

Школа-гимназия № 33

г. Бишкек

# «Формулы сокращенного умножения»

Учитель математики

Буканёва Ольга



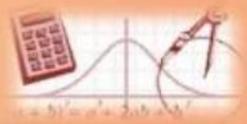
математику



**нельзя  
изучить,  
наблюдая, как  
это делает  
А. Нивен  
другой!"**



# Исторические сводки



# БИННОМ НЬЮТОН

# Бином Ньютона

Бином Ньютона в художественной литературе  
появляется в нескольких запоминающихся контекстах, где  
речь идет о чем-либо сложном.

В рассказе А. Конан Дойля «Последнее дело Холмса»

Холмс говорит о математике профессоре Мориарти:

*«Когда ему исполнился двадцать один год, он  
написал трактат о биноме Ньютона, завоевавший ему  
европейскую известность. После этого он получил кафедру  
математики в одном из наших провинциальных  
университетов, и, по всей вероятности, его ожидала  
блестящая будущность».*

Знаменита цитата из «Мастера и Маргариты»

М. А. Булгакова: *«Подумаешь, бином Ньютона!».*

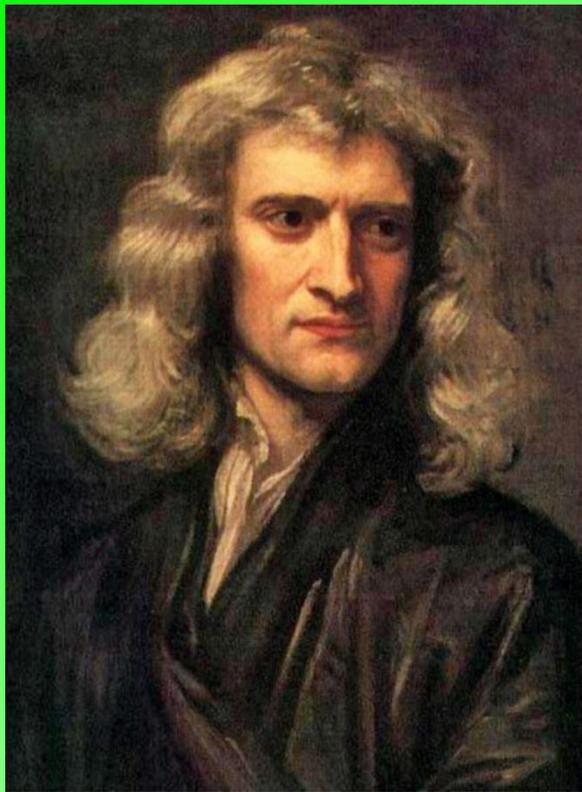
**Бином** (лат. *bis* – два, *nomen* –  
**имя**)

или двучлен — частный  
случай

многочлена (**полинома**),  
который

состоит из двух слагаемых  
одночленов (**мономов**).

*Шеллер*



**Исаак Ньютон**  
**1643-1727**

Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики — английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики,

В 1664-1665 гг И. Ньютон установил, что формула, выражающая степень двучлена в виде суммы одночленов, обобщается на случай произвольных (дробных и отрицательных) показателей

дифференциальное и интегральное исчисления — английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики.

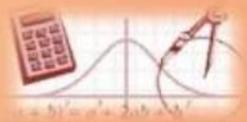
# Бином Ньютона

$$(a + b)^m =$$

$$= C_m^0 a^m b^0 + C_m^1 a^{m-1} b^1 + \dots + C_m^{m-1} a^1 b^{m-1} + C_m^m a^0 b^m$$

Бином Ньютона – формула, выражающая целую положительную степень суммы двух слагаемых (двучлена, бинома) через степени этих слагаемых.

Частными случаями бинома Ньютона являются формулы квадрата и куба суммы двух слагаемых  $a$  и  $b$

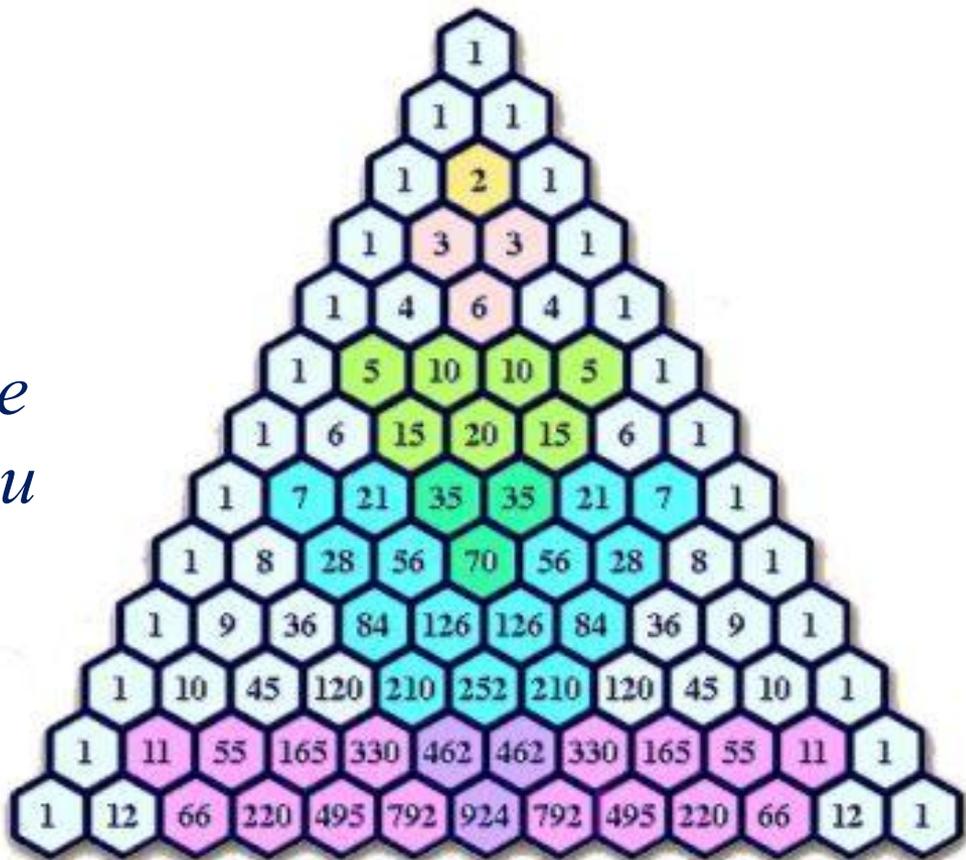


# Треугол ьник

\*

Поискать

*Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего.*

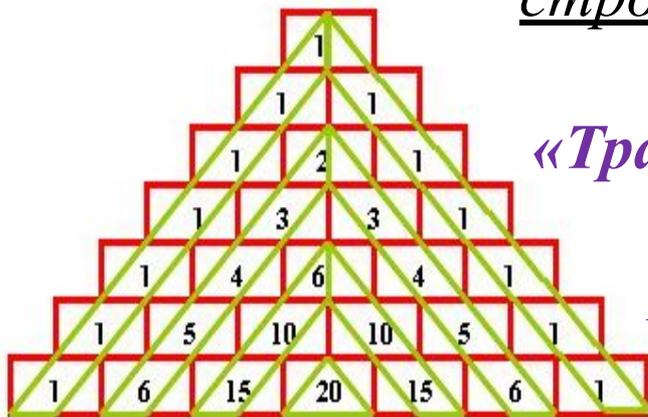


*Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных схем во всей математике. Мартин Гарднер*



# Блез Паскаль и его

слева изображено несколько строк числового треугольника, образованного по следующему правилу: по краям каждой строки стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух стоящих над ним чисел предыдущей строки.



*В такой форме треугольник приведен в «Трактате об арифметическом треугольнике» французского математика*

*Б. Паскаля (1623-1662), опубликованном в 1665 году уже после смерти автора.*

Несколько иные варианты этой числовой таблицы встречались столетием раньше у итальянского математика **Н. Тартальи**, а за несколько веков до этого у восточного ученого и поэта **Омара Хайяма**, некоторых китайских и индийских ученых.



**Блез Паскаль  
(1623-1662)**

**Блез Паскаль** —  
французский —  
французский  
математик —  
французский  
математик, механик —  
французский  
математик, механик,  
физик — французский  
математик, механик,  
физик, литератор —  
французский  
математик, механик,  
физик, литератор и

# Треугольник

$n = 0;$

$n = 1;$

$n = 2;$

$n = 3;$

$n = 4;$

$n = 5;$

$n = 6;$

$n = 7;$

Паскаля

				1							
				1	1						
				1	2	1					
				1	3	3	1				
				1	4	6	4	1			
				1	5	10	10	5	1		
				1	6	15	20	15	6	1	
				1	7	21	35	35	21	7	1

# Степени

$$(a + b)^0 = 1$$

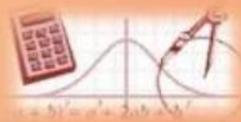
# Биномов:

$$(a + b)^2 = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot ab + 1 \cdot b^2$$

$$(a + b)^3 = 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2b + 3 \cdot ab^2 + 1 \cdot b^3$$

$$(a + b)^4 = 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4$$

$$(a + b)^5 = 1 \cdot a^5 + 5 \cdot a^4b + 10 \cdot a^3b^2 + 10 \cdot a^2b^3 + 5 \cdot a^1b^4 + 1 \cdot b^5$$



# Тест

Продолжите

формулу:

№1

$$(a + b)^2 =$$

а)  $a^2 + b^2$

б)  $a^2 + ab + b^2$

в)  $a^2 + 2ab + b^2$

г)  $a^2 - 2ab + b^2$

Продолжите

формулу:

№2  $(a - b)^3 =$

а)  $a^3 + b^3$

б)  $a^3 - b^3$

в)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

г)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

# Продолжите

## формулу:

№3  $(a - b)(a + b) =$

а)  $a^2 + b^2$

б)  $a^2 - 2ab + b^2$

в)  $a^2 + 2ab + b^2$

г)  $a^2 - b^2$

продолжите

формулу:

№4  $a^3 - b^3 =$

а)  $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

в)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

г)  $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

продолжите

формулу:

№5  $a^2 - b^2 =$

а)  $(a + b)^2$

б)  $(a - b)^2$

в)  $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

**ответа нет**

Продолжите

формулу:

№6  $(a + b)^3 =$

а)  $a^3 + b^3$

б)  $a^3 - b^3$

в)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

г)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите

формулу:

№7

$$(a - b)^2 =$$

а)  $a^2 + b^2$

б)  $a^2 + ab + b^2$

в)  $a^2 + 2ab + b^2$

г)  $a^2 - 2ab + b^2$

продолжите

формулу:

№8  $a^2 + b^2 =$

а)  $(a + b)^2$

б)  $(a - b)^2$

в)  $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

**ответа нет**

продолжите

формулу:

№9  $a^3 + b^3 =$

а)  $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

в)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

г)  $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

# Разложите на

## множители:

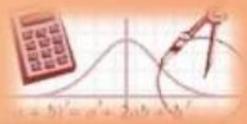
№10  $9x^2 - 121y^2 =$

а)  $(9x - 121y)(9x + 121y)$

б) **правильного**

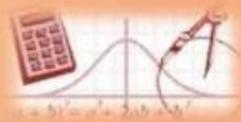
в) **ответа нет**

г)  $(3x - 11y)^2$



# Проверка

Продолжите



№1

формулу:

$$(a + b)^2 =$$

а)  $a^2 + b^2$   
**Квадрат суммы**

б)  $a^2 + ab + b^2$

в)  $a^2 + 2ab + b^2$

г)  $a^2 - 2ab + b^2$

Продолжите

формулу:

№2  $(a - b)^3 =$

а)  $a^3 + b^3$

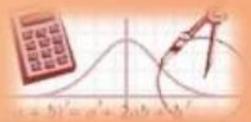
б)  $a^3 - b^3$

**Куб разности**

в)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

г)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите



№3 формулу:  
 $(a - b)(a + b) =$   
Произведение

а)  $a^2 + b^2$

разности двух

б)  $a^2 - 2ab + b^2$

выражений и их

в)  $a^2 + 2ab + b^2$

суммы

г)  $a^2 - b^2$

продолжите

формулу:

№4  $a^3 - b^3 =$

а)  $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

в)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

г)  $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

**Разность кубов**

продолжите

формулу:

№5  $a^2 - b^2 =$

а)  $(a + b)$  **Разность**

б)  $(a - b)$  **квадратов**

в)  $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

**ответа нет**

Продолжите

формулу:

№6  $(a + b)^3 =$

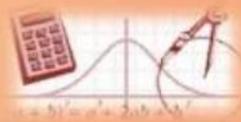
а)  $a^3 + b^3$

б)  $a^3 - b^3$  **Куб суммы**

в)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

г)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите



№7 формулу:  
 $(a - b)^2 =$

- а)  $a^2 + b^2$
- б)  $a^2 + ab + b^2$
- в)  $a^2 + 2ab + b^2$
- г)  $a^2 - 2ab + b^2$

**Квадрат  
разности**

продолжите

формулу:

№8  $a^2 + b^2 =$

а)  $(a + b)$  **Сумма**

б)  $(a - b)^2$  **квадратов,**

в)  $(a - b)(a + b)$  **формулы нет**

г) **правильного**

**ответа нет**

продолжите

формулу:

№9  $a^3 + b^3 =$

а)  $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

в)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

г)  $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

**Сумма кубов**

# Разложите на

множители:

$$\text{№10 } 9x^2 - 121y^2 =$$

**Разность**

а)  $(9x - 121y)(9x + 121y)$

**квадратов**

б) **правильного**

в) **ответа нет**  $(3x + 11y)$

г)  $(3x - 11y)^2$



# Применение формул сокращенног о умножения



# Вычислить:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

# Решение:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^8 - 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^{16} - 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^{32} - 1) - 2^{32} =$$

$$= -1$$

**Вычислить:**



$$99^2$$



# Решение:

$$\begin{aligned}99^2 &= (100 - 1)^2 = \\100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 &= \\10000 - 200 + 1 &= \\9801 &\end{aligned}$$



# «Предмет математик и настолько серьезен, что полезно не упускать»

**Блез Паскаль**  
(1623-1662)

выдающийся  
математик,  
физик, философ и  
писатель.

# Математический фокус





# **«Отгадывание задуманного числа»**

**Задумайте число (до 10);**

**Умножьте его на себя;**

**Прибавьте к результату  
задуманное число;**

**К полученной сумме прибавьте  
1;**

**К полученному числу прибавьте**



# Решение:



$$x^2 + x + 1 + x = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

**Например:**

$$5 \cdot 5 + 5 + 1 + 5 = 36,$$

$$\text{тогда } x = \sqrt{36} - 1 = 6 - 1 = 5.$$

# Возведение в квадрат...

$$15^2 = 1 \cdot 2 + 25 = 225;$$

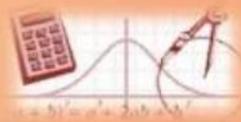
$$25^2 = 2 \cdot 3 + 25 = 625;$$

$$55^2 = 5 \cdot 6 + 25 = 3025;$$

$$65^2 = 6 \cdot 7 + 25 = 4225;$$

$$95^2 = 9 \cdot 10 + 25 = 9025;$$

$$105^2 = 10 \cdot 11 + 25 = 11025.$$



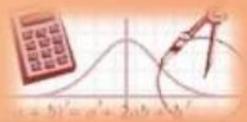
**Работа в**

**парах:**

**ИГРА**

**«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
МОЗАИКА».**

# Работа в



## парах:

*За 1 минуту из предложенных  
выражений составить формулы.*

*Кто больше.*

$3x$ ,  $5y$ ,  $9x^2$ ,  $30xy$ ,

$27x^3$ ,  $125y^3$ ,

$15xy$ ,  $25y^2$ .

# Проверяем:

$$(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

$$(3x - 5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$$

$$(5y + 3x)^2 = 25y^2 + 30xy + 9x^2$$

$$(5y - 3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$$

$$(3x - 5y)(3x + 5y) = 9x^2 - 25y^2$$

$$(5y - 3x)(5y + 3x) = 25y^2 - 9x^2$$

$$(3x + 5y)(9x^2 - 15xy + 25y^2) = 27x^3 + 125y^3$$

$$(3x - 5y)(9x^2 + 15xy + 25y^2) = 27x^3 - 125y^3$$

$$(5y + 3x)(25y^2 - 15xy + 9x^2) = 125y^3 + 27x^3$$

$$(5y - 3x)(25y^2 + 15xy + 9x^2) = 125y^3 - 27x^3$$

# Работа в парах: Тест-соответствие:

№ формулы	Формула	№ ответа	Ответ	Буква
1	$(x+3)^2$	1	$4x^2-9$	О
2	$x^2-16$	2	$16x^2-40xy+25y^2$	А
3	$(2x-3)(2x+3)$	3	$(x-4)(x+4)$	И
4	$81-18x+x^2$	4	$(3y+6x)^2$	Т
5	$(4x-5y)^2$	5	$x^2+6x+9$	Д
6	$25x^2-49y^2$	6	$(9-x)^2$	Ф
7	$9y^2+36yx+36x^2$	7	$(5x-7y)(5x+7y)$	Н



# Работа в парах:

## Расшифровка:

ДИОФАНТ



# Исторические



## сведения:

# «Диоф ант»

# Диофант и его труды



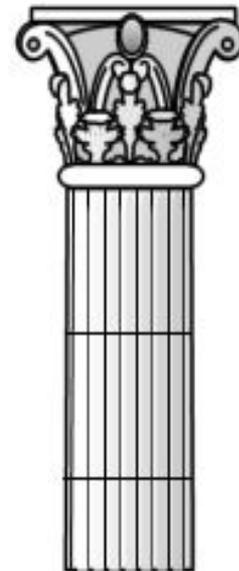
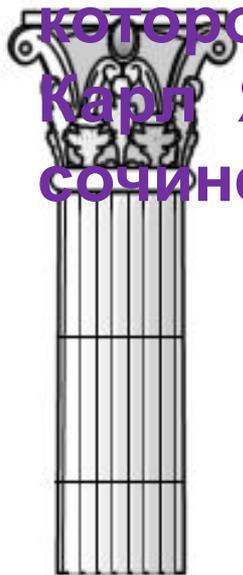
О подробностях жизни  
Диофанта  
Александрийского

Диофант представляет одну из наиболее трудных загадок в истории науки. Нам не известно ни время, когда он жил, ни предшественники, которые работали бы в той же области. Труды его подобны

сверкающему ступе среди непроходимой

Зато место жительства Диофанта хорошо известно – Александрия, центр научной мысли эллинистического мира. Наиболее загадочным представляется творчество Диофанта. До наших дней дошли два произведения Диофанта, оба не полностью. Это «Арифметика» (шесть книг из тринадцати) и отрывки из трактата «О многоугольных числах». С именем этого учёного связано появление и развитие алгебраической геометрии, проблем

которой впоследствии занимались Леонард Эйлер, Карл Якоби и другие авторы. Известно, что труды Диофанта имели фундаментальное значение для развития



DIOPHANTI  
ALEXANDRINI  
ARITHMETICORVM  
LIBRI SEX.  
ET DE NUMERIS MULTANGVLIS  
LIBER VNVS.

*Nunc primum Graecè & Latine editi, atque ab Iohanne  
Commentariis illustrati.*

AUCTORE CLAVDIO GASPARI BACHETO  
M. LXI. IACO SEVILLANO, T. C.



LVTETIAE PARISIORVM,  
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via  
Iacobæ, sub Ciconiis.  
M. DC. XXI.  
CVM PRIVILEGIO REGIS

В начале своего труда Диофант поместил краткое введение, ставшее первым изложением основ алгебры. В то время, все алгебраические утверждения выражали в геометрической форме. Вместо сложения чисел говорили о сложении отрезков, а произведение двух чисел сравнивали с площадью, трех чисел - с объемом и т.д. Диофант стал первым ученым, который отказался от геометрических способов выражения и перешел к алгебраическим уравнениям. В этой книге он построил поле рациональных чисел и ввёл буквенную символику. Там же сформулировал правила действий с многочленами и уравнениями.

В Палатинской антологии содержится эпиграмма–задача Метродора о Диофанте, из которой можно сделать вывод,

Здесь погребен Диофант, и камень могильный

При счете расскажет нам,

Сколь долог был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;

В двенадцатой части затем прошла его светлая юность.

Седьмую часть жизни прибавим – перед нами очаг Гименея.

Пять лет протекли; и прислал Гименей ему сына.

Но горе ребенку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, как скончался несчастный.

Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой

И умер, прожив для науки. Скажи мне,



**Диофант – последний из великих математиков античности.**

# Домашнее

## задание:



Повторить: § 28 Формулы сокращенного умножения;

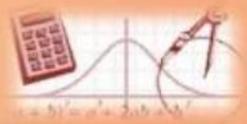
Решить: № 28.42, № 28.43;

Вычислить, используя ФСУ:

$$1) \frac{7,3^2 - 9,2^2}{6,7^2 - 2,9^2} \quad 2) \frac{9,5^2 - 7,8 \cdot 9,5 + 3,9^2}{3,7^2 - 4,2 \cdot 3,7 + 2,1^2}$$

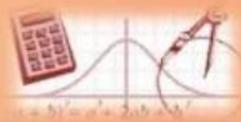
\*Доказать, что для вычисления квадрата любого числа оканчивающегося цифрой 5, достаточно найти произведение первой цифры и цифры на 1 большей и к произведению приписать справа 25.

(Подсказка:  $(10a + 5)^2 =$  )



# Рефлексия:

- *“Я понял(а)...*
- *“Я запомнил(а)...*
- *“Мне на уроке...*
- *“Я думаю...*
- *“Мне понравилось...*



# Подведение

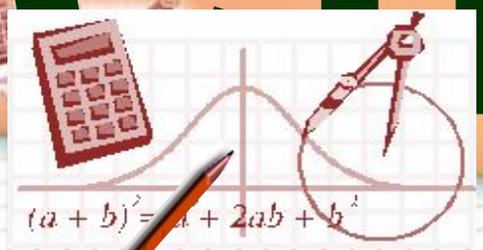
итогов урока:

# Подсчет

# баллов и

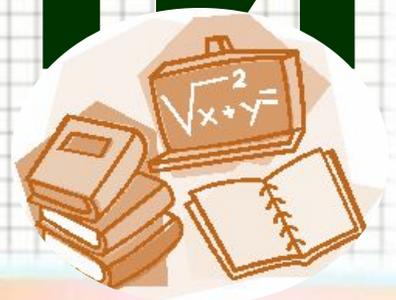
# выставле

# Математика



# за

# ВНИМАНИЕ



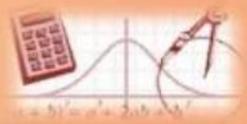


# Применение формул сокращенног о умножения



# Вычислить:

$$27^2 - 37^2 =$$



# Решение:

$$27^2 - 37^2 =$$

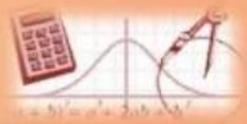
$$(27 - 37)(27 + 37) =$$

$$-10 \cdot 64 = -640$$



**Вычислить:**

$$32 \cdot 28 =$$



# Решение:

$$32 \cdot 28 =$$

$$(30 + 2)(30 - 2) =$$

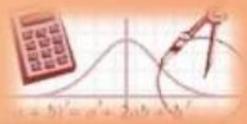
$$30^2 - 2^2 = 900 - 4 =$$

$$896$$



# Вычислить:

$$48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 68 + 68^2 =$$



# Решение:

$$48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 68 + 68^2 =$$

$$(48 - 68)^2 =$$

$$(-20)^2 =$$

$$400$$