



Квадратные уравнения

(методы решения)



Квадратные уравнения



Что я знаю по этой теме	
Что я хочу узнать по этой теме	
Что я узнал на уроке	

Методы решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0,$$



$$(a \neq 0)$$

I. Алфавит квадратного уравнения

Неполные квадратные уравнения

1.	$ax^2 = 0$	$x = 0$
2.	$ax^2 + bx = 0,$ $(b \neq 0)$	$\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -\frac{b}{a} \end{array} \right.$
3.	$ax^2 + c = 0,$ $(c \neq 0)$	Если $-\frac{c}{a} < 0$, то корней нет. Если $-\frac{c}{a} > 0$, то $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

I. Албука квадратного уравнения

По формуле корней

4.	$ax^2 + bx + c = 0$ $D = b^2 - 4ac$	$D < 0$	Корней нет
		$D = 0$	$x = -\frac{b}{2a}$
		$D > 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
5.	$ax^2 + bx + c = 0$ $b = 2k$ (четное число) $D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$	$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$ $(D_1 \geq 0)$	

I. Албука квадратного уравнения

6. Теорема Виета

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

($D \geq 0$), то

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases}$$

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

($D \geq 0$), то

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$

II. Специальные методы

7. Метод выделения квадрата двучлена

Цель: Привести уравнение общего вида к неполному квадратному уравнению.

$$x^2 - 6x + 8 = 0, \quad x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 1 = 0, \quad (x - 3)^2 = 1,$$

$$\begin{cases} x - 3 = 1, \\ x - 3 = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4, \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ: 2, 4.

Замечание: метод применим для любых квадратных уравнений, но не всегда удобен в использовании.
Используется для доказательства формулы корней квадратного уравнения.

Уравнение

Способ решения

1. $20x^2 - 6x = 0$

Неполное квадратное уравнение $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

2. $3x^2 - 5x + 4 = 0$

Выделение квадрата двучлена

3. $35x^2 - 8 = 0$

Неполное квадратное уравнение $\begin{cases} x = 0, \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$

4. $7x^2 + 8x + 2 = 0$

Теорема Виета

5. $25x^2 - 10x + 1 = 0$

Неполное квадратное уравнение $x = 0$

6. $3\sqrt{3}x^2 = 0$

По формуле $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

7. $x^2 - 5x + 6 = 0$

По формуле $x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$

Пригласительный билет

I вариант

<i>№ п/п</i>	<i>Уравнение</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a+b+c</i>	<i>x₁</i>	<i>x₂</i>
1.	$x^2 - 4x + 3 = 0$						
2.	$x^2 + 5x - 6 = 0$						
3.	$2x^2 - 5x + 3 = 0$						

Пригласительный билет

I I вариант

<i>№ n/n</i>	<i>Уравнение</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a+b+c</i>	<i>x₁</i>	<i>x₂</i>
1.	$x^2 - 3x - 4 = 0$						
2.	$x^2 + 6x + 5 = 0$						
3.	$3x^2 - x - 4 = 0$						



Пригласительный билет

I вариант

№ n/n	Уравнение	a	b	c	a+b+c	x₁	x₂
1.	$x^2 - 4x + 3 = 0$	1	-4	3	1-4+3=0	1	3
2.	$x^2 + 5x - 6 = 0$	1	5	-6	1+5-6=0	1	-6
3.	$2x^2 - 5x + 3 = 0$	2	-5	3	2-5+3=0	1	$\frac{3}{2}$

Гипотеза 1

Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1 , а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$



Пригласительный билет

І І вариант

№ n/n	Уравнение	a	b	c	a+b+c	x_1	x_2
1.	$x^2 - 3x - 4 = 0$	1	-3	-4	1+3-4=0	-1	4
2.	$x^2 + 6x + 5 = 0$	1	6	5	1-6+5=0	-1	-5
3.	$3x^2 - x - 4 = 0$	3	-1	-4	3+1-4=0	-1	$\frac{4}{3}$

Гипотеза 2

Если в квадратном уравнении $a-b+c=0$, то один из корней равен -1 , а второй по теореме Виета равен $-\frac{c}{a}$

II. Специальные методы

На основании теорем

8. Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$.

9. Если в квадратном уравнении $a-b+c=0$, то один из корней равен -1, а второй по теореме Виета равен $-\frac{c}{a}$.



Самостоятельная работа

I вариант

1. $6x^2 - 26x + 20 = 0$	<i>Д</i>
2. $x^2 - 3x - 10 = 0$	<i>И</i>
3. $x^2 + 88x + 87 = 0$	<i>О</i>
4. $x^2 - 36 = 0$	<i>Ф</i>
5. $8x^2 - 30x + 22 = 0$	<i>А</i>
6. $100x^2 - 87x - 187 = 0$	<i>Н</i>
7. $x^2 + 2x - 99 = 0$	<i>Т</i>

II вариант

1. $12x^2 + 28x + 16 = 0$	<i>Ш</i>
2. $x^2 + 4x - 77 = 0$	<i>Т</i>
3. $x^2 - 7x + 10 = 0$	<i>И</i>
4. $x^2 - 6x = 0$	<i>Ф</i>
5. $6x^2 + 21x + 15 = 0$	<i>Е</i>
6. $x^2 + 33x - 34 = 0$	<i>Л</i>
7. $100x^2 + 34x - 134 = 0$	<i>Ь</i>

Диофант



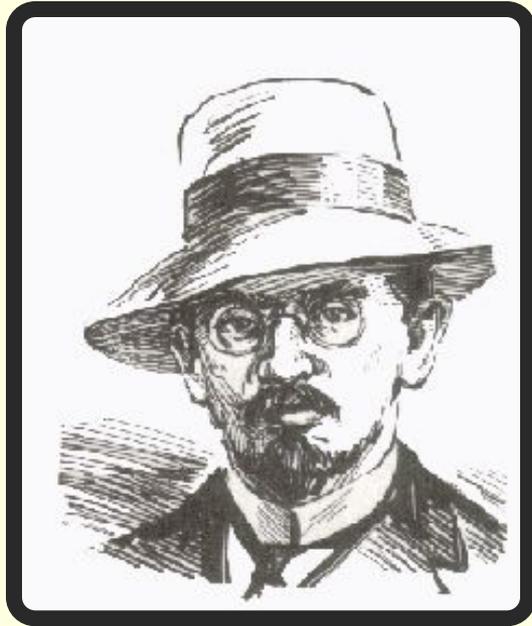
Из «Арифметики Диофанта»

Κ^τ η̄ Λ Δ^τ ιϛ̄ ισ Κ^τ ᾱ.

Καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ὄν δύναμις, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον·
ὁ δὲ ἐπίσημον ἔχον τ. Δϛ. ὁ δὲ κύβος, καὶ ἐστὶν
αὐτῆς σημεῖον καὶ ἐπίσημον ἔχον τ. κϛ. ὁ δὲ ἐκ τετραγών
ἐφέωνται πολλαπλασιασμοὶ, δυναμώδεις, καὶ ἐστὶν
αὐτῶν σημεῖον, δὲ ἐστὶν ἐπίσημον ἔχον τ. Δϛ. ὁ δὲ
ὄν ἔχον ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῆς πλεονασμῶν κύβων πολλαπλα-
σιασμοὶ, δυναμώδεις, καὶ ἐστὶν αὐτῶν σημεῖον ὁ δὲ ἐκ τετραγών
σημεῖον ἔχον τ. Δϛ. ὁ δὲ ἐκ κύβων ἐστὶν πολλα-
πλασιασμοὶ, κύβωδεις, καὶ ἐστὶν αὐτῶν σημεῖον
ὁ δὲ ἐκ ἐπίσημον ἔχον τ. κϛ.

Михаэль Штифель

(1487 – 1567)



Из «Арифметики» Штифеля

Der Ander then!
Von disen zweyen Zeichen/
+ vnd —. VII.



Dich von Zeichen reden werde/soltu mich verstehn
von disen Zeichen + vnd — / Den solliche verzeich-
nis/ Sum; oder Sum; A. oder fl. ic. Werde ich
nicht Zeichen nennen/sondern/namen/oder benen-
nung der Zahlen. Wa ich nu rede von gleichen zeichē/
soltu es verstehn von + vnd + / oder von — vnd —. Also
auch/wa ich von vngleichen Zeichen rede / so verstehē es/von +
vnd —.

Спасибо за внимание!

