Квадратные уравнения

(методы решения)

Квадратные уравнения

Что я знаю по этой теме	
Что я хочу узнать по этой теме	
Что я узнал на уроке	

Методы решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$$(a \neq 0)$$

I. Азбука квадратного уравнения

Неполные квадратные уравнения

1.	$ax^2 = 0$	$x = 0$
2.	$ax^2 + bx = 0,$ $(b \neq 0)$	$\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$
3.	$ax^2 + c = 0,$ $(c \neq 0)$	Если $-\dfrac{c}{a} < 0,$ то корней нет. Если $-\dfrac{c}{a} > 0,$ то $x = \pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$

I. Азбука квадратного уравнения

По формуле корней

4.	$ax^2 + bx + c = 0$ $D = b^2 - 4ac$	$D < 0$	Корней нет
		$D = 0$	$x = -\dfrac{b}{2a}$
		$D > 0$	$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
5.	$ax^2 + bx + c = 0$ $b = 2k$ (четное число) $D_1 = \left(\dfrac{b}{2}\right)^2 - ac$	$x_{1,2} = \dfrac{-\dfrac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$ $(D_1 \geq 0)$	

I. Азбука квадратного уравнения

6. Теорема Виета

Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ $(D \geq 0)$, то $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases}$	Если x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ $(D \geq 0)$, то $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}. \end{cases}$

II. Специальные методы

7. Метод выделения квадрата двучлена

Цель: Привести уравнение общего вида к неполному квадратному уравнению.

$x^2 - 6x + 8 = 0, \quad x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 - 1 = 0, \quad \boxed{\left(x-3\right)^2 = 1,}$

$\left[\begin{array}{l} x - 3 = 1, \\ x - 3 = -1; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 4, \\ x = 2. \end{array}\right.$

Ответ: 2, 4.

Замечание: *метод применим для любых квадратных уравнений, но не всегда удобен в использовании. Используется для доказательства формулы корней квадратного уравнения.*

Уравнение	*Способ решения*
1. $20x^2-6x=0$	Неполное квадратное уравнение $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
2. $3x^2-5x+4=0$	Выделение квадрата двучлена
3. $35x^2-8=0$	Неполное квадратное уравнение $\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=-\frac{b}{a} \end{array}\right.$
4. $7x^2+8x+2=0$	Теорема Виета
5. $25x^2-10x+1=0$	Неполное квадратное уравнение $x=0$
6. $3\sqrt{3}x^2=0$	По формуле $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$
7. $x^2-5x+6=0$	По формуле $x_{1,2}=\frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{D_1}}{a}$

Пригласительный билет

I вариант

№ п/п	*Уравнение*	*а*	*в*	*с*	*а+в+с*	x_1	x_2
1.	$x^2-4x+3=0$						
2.	$x^2+5x-6=0$						
3.	$2x^2-5x+3=0$						

Пригласительный билет

I I вариант

№ п/п	*Уравнение*	*а*	*в*	*с*	*а+в+с*	x_1	x_2
1.	$x^2-3x-4=0$						
2.	$x^2+6x+5=0$						
3.	$3x^2-x-4=0$						

Пригласительный билет

I вариант

№ п/п	*Уравнение*	*а*	*в*	*с*	*а+в+с*	x_1	x_2
1.	$x^2 - 4x + 3 = 0$	**1**	**- 4**	**3**	**1-4+3=0**	**1**	**3**
2.	$x^2 + 5x - 6 = 0$	**1**	**5**	**-6**	**1+5-6=0**	**1**	**-6**
3.	$2x^2 - 5x + 3 = 0$	**2**	**-5**	**3**	**2-5+3=0**	**1**	$\frac{3}{2}$

Гипотеза 1

Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$

Пригласительный билет

I I вариант

№ п/п	*Уравнение*	*а*	*в*	*с*	*а+в+с*	x_1	x_2
1.	$x^2 - 3x - 4 = 0$	**1**	**-3**	**-4**	**1+3-4=0**	**-1**	**4**
2.	$x^2 + 6x + 5 = 0$	**1**	**6**	**5**	**1-6+5=0**	**-1**	**-5**
3.	$3x^2 - x - 4 = 0$	**3**	**-1**	**-4**	**3+1-4=0**	**-1**	$\frac{4}{3}$

Гипотеза 2

Если в квадратном уравнении $a\text{-}b+c=0$, то один из корней равен -1, а второй по теореме Виета равен $-\frac{c}{a}$

II. Специальные методы

На основании теорем

8. Если в квадратном уравнении $a+b+c=0$, то один из корней равен 1, а второй по теореме Виета равен $\frac{c}{a}$.

9. Если в квадратном уравнении $a-b+c=0$, то один из корней равен -1, а второй по теореме Виета равен $-\frac{c}{a}$.

Самостоятельная работа

I вариант

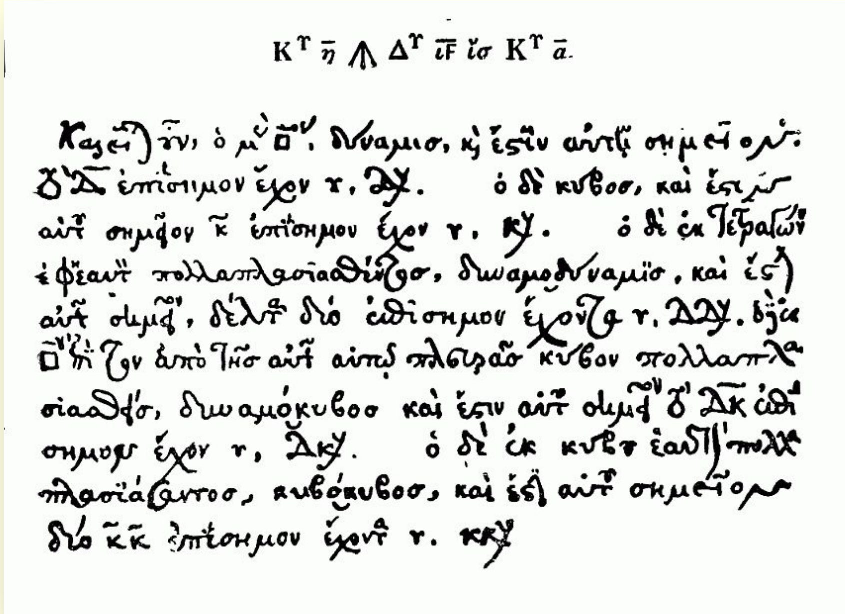
1. $6x^2-26x+20=0$	*Д*
2. $x^2-3x-10=0$	*И*
3. $x^2+88x+87=0$	*О*
4. $x^2-36=0$	*Ф*
5. $8x^2-30x+22=0$	*А*
6. $100x^2-87x-187=0$	*Н*
7. $x^2+2x-99=0$	*Т*

II вариант

1. $12x^2+28x+16=0$	*Ш*
2. $x^2+4x-77=0$	*Т*
3. $x^2-7x+10=0$	*И*
4. $x^2-6x=0$	*Ф*
5. $6x^2+21x+15=0$	*Е*
6. $x^2+33x-34=0$	*Л*
7. $100x^2+34x-134=0$	*Ь*

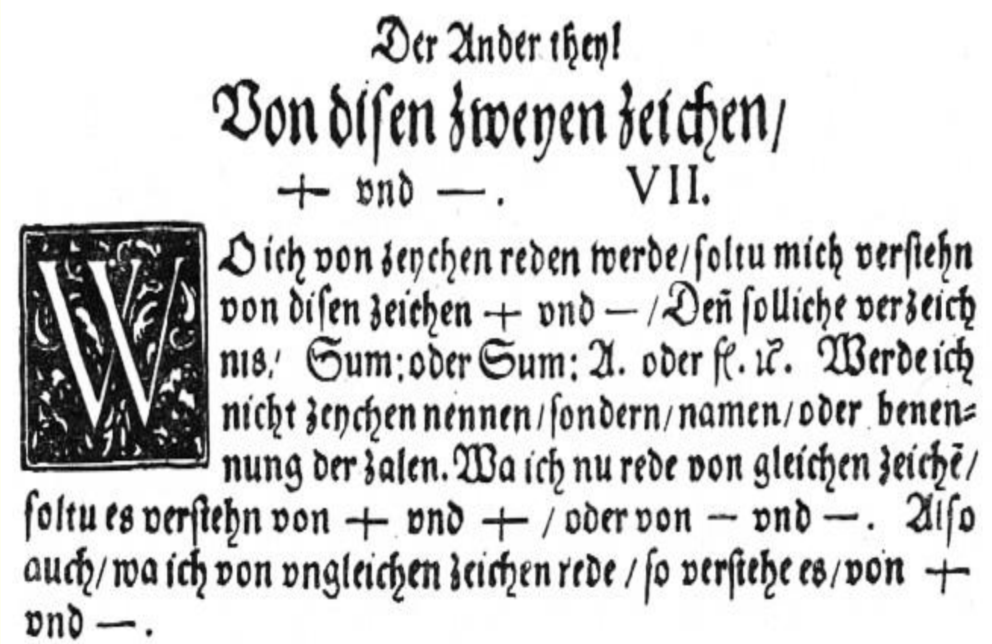
Диофант

Из «Арифметики Диофанта»



Михаэль Штифель
(1487 – 1567)

Из «Арифметики» Штифеля



Der Ander theyl

Von disen zwenen zeichen / + vnd −. VII.

Wo ich von zeychen reden werde / soltu mich verstehn von disen zeichen + vnd − / Deñ solliche verzeichnis / Sum: oder Sum: A. oder ff. 1c. Werde ich nicht zeychen nennen / sondern / namen / oder benennung der zalen. Wa ich nu rede von gleichen zeichē / soltu es verstehn von + vnd + / oder von − vnd −. Also auch / wa ich von vngleichen zeichen rede / so verstehe es / von + vnd −.

Спасибо за внимание!