

Решение тригонометрических уравнений.

Некоторые способы отбора корней

(урок обобщения и систематизации знаний)

C1

Выполнила:

учитель математики
Балкарова Наталья Александровна

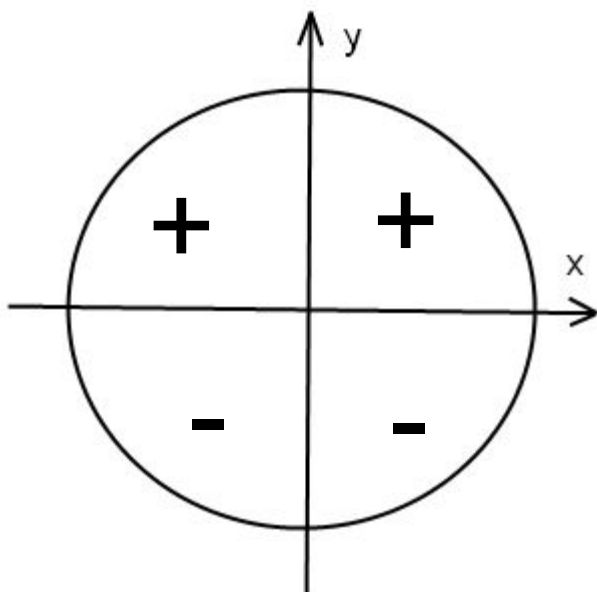
Девиз урока:

«Наука есть не только знание, но и сознание, т.е. умение пользоваться знанием как следует».

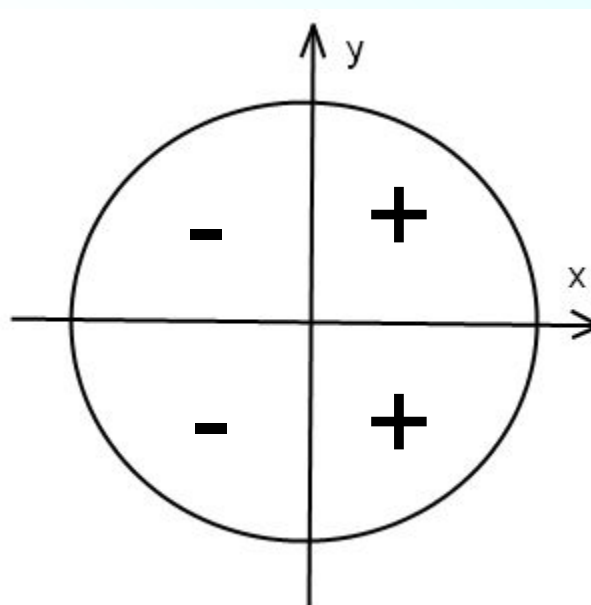
В.О. Ключевский

- **Цели:**
- сформировать умения применять способы отбора корней при решении тригонометрических уравнений; совершенствовать навыки решения тригонометрических уравнений различными методами;
- развивать познавательный интерес у учащихся, логическое мышление, интеллектуальные способности; формировать математическую речь, навыки контроля и самоконтроля;
- воспитание самостоятельности, любознательности, трудолюбия, внимательности

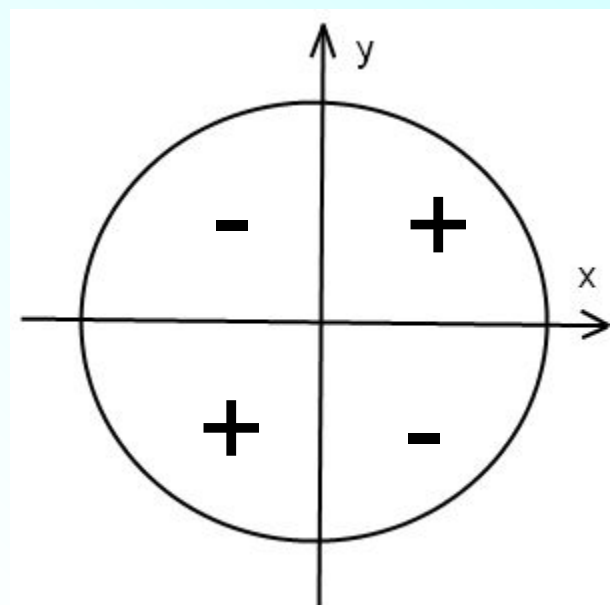
Расставьте знаки тригонометрических функций в зависимости от координатной четверти



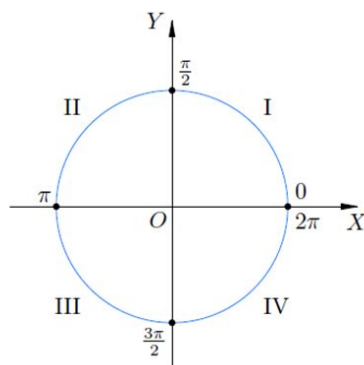
Знаки синуса



Знаки косинуса



Знаки тангенса и
котангенса



Математический диктант

1. Записать формулу корней уравнения:

$$\sin x = a$$

$$\cos x = a$$

2. Записать частные случаи решения уравнения:

$$\sin x = a$$

$$\cos x = a$$

3. Записать формулу корней уравнения:

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

4. При каких значениях a данные уравнения не имеют корней:

$$\sin x = a$$

$$\cos x = a$$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

Формулы корней тригонометрических уравнений		
$\sin x = a,$ $X = (-1)^n \arcsin a + \Pi n$ $n \in \mathbf{Z}$	$\cos x = a,$ $X = \pm \arccos a + 2\Pi n$ $n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x = a,$ $x = \operatorname{arctg} a + \Pi n$ $n \in \mathbf{Z}$
Частные случаи решения уравнений		
$\sin x = 0$ $X = \Pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\cos x = 0$ $X = \Pi/2 + \Pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x = 0$ $X = \Pi n, n \in \mathbf{Z}$
$\sin x = 1,$ $X = \Pi/2 + 2 \Pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\cos x = 1,$ $X = 2\Pi n, n \in \mathbf{Z}$	
$\sin x = -1,$ $X = -\Pi/2 + 2\Pi n, n \in \mathbf{Z}$	$\cos x = -1,$ $X = \Pi + 2 \Pi n, n \in \mathbf{Z}$	

Устное задание группам

1. $2\sin^2x + \cos^2x = 5\sin x \cos x$

2. $\sin^2 6x + \sin^2 4x = 1$

3. $\cos x \times \sin 7x = \cos 3x \times \sin 5x$

4. $2\sin^2x - 3\sin x + 1 = 0$

5. $\sin^2x + 9\cos^2x = 5\sin 2x$

6. $\sin x + \sin 5x + \cos x + \cos 5x = 0$

7. $\cos^2x + 6\sin x - 6 = 0$

8. $\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x = 0$

9. $4\sin^2x - 3\sin x \cos x + 5\cos^2 2x = 3$

10. $\sin^2x - \sin 2x = \cos^2x$

11. $\sin x + \cos x = 0$

12. $3\sin x + 4\cos x = 5$

выбрать те, которые решаются

- а) приведением к квадратному относительно $\sin x$ или $\cos x$;
- б) как однородные;
- в) понижением степени;
- г) с помощью формул преобразования суммы в произведение и произведения в сумму;
- д) с помощью универсальной подстановки;
- е) методом введения вспомогательного аргумента.

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$$

б) найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$

$$2 \cos 2x - 4 \cos x - 1 = 0$$

$$2(\cos^2 x - \sin^2 x) - 4 \cos x - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x - 4 \cos x - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - 2(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x - 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - 2 + 2 \cos^2 x - 4 \cos x - 1 = 0$$

$$4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$$

Пусть $\cos x = a, -1 \leq a \leq 1$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$4a^2 - 4a - 3 = 0$$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 64$$

$$a = \frac{4 \pm 8}{2 \cdot 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ или } \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

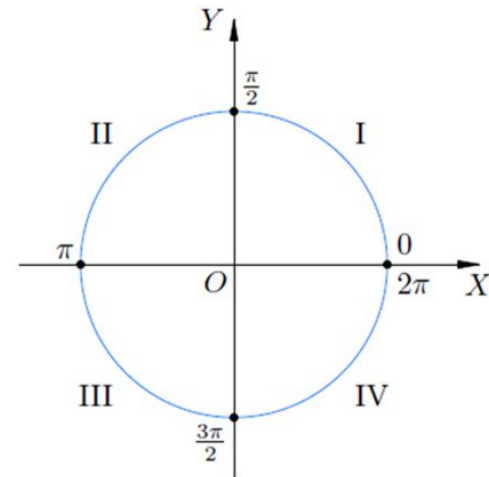
а) Ответ: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

По формуле приведения:
«синус» изменится на «косинус»

IV чет.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$$

В IV четв. знак исходной функции синуса отрицательный



Т-ца значений

Алгебраический способ

Решение неравенства относительно неизвестного параметра n и вычисление корней

1. Записать двойное неравенство для неизвестного (x), соответствующее данному отрезку или условию; решить уравнение.
2. Для синуса и косинуса разбить решения на два.
3. Подставить в неравенство вместо неизвестного (x) найденные решения и решить его относительно n .
4. Учитывая, что n принадлежит Z , найти соответствующие неравенству значения n .
5. Подставить полученные значения n в формулу

$$\cos x = a, |a| \leq 1, [c; d]$$

$$\begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} c &\leq \arccos a + 2\pi k \leq d \\ c &\leq -\arccos a + 2\pi k \leq d \end{aligned}$$

$$\text{Т.к. } k \in Z, \quad \text{то } \begin{aligned} k_1 &= \dots; x_1 = \dots \\ k_2 &= \dots; x_2 = \dots \end{aligned}$$

$$\sin x = a, |a| \leq 1, [c; d]$$

$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

$$\begin{aligned} c &\leq \arcsin a + 2\pi k \leq d \\ c &\leq \pi - \arcsin a + 2\pi k \leq d \end{aligned}$$

$$\text{Т.к. } k \in Z, \quad \text{то } \begin{aligned} k_1 &= \dots; x_1 = \dots \\ k_2 &= \dots; x_2 = \dots \end{aligned}$$

Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$n = -1$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$n = -1$

$$[-3\pi; -\pi] \leq / : \pi$$

$$-3 \leq \frac{2}{3} + 2n \leq -1 / -\frac{2}{3}$$

$$-3\frac{2}{3} \leq 2n \leq -1\frac{2}{3}$$

$$-\frac{11}{3} \leq 2n \leq -\frac{5}{3} / : 2$$

$$-\frac{11}{6} \leq n \leq -\frac{5}{6}$$

$$n = -1,$$

$$x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$[-3\pi; -\pi] \leq / : \pi$$

$$-3 \leq -\frac{2}{3} + 2n \leq -1 / +\frac{2}{3}$$

$$-2\frac{1}{3} \leq 2n \leq -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{7}{3} \leq 2n \leq -\frac{1}{3} / : 2$$

$$-\frac{7}{6} \leq n \leq -\frac{1}{6}$$

$$n = -1,$$

$$x = -\frac{8\pi}{3} - 2\pi,$$

Функционально-графический способ

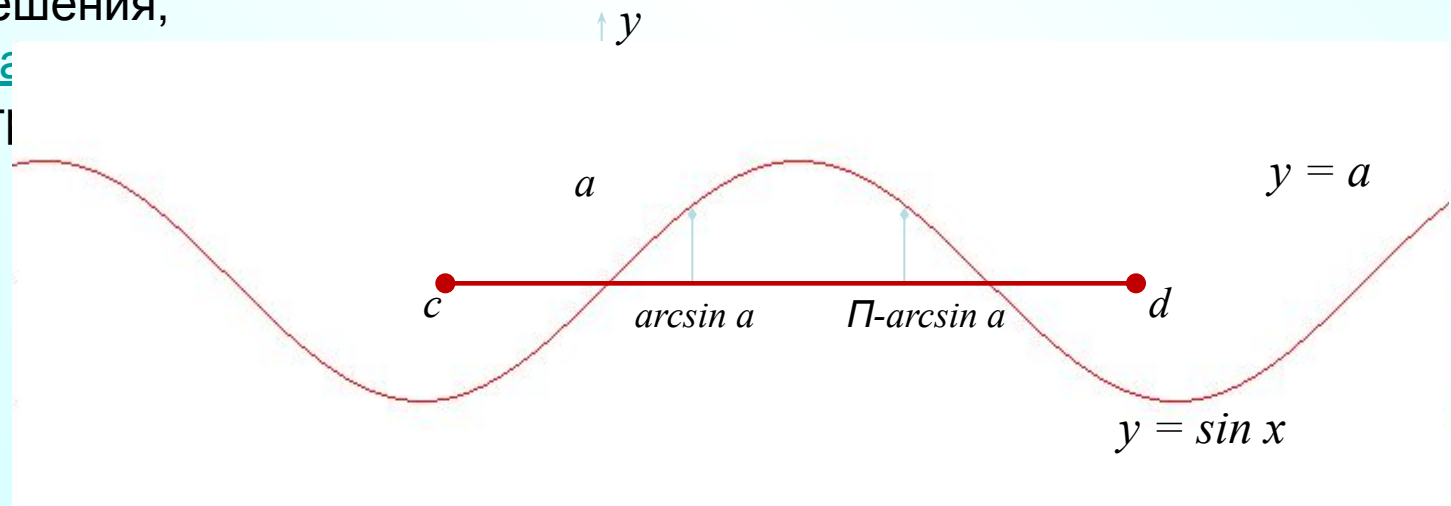
Изображение корней на графике с последующим отбором с учетом имеющихся ограничений

На графике

1. Решить уравнение.
2. Построить график данной функции, прямую $y = a$, на оси x отметить данный отрезок.
3. Найти точки пересечения графиков.
4. Выбрать решения, принадлежащие данному от

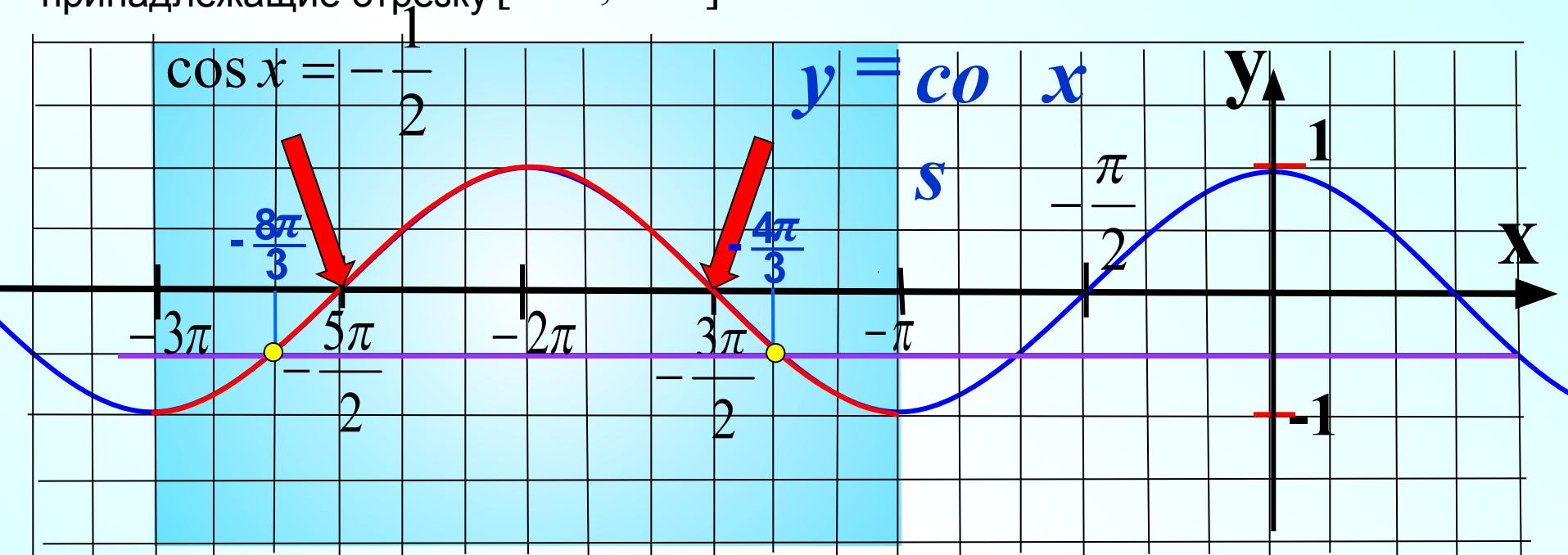
$$\sin x = a, |a| \leq 1, [c; d]$$

$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



Отбор корней с помощью графиков

б) Найдите все корни этого уравнения $2 \cos 2x + 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$



$$\frac{5\pi^{\cancel{3}}}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{15\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{16\pi}{6} = \frac{8\pi}{3}$$

$$-\frac{3\pi^{\cancel{3}}}{2} + \frac{\pi}{6} = -\frac{9\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = -\frac{8\pi}{6} = -\frac{4\pi}{3}$$

б) Ответ : $x = -\frac{8\pi}{3}; x = -\frac{4\pi}{3}$.

Г-ца знач.

Арифметический способ

Перебор значений целочисленного параметра n и вычисление корней

1. Решить уравнение
2. Записать корни уравнения
3. Разделить виды решения для косинуса; подсчитать значения x при целых n до тех пор, пока значения x не выйдут за пределы данного отрезка.
4. Записать ответ.

$$\cos x = a, |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2	...
$k \arccos a + 2\pi k$						
$-\arccos a + 2\pi k$						

$$\sin x = a, |a| \leq 1$$

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

x	-2	-1	0	1	2	...
$k (-1)^k \arcsin a + \pi k$						

Арифметический способ проверить себя

x	k	-2	-1	0	1	2	...
x	k	-2	-1	0	1	2	...
$2\pi/3$		$-10\pi/3$	$-4\pi/3$	$2\pi/3$			
$-2\pi/3$		$-14\pi/3$	$-8\pi/3$	$-2\pi/3$			

Геометрический способ

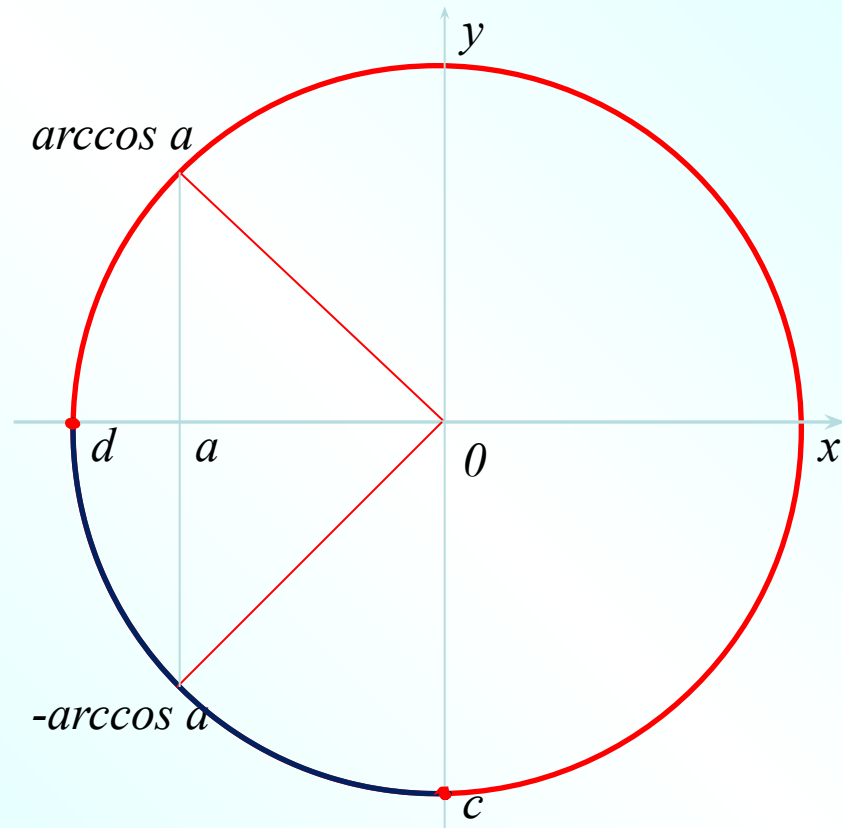
Изображение корней на тригонометрической окружности с последующим отбором с учетом имеющихся ограничений

На окружности

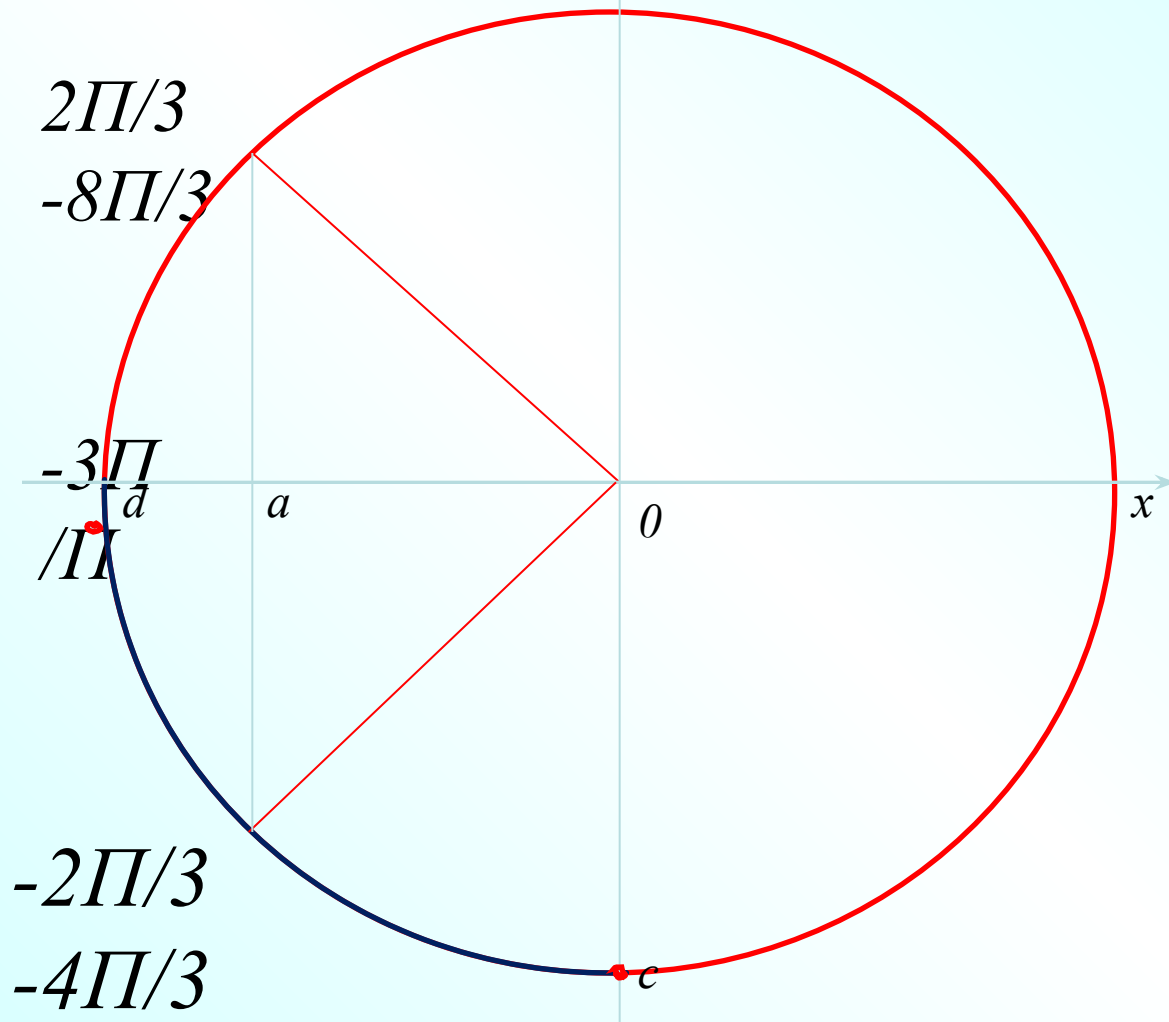
$$\cos x = a, |a| \leq 1, [c; d]$$

$$\begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

1. Решить уравнение.
2. Обвести дугу, соответствующую данному отрезку на окружности.
3. Разделить виды решений для синуса и косинуса.
4. Нанести решения уравнения на окружность.
5. Выбрать решения, попавшие на обведенную дугу.



Геометрический способ (помощью ед. окружности)



Применение полученных знаний.

Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$$

проверь себя

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x, \quad 2\sin^2 x - \sin x = 0,$$
$$\sin x \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) = 0.$$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}, \quad x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\pi n \qquad \frac{\pi}{6} + 2\pi n \qquad 5\frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

Решение: б) корни уравнения

$$\sin x = 0$$

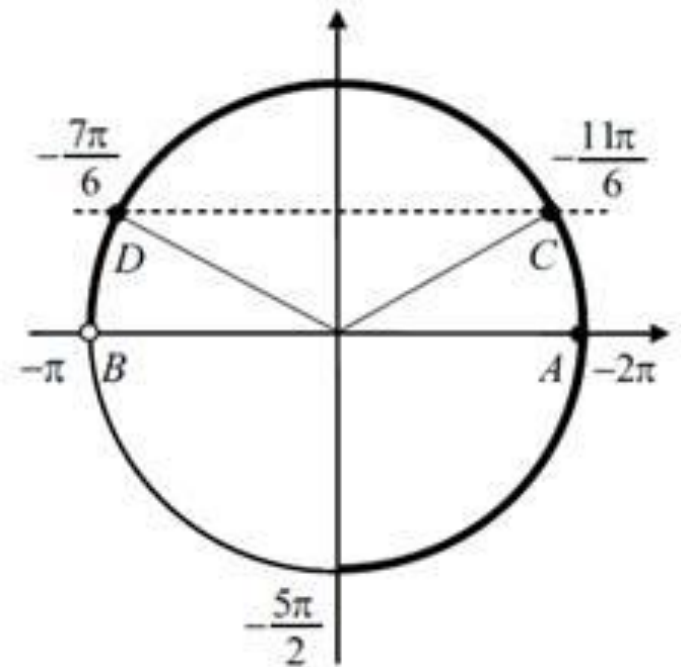
$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$$

$$-2\pi; \quad -2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}; \quad -\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$$

изображен жирной дугой (см. рис.). В указанном промежутке содержатся три корня уравнения:

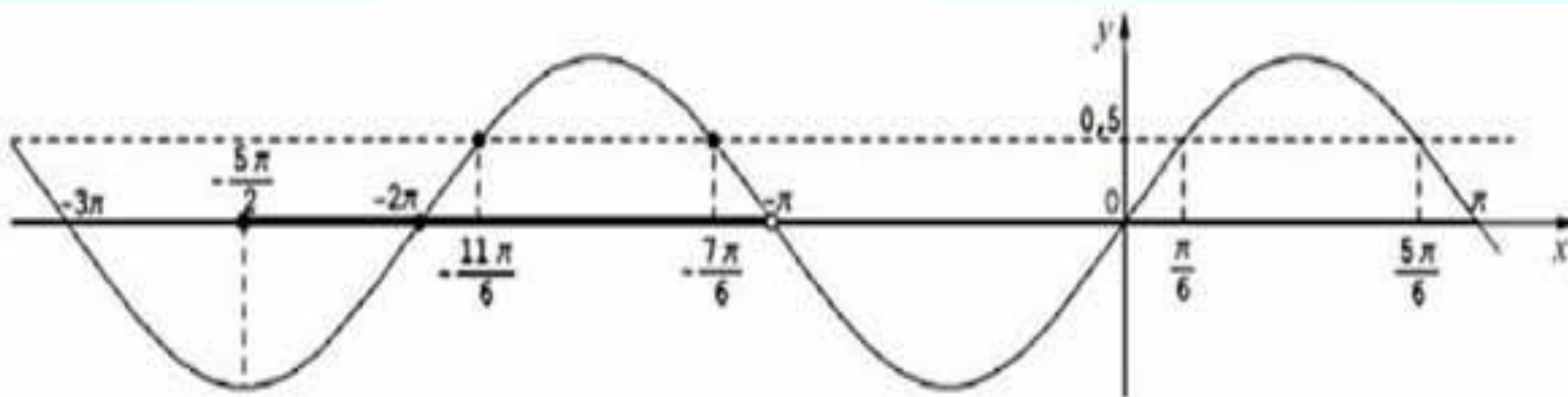
$$-2\pi; \quad -\frac{11\pi}{6}; \quad -\frac{7\pi}{6}$$



Решение: б) Корни, принадлежащие промежутку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi)$ отберем по графику

$$y = \sin x$$

$$\frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}; \quad \frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6}$$



$$-2\pi; \quad -\frac{11\pi}{6}; \quad -\frac{7\pi}{6}.$$

Подставляя $n = \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots$

получаем $x = \dots; -3\pi; -2\pi; -\pi; 0; \pi; 2\pi; 3\pi; \dots$

Промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ принадлежит только $x = -2\pi$

$$x = -\frac{11\pi}{6}; x = -\frac{7\pi}{6}$$

Ответ:

$$-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}.$$

Отберем корни, принадлежащие промежутку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq n < -1 \Leftrightarrow n = -2 \quad x = -2\pi$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq n < -\frac{7}{12} \Leftrightarrow n = -1 \quad x = -\frac{11\pi}{6}$$

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n < -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq n < -\frac{11}{12} \Leftrightarrow n = -1 \quad x = -\frac{7\pi}{6}$$

**Самостоятельное
применение
полученных знаний**

Задания С1 ЕГЭ по математике

- $\cos\left(\frac{3}{2}\pi + 2x\right) = \cos x; \left[\frac{5}{2}\pi; 4\pi\right],$
- $6 \cos^2 x - 7 \cos x - 5 = 0; \quad [-\pi; 2\pi],$
- $3 \sin 2x - 4 \cos x + 3 \sin x - 2 = 0; \left[-\pi; \frac{3}{2}\pi\right],$
- $\cos 2x - \cos(2\pi - x) = 0; \quad \left[0; \frac{5}{2}\pi\right],$
- $4 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 12 \sin x + 5 = 0; \quad [-\pi; 2\pi]$
- $6 \sin^2 x + \cos x - 5 = 0; \quad [2\pi; 3\pi],$
- $2 \sin 2x + \cos x + 4 \sin x + 1 = 0; \quad \left[\frac{5}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right],$
- $2 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0; \quad \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right],$
- $\frac{1}{\cos x - 1} + \frac{1}{\cos x + 1} = 2 \operatorname{ctg}^2 x; \quad \left[-\frac{\pi}{2}; 8\right]$
- $2 \cos^2 x + \sin(\pi + x) - 1 = 0; \quad [-4\pi; -3\pi]$
- $\cos 6x - \cos 3x = 0; \quad [0; \pi]$
- $\frac{3}{2} \operatorname{tg} x \sin 2x - 2 \cos 2x = 8 \sin x - 5; \quad \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$
- $\sin 2x = \cos x; \quad \left[-\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$
- $\cos 2x - \cos x + 1 = 0; \quad [-\pi; \pi]$
- $\sin x + \operatorname{tg} x = \sin 2x; \quad [0; 3\pi]$
- $\cos 2x = 1 + \sin 2x; \quad [-2\pi; 2\pi]$
- $\sin x + 2 \cos^2 x = \cos x + \sin 2x; \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$
- $\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1; \quad \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$
- $2 \sin 2x = 4 \cos x - \sin x + 1; \quad \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$
- $3 \cos^2\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + 5 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0; \quad [-3\pi; -2\pi]$
- $2 \cos^2 x + (2 - \sqrt{2}) \sin x + \sqrt{2} - 2 = 0; \quad [-3\pi; -2\pi]$
- $\frac{3}{2} \operatorname{tg} x \sin 2x - 2 \cos^2 x = 8 \sin x - 5; \quad \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$
- $2 \cos^2 x - \cos 2x = 2 \sin^2 x - \sin 2x; \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- $\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1; \quad \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

Ответы

1	1) $\frac{\pi}{2} + \pi k; x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ 2) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}$	9	1) $\frac{\pi}{2} + \pi k;$ 2) $\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2};$	17	1) $-\frac{\pi}{4} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$
2	1) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $\frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$	10	1) $-\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi k}{3};$ 2) $-\frac{19\pi}{6}; -\frac{23\pi}{6};$	18	1) $-\frac{\pi}{2} + \pi k;$ 2) $\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$
3	1) $(-1)^k \arcsin \frac{2}{3} + \pi k$ $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $\pm \frac{2\pi}{3}; \pi - \arcsin \frac{2}{3}; \frac{4\pi}{3}; \arcsin \frac{2}{3}$	11	1) $2\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $0; \frac{2\pi}{3}$	19	1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \pm (\pi - \arccos \frac{1}{4}) + 2\pi k$ 2) $\frac{\pi}{2}; (\pi \pm \arccos \frac{1}{4})$
4	1) $\frac{2\pi k}{3}$ 2) $0; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; 2\pi.$	12	1) $(-1)^k \arcsin \frac{4}{5} + 2\pi k$ 2) $\pi - \arcsin \frac{4}{5}$	20	1) $-\frac{\pi}{4} + \pi k; -\arctg \frac{2}{3} + \pi k$ 2) $-\frac{9\pi}{4}; -2\pi - \arctg \frac{2}{3}$
5	1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k.$ 2) $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}.$	13	1) $\frac{\pi}{2} + \pi k; (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k.$ 2) $\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}.$	21	1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{4} + \pi k$ 2) $-\frac{11\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}$
6	1) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pm (\pi - \arccos \frac{1}{3}) + 2\pi k$ 2) $3\pi - \arccos \frac{1}{3}; \frac{7\pi}{3}$	14	1) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}$	22	1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; (-1)^k \arcsin 0,6 + \pi k$ 2) $\frac{\pi}{2}; \pi - \arcsin 0,6$
7	1) $-\arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k; \pi + \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k;$ $\pi + 2\pi k$ 2) $3\pi; 3\pi + \arcsin \frac{1}{4}.$	15	1) $\pi k; 2\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ 2) $0; \pi; 2\pi; 3\pi; \frac{8\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$	23	1) $\arctg(1 + \sqrt{2}) + \pi k; \arctg(\sqrt{2} - 1) + \pi k$ 2) $\arctg(1 + \sqrt{2}); -\arctg(\sqrt{2} - 1).$
8	1) $-\arctg \frac{3}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k$ 2) $\pi - \arctg \frac{3}{2}; \frac{5}{4}\pi.$	16	1) $\pi k; -\frac{\pi}{4} + \pi k$ 2) $-2\pi; -\pi; 0; \pi; 2\pi; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4};$ $-\frac{5\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}.$	24	1) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$ 2) $-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$

. Подведение итогов (рефлексия).

Ответьте на вопросы:

Какими способами можно произвести отбор корней?

Какой способ вам показался легче и понятнее? Почему?

Продолжи предложение:

. На уроке я работал активно/пассивно

. Своей работой на уроке я доволен/не доволен

. Урок мне показался коротким/длинным

. За урок я не устал/устал

. Моё настроение стало лучше/стало хуже

*. Материал урока мне был понятен/ не понятен
, полезен/бесполезен, интересен/скучен*

Оцени свою работу (оценочный лист заполняет каждый учащийся):

этапа	Вид работы	Способ проверки и оценивания	Кол-во баллов, оценка
1	Математический диктант.	Взаимопроверка (4 балла)	
2	Устные ответы	Правильный ответ (1 балл), выставляет ученик самостоятельно	
3	Задание №1	Самопроверка (6 балла)	
4	Задание №2	Учитель (за правильное решение 2 балла)	
5	Самостоятельная работа	Самопроверка (3 балла)	
Итого:		От 15 баллов и выше – «5» 12–14 баллов – «4» 9–11 баллов – «3»	

Домашнее задание.

Казалось бы, рассмотрены основные типы тригонометрических уравнений, но это не значит подхода.

Например: к какому типу относится это уравнение $5 \sin 11x + 24 \cos 17x = 29$?

Д/З №1: решить уравнение и

Указать уравнение такого типа

тренировочная работа №43 (2, 4, 6) стр 99-100

Таблица значений тригонометрических функций

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	нет	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	нет	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	нет

