

Школа-гимназия № 33

г. Бишкек

«Формулы сокращенного умножения»

Учитель математики

Буканёва Ольга



математику



**нельзя
изучить,
наблюдая, как
это делает
А. Нивен
другой!"**



История

русских

свод



БИННОМ НЬЮТОН

*

Бином Ньютона

Бином Ньютона в художественной литературе
появляется в нескольких запоминающихся контекстах, где
речь идет о чем-либо сложном.

В рассказе А. Конан Дойла «Последнее дело Холмса»

Холмс говорит о математике профессоре Мориарти:

*«Когда ему исполнился двадцать один год, он
написал трактат о биноме Ньютона, завоевавший ему
европейскую известность. После этого он получил кафедру
математики в одном из наших провинциальных
университетов, и, по всей вероятности, его ожидала
блестящая будущность».*

Знаменита цитата из «Мастера и Маргариты»

М. А. Булгакова: *«Подумаешь, бином Ньютона!».*

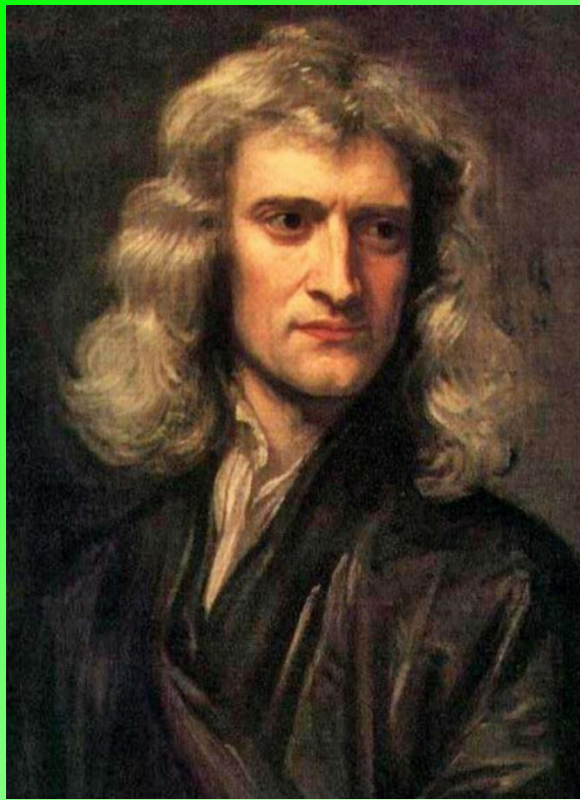
Бином (лат. *bis* – два, *poten* –
ИМЯ)

или двучлен — частный
случай

многочлена (**полинома**),
который

состоит из двух слагаемых
одночленов (**мономов**).

Целлинер



Исаак Ньютон
1643-1727

Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики — английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики,

В 1664-1665 гг И. Ньютон установил, что формула, выражающая степень двучлена в виде суммы одночленов, обобщается на случай произвольных (дробных и отрицательных) показателей

дифференциальное и интегральное исчисления — английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики.

Бином Ньютона

$$(a + b)^m =$$

$$= C_m^0 a^m b^0 + C_m^1 a^{m-1} b^1 + \dots + C_m^{m-1} a^1 b^{m-1} + C_m^m a^0 b^m$$

Бином Ньютона – формула, выражающая целую положительную степень суммы двух слагаемых (двучлена, бинома) через степени этих слагаемых.

Частными случаями бинома Ньютона являются формулы квадрата и куба суммы двух слагаемых *a* и *b*

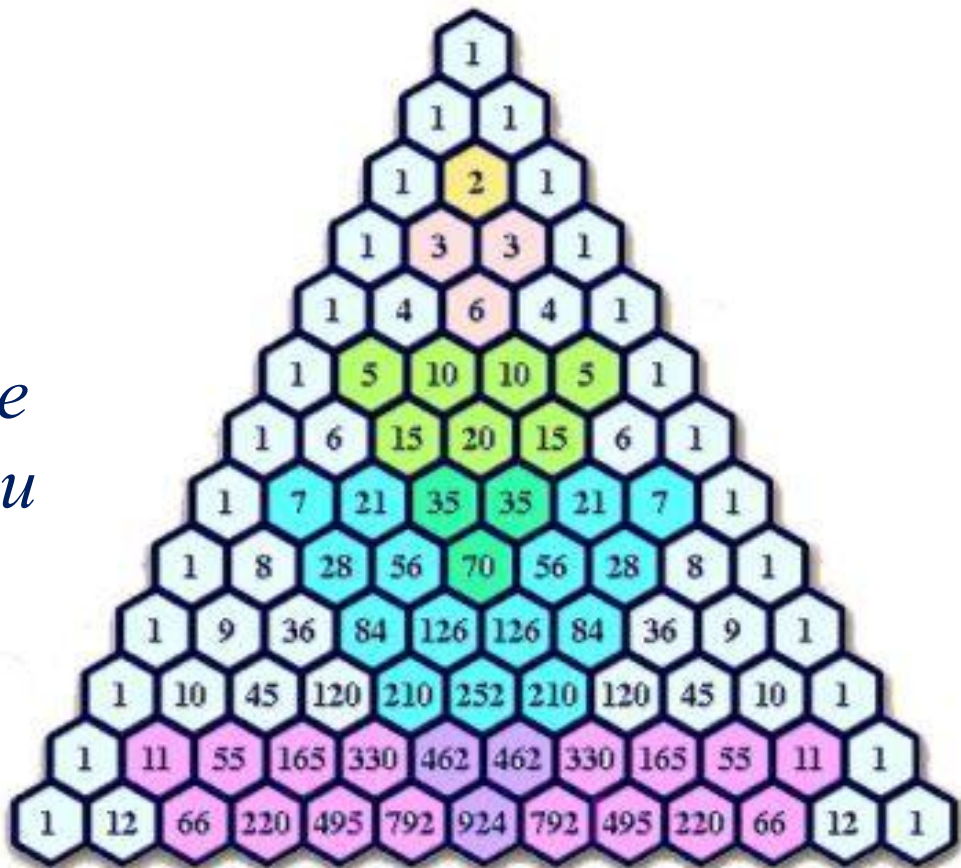


Треугол ьник

*

Поискать

Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок. В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища и связывает воедино различные аспекты математики, не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего.

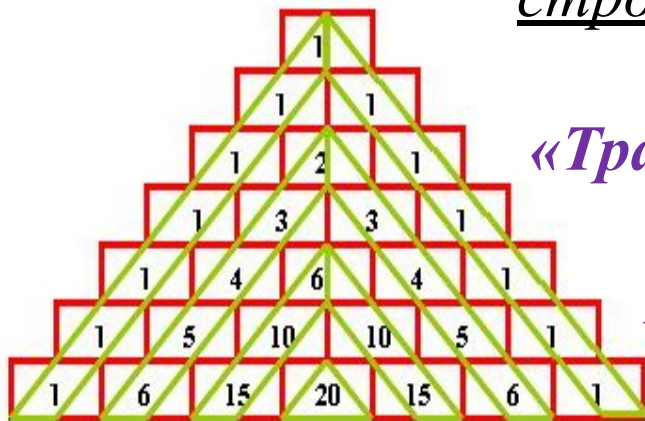


Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля одной из наиболее изящных схем во всей математике. Мартин Гарднер



Блез Паскаль и его

слева изображено несколько строк числового треугольника, образованного по следующему правилу: по краям каждой строки стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух стоящих над ним чисел предыдущей строки.



В такой форме треугольник приведен в «Трактате об арифметическом треугольнике» французского математика

Б. Паскаля (1623-1662), опубликованном в 1665 году уже после смерти автора.

Несколько иные варианты этой числовой таблицы встречались столетием раньше у итальянского математика **Н. Тартальи**, а за несколько веков до этого у восточного ученого и поэта **Омара Хайяма**, некоторых китайских и индийских ученых.



**Блез Паскаль
(1623-1662)**

Блез Паскаль —
французский —
французский
математик —
французский
математик, механик —
французский
математик, механик,
физик — французский
математик, механик,
физик, литератор —
французский
математик, механик,
физик, литератор и

Треугольник

$n = 0;$

$n = 1;$

$n = 2;$

$n = 3;$

$n = 4;$

$n = 5;$

$n = 6;$

$n = 7;$

Паскаля

			1	2	1			
		1	3	3	1			
	1	4	6	4	1			
	1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	

Степени

$$(a + b)^0 = 1$$

Биномов:

$$(a + b)^2 = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot ab + 1 \cdot b^2$$

$$(a + b)^3 = 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2b + 3 \cdot ab^2 + 1 \cdot b^3$$

$$(a + b)^4 = 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4$$

$$(a + b)^5 = 1 \cdot a^5 + 5 \cdot a^4b + 10 \cdot a^3b^2 + 10 \cdot a^2b^3 + 5 \cdot a^1b^4 + 1 \cdot b^5$$



Тест

Продолжите

формулу:

№1

$$(a + b)^2 =$$

а) $a^2 + b^2$

б) $a^2 + ab + b^2$

в) $a^2 + 2ab + b^2$

г) $a^2 - 2ab + b^2$

Продолжите

формулу:

№2 $(a - b)^3 =$

а) $a^3 + b^3$

б) $a^3 - b^3$

в) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

г) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите

формулу:

№3 $(a - b)(a + b) =$

а) $a^2 + b^2$

б) $a^2 - 2ab + b^2$

в) $a^2 + 2ab + b^2$

г) $a^2 - b^2$

продолжите

формулу:

№4 $a^3 - b^3 =$

а) $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

в) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

г) $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

продолжите

формулу:

№5 $a^2 - b^2 =$

а) $(a + b)^2$

б) $(a - b)^2$

в) $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

ответа нет

Продолжите

формулу:

№6 $(a + b)^3 =$

а) $a^3 + b^3$

б) $a^3 - b^3$

в) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

г) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите

формулу:

№7

$$(a - b)^2 =$$

а) $a^2 + b^2$

б) $a^2 + ab + b^2$

в) $a^2 + 2ab + b^2$

г) $a^2 - 2ab + b^2$

продолжите

формулу:

№8 $a^2 + b^2 =$

а) $(a + b)^2$

б) $(a - b)^2$

в) $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

ответа нет

продолжите

формулу:

№9 $a^3 + b^3 =$

а) $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

в) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

г) $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

Разложите на

множители:

$$\text{№10 } 9x^2 - 121y^2 =$$

а) $(9x - 121y)(9x + 121y)$

б) **правильного**

в) **ответа нет**

г) $(3x - 11y)^2$



Проверка

Продолжите



№1

формулу:

$$(a + b)^2 =$$

а) $a^2 + b^2$
Квадрат суммы

б) $a^2 + ab + b^2$

в) $a^2 + 2ab + b^2$

г) $a^2 - 2ab + b^2$

Продолжите

формулу:

№2 $(a - b)^3 =$

а) $a^3 + b^3$

б) $a^3 - b^3$

Куб разности

в) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

г) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите



№3 формулу:
 $(a - b)(a + b) =$
Произведение

а) $a^2 + b^2$

разности двух

б) $a^2 - 2ab + b^2$

выражений и их

в) $a^2 + 2ab + b^2$

суммы

г) $a^2 - b^2$

продолжите

формулу:

№4 $a^3 - b^3 =$

а) $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

в) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

г) $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

Разность кубов

продолжите

формулу:

№5 $a^2 - b^2 =$

а) $(a + b)$ **Разность**

б) $(a - b)$ **квадратов**

в) $(a - b)(a + b)$

г) **правильного**

ответа нет

Продолжите

формулу:

№6 $(a + b)^3 =$

а) $a^3 + b^3$

б) $a^3 - b^3$ **Куб суммы**

в) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

г) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Продолжите



№7 формулу:
 $(a - b)^2 =$

- а) $a^2 + b^2$
- б) $a^2 + ab + b^2$
- в) $a^2 + 2ab + b^2$
- г) $a^2 - 2ab + b^2$

**Квадрат
разности**

продолжите

формулу:

№8 $a^2 + b^2 =$

а) $(a + b)$ **Сумма**

б) $(a - b)^2$ **квадратов,**

в) $(a - b)(a + b)$ **формулы нет**

г) **правильного**

ответа нет

продолжите

формулу:

№9 $a^3 + b^3 =$

а) $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

б) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

в) $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

г) $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

Сумма кубов

Разложите на

множители:

№10 $9x^2 - 121y^2 =$

Разность

а) $(9x - 121y)(9x + 121y)$

квадратов

б) **правильного**

в) **ответа нет** $(3x + 11y)$

г) $(3x - 11y)^2$



Применение формул сокращенног о умножения



Вычислить:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

Решение:

$$(2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^8 - 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^{16} - 1)(2^{16} + 1) - 2^{32} =$$

$$(2^{32} - 1) - 2^{32} =$$

$$= -1$$

Вычислить:



$$99^2$$



Решение:

$$\begin{aligned}99^2 &= (100 - 1)^2 = \\100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 &= \\10000 - 200 + 1 &= \\9801 &\end{aligned}$$




«Предмет математик и настолько серьезен, что полезно не упускать»

Блез Паскаль
(1623-1662)

выдающийся
математик,
физик, философ и
писатель.

Математический фокус





«Отгадывание задуманного числа»

Задумайте число (до 10);

Умножьте его на себя;

Прибавьте к результату задуманное число;

К полученной сумме прибавьте 1;

К полученному числу прибавьте



Решение:

$$x^2 + x + 1 + x = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

Например:

$$5 \cdot 5 + 5 + 1 + 5 = 36,$$

$$\text{тогда } x = \sqrt{36} - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Возведение в квадрат...

$$15^2 = 1 \cdot 2 + 25 = 225;$$

$$25^2 = 2 \cdot 3 + 25 = 625;$$

$$55^2 = 5 \cdot 6 + 25 = 3025;$$

$$65^2 = 6 \cdot 7 + 25 = 4225;$$

$$95^2 = 9 \cdot 10 + 25 = 9025;$$

$$105^2 = 10 \cdot 11 + 25 = 11025.$$



Работа в

парах:

ИГРА

**«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
МОЗАИКА».**

Работа в



парах:

*За 1 минуту из предложенных
выражений составить формулы.*

Кто больше.

$3x$, $5y$, $9x^2$, $30xy$,

$27x^3$, $125y^3$,

$15xy$, $25y^2$.

Проверяем:

$$(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

$$(3x - 5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$$

$$(5y + 3x)^2 = 25y^2 + 30xy + 9x^2$$

$$(5y - 3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$$

$$(3x - 5y)(3x + 5y) = 9x^2 - 25y^2$$

$$(5y - 3x)(5y + 3x) = 25y^2 - 9x^2$$

$$(3x + 5y)(9x^2 - 15xy + 25y^2) = 27x^3 + 125y^3$$

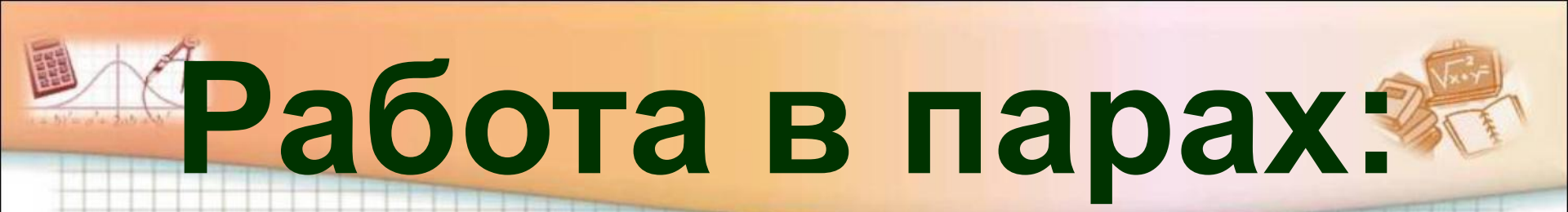
$$(3x - 5y)(9x^2 + 15xy + 25y^2) = 27x^3 - 125y^3$$

$$(5y + 3x)(25y^2 - 15xy + 9x^2) = 125y^3 + 27x^3$$

$$(5y - 3x)(25y^2 + 15xy + 9x^2) = 125y^3 - 27x^3$$

Работа в парах: Тест-соответствие:

№ формулы	Формула	№ ответа	Ответ	Буква
1	$(x+3)^2$	1	$4x^2-9$	О
2	x^2-16	2	$16x^2-40xy+25y^2$	А
3	$(2x-3)(2x+3)$	3	$(x-4)(x+4)$	И
4	$81-18x+x^2$	4	$(3y+6x)^2$	Т
5	$(4x-5y)^2$	5	x^2+6x+9	Д
6	$25x^2-49y^2$	6	$(9-x)^2$	Ф
7	$9y^2+36yx+36x^2$	7	$(5x-7y)(5x+7y)$	Н



Работа в парах:

Расшифровка:

ДИОФАНТ



Исторические



сведения:

«Диоф ант»

Диофант и его труды



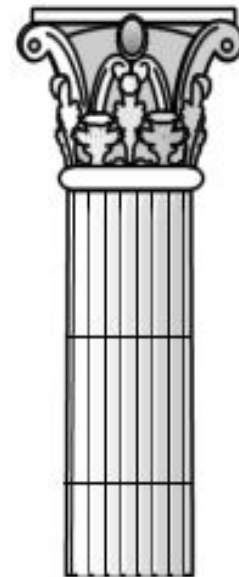
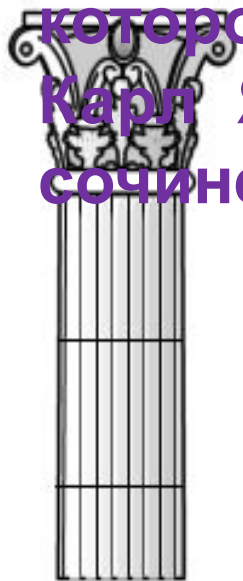
О подробностях жизни
Диофанта
Александрийского

Диофант представляет одну из наиболее трудных загадок в истории науки. Нам не известно ни время, когда он жил, ни предшественники, которые работали бы в той же области. Труды его подобны

сверкающему ступню среди непроходимой

Зато место жительства Диофанта хорошо известно – Александрия, центр научной мысли эллинистического мира. Наиболее загадочным представляется творчество Диофанта. До наших дней дошли два произведения Диофанта, оба не полностью. Это «Арифметика» (шесть книг из тринадцати) и отрывки из трактата «О многоугольных числах». С именем этого учёного связано появление и развитие алгебраической геометрии, проблем

которой впоследствии занимались Леонард Эйлер, Карл Якоби и другие авторы. Известно, что труды Диофанта имели фундаментальное значение для развития



DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NUMERIS MULTANGVLIS
LIBER VNVS.

*Nunc primum Græcè & Latine editi, atque ab Iohanne
Commentarijs illustrati.*

AUCTORE CLAVDIO GASPARI BACHETO
M. LXI. IACO SEVILLANO, T. C.



LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via
Iacobæ, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS

В начале своего труда Диофант поместил краткое введение, ставшее первым изложением основ алгебры. В то время, все алгебраические утверждения выражали в геометрической форме. Вместо сложения чисел говорили о сложении отрезков, а произведение двух чисел сравнивали с площадью, трех чисел - с объемом и т.д. Диофант стал первым ученым, который отказался от геометрических способов выражения и перешел к алгебраическим уравнениям. В этой книге он построил поле рациональных чисел и ввёл буквенную символику. Там же сформулировал правила действий с многочленами и уравнениями.

В Палатинской антологии содержится эпиграмма–задача Метродора о Диофанте, из которой можно сделать вывод,

Здесь погребен Диофант, и камень могильный

При счете расскажет нам,

Сколь долог был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;

В двенадцатой части затем прошла его светлая юность.

Седьмую часть жизни прибавим – перед нами очаг Гименея.

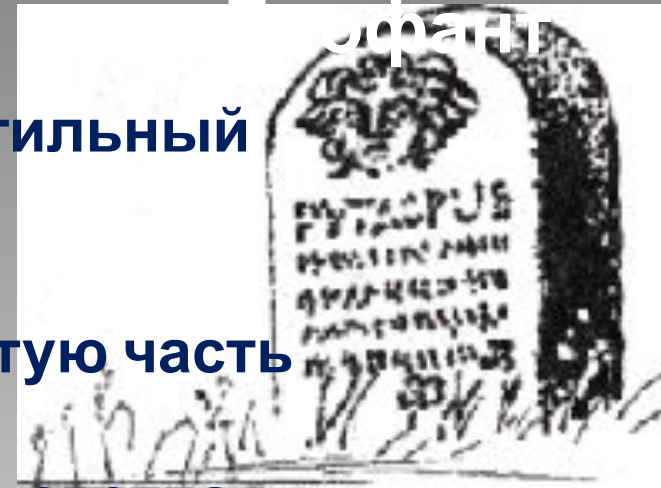
Пять лет протекли; и прислал Гименей ему сына.

Но горе ребенку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, как скончался несчастный.

Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой

И умер, прожив для науки. Скажи мне,



Домашнее

задание:



Повторить: § 28 Формулы сокращенного умножения;

Решить: № 28.42, № 28.43;

Вычислить, используя ФСУ:

$$1) \frac{7,3^2 - 9,2^2}{6,7^2 - 2,9^2} \quad 2) \frac{9,5^2 - 7,8 \cdot 9,5 + 3,9^2}{3,7^2 - 4,2 \cdot 3,7 + 2,1^2}$$

*Доказать, что для вычисления квадрата любого числа оканчивающегося цифрой 5, достаточно найти произведение первой цифры и цифры на 1 большей и к произведению приписать справа 25.

(Подсказка: $(10a + 5)^2 =$)



Рефлексия:

- *“Я понял(а)...*
- *“Я запомнил(а)...*
- *“Мне на уроке...*
- *“Я думаю...*
- *“Мне понравилось...*



Подведение

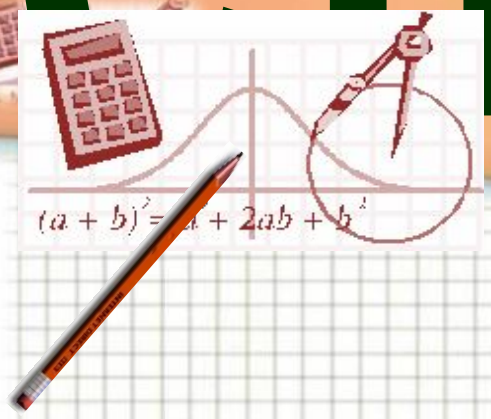
итогов урока:

Подсчет

баллов и

выставле

Математика



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

за

ВНИМАНИ





Применение формул сокращенног о умножения



Вычислить:

$$27^2 - 37^2 =$$



Решение:

$$27^2 - 37^2 =$$

$$(27 - 37)(27 + 37) =$$

$$-10 \cdot 64 = -640$$



Вычислить:

$$32 \cdot 28 =$$



Решение:

$$32 \cdot 28 =$$

$$(30 + 2)(30 - 2) =$$

$$30^2 - 2^2 = 900 - 4 =$$

$$896$$



Вычислить:

$$48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 68 + 68^2 =$$



Решение:

$$48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 68 + 68^2 =$$

$$(48 - 68)^2 =$$

$$(-20)^2 =$$

$$400$$