

Правила дифференцирования

МАОУ СОШ № 13 города
Тюмени



Правила дифференцирования функций

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

Правило 1. Если функции U и V дифференцируемы в т.х, то их сумма (разность) дифференцируема в этой точке

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

Пример. $(x^2 + x + 5)' = (x^2)' + (x)' + 5' =$

Правило 2. Если функции U и V дифференцируемы в т.х, то их произведение дифференцируемо в этой точке

$$(UV)' = U'V + UV'$$

Пример. $(x^2(2x - 7))' = (x^2)'(2x - 7) + x^2(2x - 7)' =$

Правило 3. Если функции U и V дифференцируемы в т.х и функция V не равна 0 в этой точке, то частное $\frac{U}{V}$ дифференцируемо в x

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Пример. $\left(\frac{1+9x}{x+1}\right)' = \frac{(1+9x)'(x+1) - (1+9x)(x+1)'}{(x+1)^2} =$

Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$

$$(kx)' = k$$

$$(x^r)' = rx^{r-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Правила дифференцирования

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$



29.11.2013



<http://aida.ucoz.ru>

1. Применение формул и правил дифференцирования.

1. Продифференцировать функцию: $y = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 3$

$$y' = (2x^3 - 4x^2 + 5x - 3)' = (2x^3)' - (4x^2)' + (5x)' - 3' =$$

$$= 2 \cdot (x^3)' - 4 \cdot (x^2)' + 5 \cdot x' - 0 = 2 \cdot 3x^2 - 4 \cdot 2x + 5 \cdot 1 =$$

$$= 6x^2 - 8x + 5$$

Примеры использования формул дифференцирования и правил дифференцирования.

Дифференцирование суммы.

$$\begin{aligned}(6x^4 + 4x^2 + 3x + \sqrt{2})' &= \\ &= (6x^4)' + (4x^2)' + (3x)' + (\sqrt{2})' = \\ 6 \cdot 4x^3 + 4 \cdot 2x + 3 + 0 &= 24x^3 + 8x + 3\end{aligned}$$



29.11.2013



MyShared

<http://aida.ucoz.ru>

Примеры использования формул дифференцирования
и правил дифференцирования.

Дифференцирование суммы.

$$\begin{aligned} (tgx + ctgx)' &= (tgx)' + (ctgx)' = \\ &= \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\cos x \cdot \sin x)^2} = \\ &= \frac{-\cos 2x}{\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cos x \cdot \sin x\right)^2} = \frac{-\cos 2x}{\left(\frac{1}{2} \cdot \sin 2x\right)^2} = \\ &= \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{4} \cdot \sin^2 2x} = \frac{-4 \cos 2x}{\sin^2 2x} = \frac{-4 ctg 2x}{\sin 2x} = \end{aligned}$$



29.11.2013

 MyShared

<http://aida.ucoz.ru>

Примеры использования формул дифференцирования и первого правила дифференцирования.

Коэффициент при дифференцировании не изменяется.

$$(4x)' = 4$$

$$\left(\frac{2}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2}$$

$$(4\sqrt{x})' = \frac{4}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$(2x^5)' = 2 \cdot 5x^4 = 10x^4$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x^4}\right)' &= (2x^{-4})' = \\ &= 2 \cdot (-4) \cdot x^{-5} = -8x^{-5} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\sin x}{2}\right)' = \left(\frac{1}{2}\sin x\right)' = \frac{1}{2}\cos x$$

$$(\sqrt{3}\operatorname{tg}x)' = \sqrt{3} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\pi \cdot \operatorname{ctg}x)' = \pi \frac{-1}{\sin x}$$

Посмотри на коэффициенты

Вычисли производную произведения

$$1) y(x) = (7x^3 + 4)(8 - 5x^2 - x)$$

$$2) y(x) = (3x - 7)\cos x$$

$$3) y(x) = \sqrt{x} (x^4 - 2)$$

Примеры использования формул дифференцирования и правил дифференцирования.

Дифференцирование частного.

$$\begin{aligned}\left(\frac{3x+2}{4-x}\right)' &= \frac{(3x+2)' \cdot (4-x) - (3x+2) \cdot (4-x)'}{(4-x)^2} = \\ &= \frac{3 \cdot (4-x) - (3x+2) \cdot (-1)}{(4-x)^2} = \\ &= \frac{12 - 3x + 3x + 2}{(4-x)^2} = \\ &= \frac{14}{(4-x)^2}\end{aligned}$$



29.11.2013



MyShared

<http://aida.ucoz.ru>

Примеры использования формул дифференцирования и правил дифференцирования.

Дифференцирование частного.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sin x} \right)' &= \frac{(2\sqrt{x})' \cdot (\sin x) - (2\sqrt{x}) \cdot (\sin x)'}{(\sin x)^2} = \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} \cdot (\sin x) - (2\sqrt{x}) \cdot (\cos x)}{(\sin x)^2} = \frac{\frac{\sin x}{\sqrt{x}} - (2\sqrt{x}) \cdot (\cos x)}{(\sin x)^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\sin x - 2x \cos x}{\sqrt{x} (\sin x)^2} = \frac{\sin x - 2x \cos x}{\sqrt{x} \sin^2 x}$$



Вычисли производные функций

$$1) f(x) = x^2 \cdot \cos x$$

$$2) f(x) = (x - 1)^5 \cdot (2 - x)^7$$

$$3) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$4) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x}$$

Найдите производную

функции:

$$(4x + 2x^4)'$$

$$(\sin x + x^2)'$$

$$(\cos x - \sqrt{x})'$$

$$(6 \sin x)'$$

$$(x^2 \cdot \sin x)'$$

$$\left(\frac{2x + 5}{3x^3}\right)'$$