$|2a - \sin b| \square 1$ **шешімі болмайды**

Қорытынды

Тригонометриялық теңдеулерді шешу үшін тригонометриялық функциялардың арасындағы әр түрлі қатынастарды пайдалана отырып, тригонометриялық теңдеулерді ізделініп отырған аргументтің тригонометриялық функцияларының біреуінің мәнін анықтауңа болатындай түрге келтіру.

Ұсыныс

Тригонометриялық теңдеулерді шешудегі түрлі әдістер әдістемелік нұсқаулыққа енгізілсе.

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Математика және Физика республикалық ғылыми әдістемелік журнал.
2. Қазақ энциклопедиясы, 8 том