

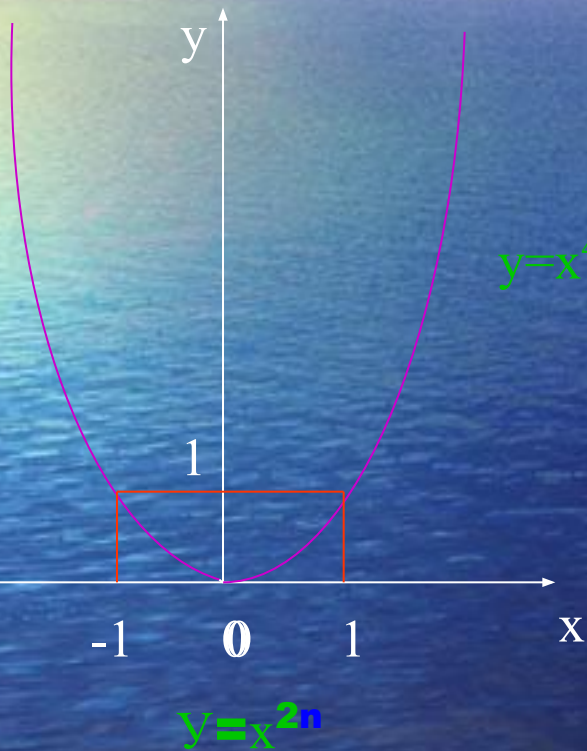
# Степенная функция

Автор: учитель математики Полосина В.М.

# р-натуральное

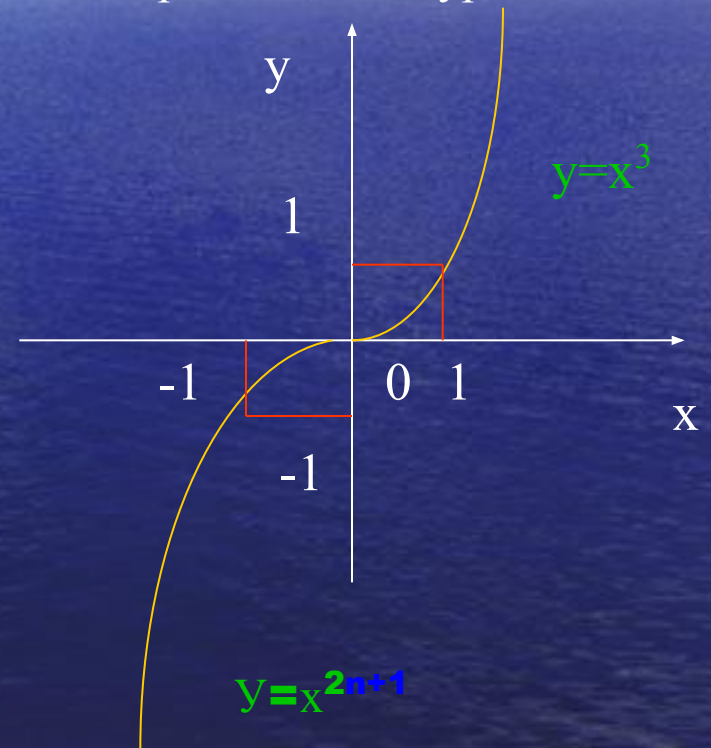
чётное

$p=2n$ ,  $n$ -натуральное



нечётное

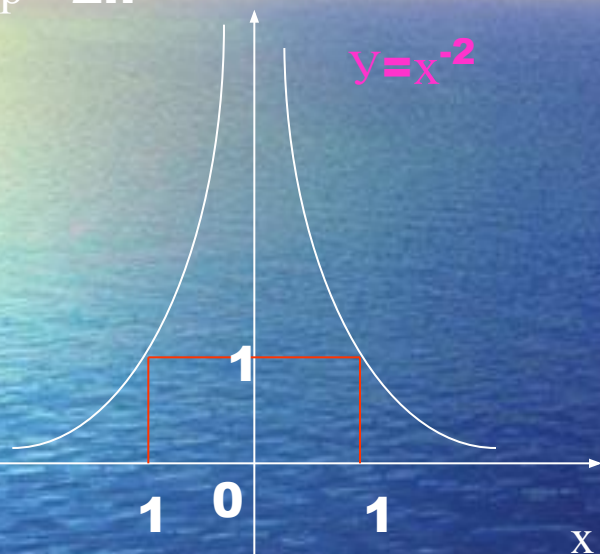
$p=2n+1$ ,  $n$ -натуральное



# р-целое отрицательное

чётное

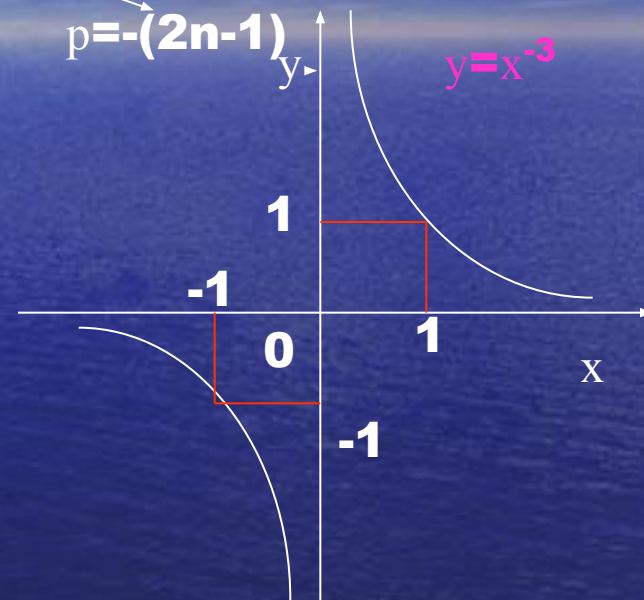
$$p = -2n$$



$$y = x^{-2n}$$

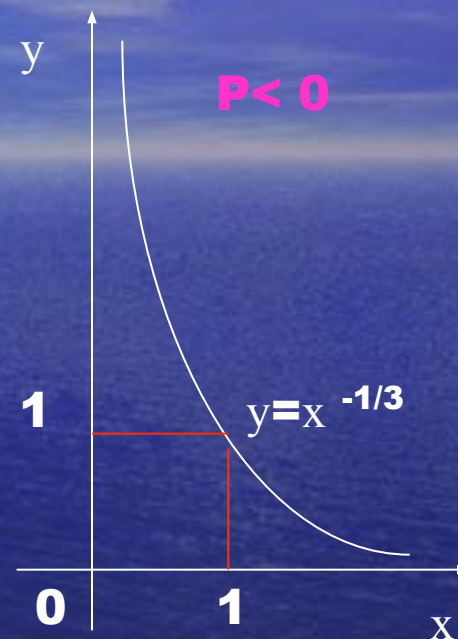
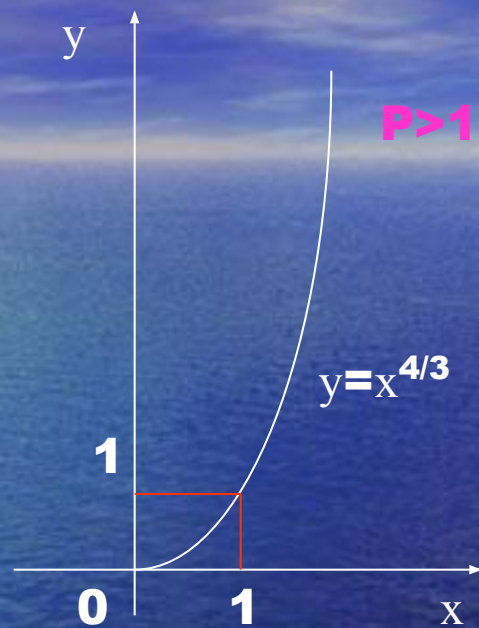
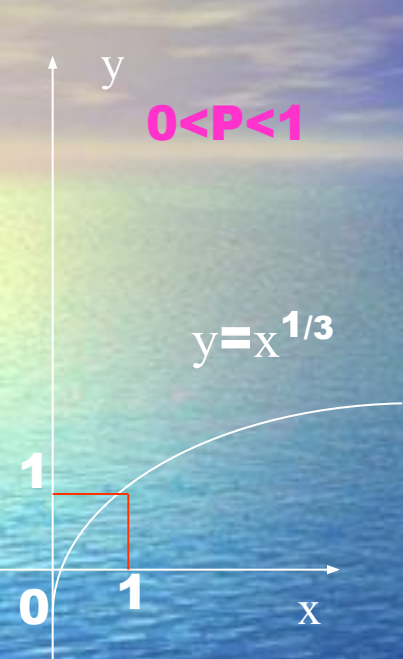
нечётное

$$p = -(2n-1)$$



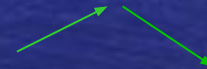
$$y = x^{-(2n-1)}$$

# $\sqrt[p]{\quad}$ p-действительное нецелое число

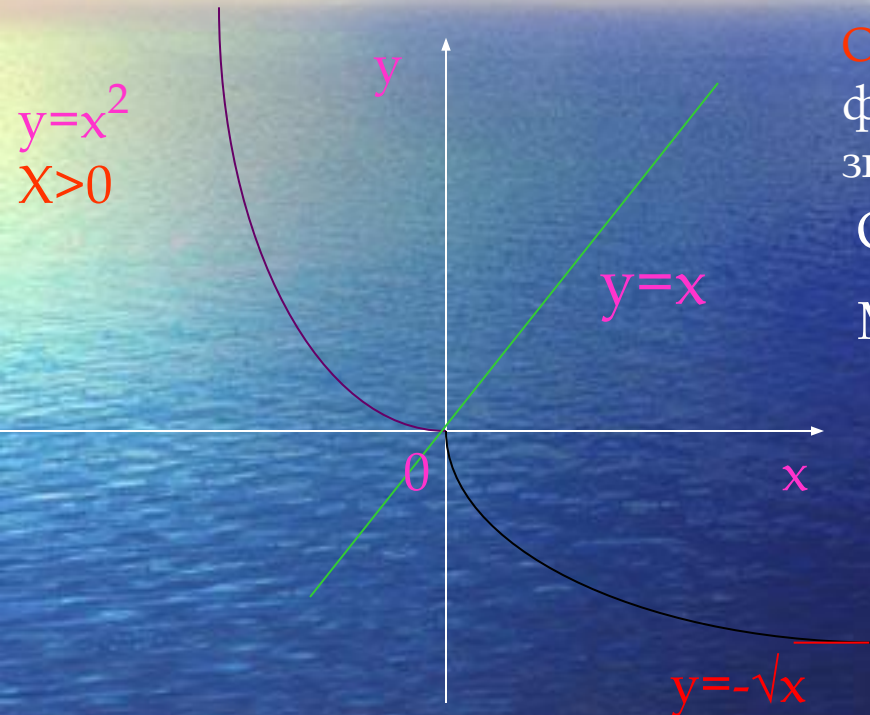


# Схема исследования функции

1. Область определения функции.  $D(f)$
2. Множество значений функции.  $E(f)$
3. Промежутки монотонности.
4. Чётность (нечётность) функции.  $y(-x)$
5. Знакопостоянство.  $y > 0$ ,  $y < 0$
6. Нули функции.  $y = 0$  при  $x$



# Взаимно обратные функции



**Определение:** Если **каждое** своё значение функция принимает при **одном** значении **x**, то она обратима.

О.О.Ф.  $D(f)$   $\longrightarrow$  М.З.Ф.  $E(f)$

М.З.Ф.  $E(f)$   $\longrightarrow$  О.О.Ф.  $D(f)$

**Алгоритм.**

- 1) Вырази  $x$  через  $y$ .
- 2) Запиши вместо  $x$ - $y$ , а вместо  $y$ - $x$ .

1. **Монотонная функция-обратима!**
2. **Графики симметричны относительно прямой  $y=x$ .**

# Равносильность

1) Одно и тоже множество корней или (решений для неравенств).

2) Преобразования:

- 1) перенос слагаемых;
- 2)  $\times$  или  $:$  на одно и тоже число  
нравное нулю.

3) Следствие – нет потери корней! (при переходе к другому уравнению или неравенству).

4) Посторонние корни:

- 1) при умножении на выражение,  
содержащее неизвестное .
- 2) при возведении в степень.

5) ПОТЕРЯ КОРНЕЙ (опасно!!!) при делении на выражение  
содержащее неизвестное.

# Иррациональные уравнения и неравенства

$$\sqrt{x+1}=x-1$$
$$\sqrt[4]{x+15}=x+1$$



НЕИЗВЕСТНОЕ  
ПОД ЗНАКОМ  
КОРНЯ!



$$\sqrt{5-x}<4$$
$$\sqrt{2x^2+5x-3}\leq 0$$
$$\sqrt{x+3}>x+1$$

## АЛГОРИТМ

- 1) Возведи обе части в N степень.
- 2) Реши полученное уравнение.
- 3) Проверь корни (могут появиться посторонние).
- 4) Запиши ответ.

Аналитический способ.

- 1) Можно графически!
- 2) Или по алгоритму, но 1п. О.О.Ф.

- 1) Область определения (О.Д.З.)
- 2) Следи за знаком правой части!!! (Если она положительна, то возводим в N степень и решаем полученное неравенство).

Если-отрицательна, то учитываем:

+ > - верно при любом x из О.О.н.  
+ < - нет решений.

- 3) Покажите ответ с помощью рисунка!
- 4) Запишите ОТВЕТ.



# Обобщение решения иррациональных неравенств

1) Неравенства вида

$\sqrt{f(x)} < g(x)$  равносильно  
системе:

$$\begin{cases} g(x) > 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) < g^2(x). \end{cases}$$

$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$ :

$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

Неравенства вида  $\sqrt{f(x)} > g(x)$   
заменяется решением двух  
систем (совокупностью двух  
систем):

$$\begin{cases} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) > g^2(x) \end{cases} \end{cases}$$