

Разложение многочлена на множители способом группировки

7 класс

Вынесение общего множителя за скобки

Из каждого слагаемого, входящего в многочлен, выносится некоторый одночлен, входящий в качестве множителя во все слагаемые.

Таким общим множителем может быть не только одночлен, но и многочлен.

Алгоритм нахождения общего множителя нескольких одночленов

Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).

Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.

Произведение коэффициента, найденного на первом шаге, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.

Пример

Разложить на множители:

$$x^4y^3 - 2x^3y^2 + 5x^2.$$

Воспользуемся сформулированным алгоритмом.

- 1) Наибольший общий делитель коэффициентов -1 , -2 и 5 равен 1 .
- 1) Переменная x входит во все члены многочлена с показателями соответственно 4 , 3 , 2 ; следовательно, можно вынести за скобки x^2 .
- 2) Переменная y входит не во все члены многочлена; значит, ее нельзя вынести за скобки.

Вывод: за скобки можно вынести x^2 . Правда, в данном случае целесообразнее вынести $-x^2$. Получим:

$$-x^4y^3 - 2x^3y^2 + 5x^2 = -x^2(x^2y^3 + 2xy^2 - 5).$$

Способ группировки

Бывает, что члены многочлена не имеют общего множителя, но после заключения нескольких членов в скобки (на основе переместительного и сочетательного законов сложения) удастся выделить общий множитель, являющийся многочленом.

Алгоритм разложения многочлена на множители способом группировки:

1. Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель

2. Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки

3. Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки.

Для уяснения сути способа группировки рассмотрим следующий пример:
разложить на множители многочлен

$$xy - 6 + 3x - 2y$$

Первый способ группировки:

$$\begin{aligned} &xy-6+3x-2y= \\ &=(xy-6)+(3x-2y). \end{aligned}$$

Группировка неудачна.

Второй способ группировки

$$\begin{aligned}xy - 6 + 3x - 2y &= (xy + 3x) + (-6 - 2y) = \\ &= x(y + 3) - 2(y + 3) = \\ &= (y + 3)(x - 2).\end{aligned}$$

Третий способ группировки:

$$\begin{aligned}xy - 6 + 3y - 2y &= (xy - 2y) + (-6 + 3x) = \\ &= y(x - 2) + 3(x - 2) = \\ &= (x - 2)(y + 3).\end{aligned}$$

$$xy-6+3y-2y=(x-2)(y+3).$$

Как видите, не всегда с первого раза группировка оказывается удачной. Если группировка оказалась неудачной, откажитесь от нее, ищите иной способ. По мере приобретения опыта вы будете быстро находить удачную группировку.

Повторим!!!

*Три пути ведут к знанию:
путь размышления – это путь
самый благородный, путь
подражания – это путь самый
легкий и путь опыта – это
путь самый горький.*

Конфуций

Определение

Разложение многочлена
на множители - это

**представление
многочлена в виде
произведения двух
или нескольких
многочленов**

Завершите утверждение.

Представление многочлена в виде произведения одночлена и многочлена называется

2. Завершить утверждение.

Представление многочлена в виде произведения одночлена и многочлена называется вынесением общего множителя за скобки.

3. Восстановите порядок выполнения действий при разложении многочлена на множители способом группировки.

Чтобы разложить многочлен на множители способом группировки, нужно

1

вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки

2

сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель

3

вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки

3. Восстановите порядок выполнения действий при разложении многочлена на множители способом группировки.

Чтобы разложить многочлен на множители способом группировки, нужно

1

вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки

2

сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель

3

вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки

Проверочная работа

Задание. Провести классификацию данных многочленов по способу разложения на множители:

- 1) вынесение общего множителя за скобки;
- 2) не раскладывается на множители;
- 3) способ группировки.

$$20x^3y^3 + 4x^2y$$

$$4a^2 - 5a + 9$$

$$2bx - 3ay - 6by + ax$$

$$9x^2 + y^4$$

$$a^2 + ab - 5a - 5b$$

$$b(a + 5) - c(a + 5)$$

$$15a^3b + 3a^2b^3$$

$$9x^2 + 5x + 4$$

$$2an - 5bm - 10bn + am$$

$$4a^2 + 25b^2$$

$$3a^2 + 3ab - 7a - 7b$$

$$2y(x - 5) + x(x - 5)$$

Результат работы

1

$$20x^3y^3 + 4x^2y$$

$$b(a + 5) - c(a + 5)$$

$$15a^3b + 3a^2b^3$$

$$2y(x - 5) + x(x - 5)$$

2

$$4a^2 - 5a + 9$$

$$9x^2 + y^4$$

$$9x^2 + 5x + 4$$

$$4a^2 + 25b^2$$

3

$$2bx - 3ay - 6by + ax$$

$$a^2 + ab - 5a - 5b$$

$$2an - 5bm - 10bn + am$$

$$3a^2 + 3ab - 7a - 7b$$

Спасибо за урок!