

Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение
лицей №35 г. Ставрополя

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА

Автор
Улитина Людмила Владимировна
учитель математики

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА

« Три пути ведут к знанию:
путь размышления – это
путь самый благородный,
путь подражания – это
путь самый легкий и путь
опыта – это путь самый
горький» (Конфуций)

Цели:

- 1. Сформировать: знание определения логарифм
 - знание основного логарифмического тождества
 - знания основных свойств логарифмов:
логарифм произведения; логарифм частного; логарифм степени
- 2. Формировать умения применять определение логарифма и основные свойства логарифмов при тождественных преобразованиях логарифмических выражений;
- 3. Способствовать развитию внимания, умению анализировать, сравнивать и делать выводы;
- 4. Продолжить формирование у учащихся навыков само и взаимоконтроля, вызывать у них потребность к обоснованию своих высказываний.

Методы и организационные формы:

1. Индивидуальная работа;
2. Работа в парах;
3. Работа в малых группах.

Ресурсы:

1. Учебник «Алгебра и начала математического анализа»;
2. Компьютер и проектор.

Определение логарифма

- Логарифмом числа $v > 0$ по основанию $a > 0$ и $a \neq 1$ называется показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число v .
- $\log_a v$ - логарифм с произвольным основанием.

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

Свойства логарифмов

- Логарифм произведения положительных чисел равен **сумме логарифмов сомножителей**:

$$\log_a (x_1 * x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$

Свойства логарифмов

- Логарифм частного положительных чисел равен **разности логарифмов делимого и делителя**:

$$\log_a \frac{x_1}{x_2} = \log_a x_1 - \log_a x_2$$

Свойства логарифмов

- Логарифм степени положительного основания равен **произведению показателя степени на логарифм основания степени:**

$$\log_a x^n = n * \log_a x$$

Свойства монотонности логарифмов

- Если $a > 1$ и $x_1 < x_2$,

$$\text{то } \log_a x_1 < \log_a x_2$$

Свойства монотонности логарифмов

- Если $0 < a < 1$ и $x_1 < x_2$,
то $\log_a x_1 > \log_a x_2$

Формула перехода от логарифмов по одному основанию к логарифмам по другому основанию

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$$

Формула перехода от логарифмов по одному основанию к логарифмам по другому основанию

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\log_{10} v = \lg v$$

Десятичные логарифмы

чисел, выраженных единицей с
последующими нулями:

$$\lg 10 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$\lg 100 = 2$$

$$10^2 = 100$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$10^3 = 1000$$

$$\lg 10000 = 4$$

$$10^4 = 10000$$

Десятичные логарифмы

чисел, выраженных единицей с
предшествующими нулями

$$\lg 0,1 = -1$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$\lg 0,01 = -2$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$\lg 0,001 = -3$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$\lg 0,0001 = -4$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

Таблица десятичных логарифмов

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| в | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Lg в | 0,30 | 0,48 | 0,60 | 0,70 | 0,78 | 0,85 | 0,90 | 0,95 |

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма $e \approx 2,7$, то логарифм называется натуральным:

$$\log_e v = \log_{2,7} v = \ln v$$

Натуральные логарифмы

$$\ln 2,7 = 1$$

$$2,7^1 = 2,7$$

$$\ln 7,29 = 2$$

$$2,7^2 = 7,29$$

$$\ln 19,683 = 3$$

$$2,7^3 = 19,683$$

$$\ln 53,1441 = 4$$

$$2,7^4 = 53,1441$$

Таблица натуральных логарифмов

| | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| В | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 |
| Ln В | 0,69 | 1,10 | 1,39 | 1,61 | 1,79 | 1,95 | 2,08 | 2,20 | 2,30 | 4,61 |

Логарифмирование алгебраических выражений

- Если число x представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.
(на основании свойств логарифмов)

Прологарифмировать алгебраическое выражение:

- Пример:
$$x = \frac{a * e^3}{c^2}$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a * e^3}{c^2}\right)$$

$$\lg x = \lg(a * e^3) - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + \lg e^3 - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + 3 \lg e - 2 \lg c$$

Потенцирование логарифмических выражений

- Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется потенцированием, то есть, произвести действие, обратное логарифмированию

Перейти к алгебраическому выражению

$$\lg x = \lg a + 2 \lg b - \lg c$$

$$\lg x = \lg a + \lg b^2 - \lg c$$

$$\lg x = \lg(a b^{*2}) - \lg c$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a^{*2}}{c}\right)$$

$$x = \frac{a^{*2}}{c}$$

Проверочная работа

| | ВАРИАНТ 1 | | ВАРИАНТ 2 |
|----|-------------------|----|-------------------|
| | <i>Вычислите:</i> | | <i>Вычислите:</i> |
| 1. | $\log_2 1/16$ | 1. | $\log_3 1/27$ |
| 2. | $\log_8 2$ | 2. | $\log_{16} 2$ |
| 3. | $\log_5 125$ | 3. | $\log_4 64$ |
| 4. | $\log_3 0,09$ | 4. | $\log_2 0,008$ |
| 5. | $\log_{0,5} 4$ | 5. | $\log_{0,25} 5$ |

Самостоятельная работа

| ВАРИАНТ 1 | | ВАРИАНТ 2 | |
|--------------------------|--------|-------------------------|--------|
| Найдите число x | ответы | Найдите число x | ответы |
| $\log_2 x = 2$ | | $\log_3 x = 2$ | |
| $\log_2 x = 3$ | | $\log_3 x = 2$ | |
| $\log_2 x = -2$ | | $\log_3 x = -3$ | |
| $\log_2 x = 1/2$ | | $\log_3 x = 1/3$ | |
| $\log_2 x = -1/2$ | | $\log_3 x = -1/3$ | |
| $\log_x 81 = 4$ | | $\log_x 1/4 = -2$ | |
| $\log_x 1/16 = 2$ | | $\log_x 27 = 3$ | |
| Упростите выражение | | Упростите выражение | |
| $1,7^{\log_{1,7} 2} =$ | | $2^{\log_2 5} =$ | |
| $\pi^{\log_{\pi} 5,2} =$ | | $3,8^{\log_{3,8} 11} =$ | |

Работа в малых группах

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

$$\log_a b = x, a^x = b$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_2 4$$

$$\log_5 5^3$$

$$13^{\log_{13} 16}$$

$$\log_3 27$$

$$\log_6 6$$

$$\log_7 7^3$$

$$\log_9 1$$

$$\log_3 1$$

$$\log_{15} 15^4$$

$$16^{\log_{16} 5}$$

| | | |
|----------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------|
| $a > 0, b > 0$ $a \neq 1$ | 1. $\log_a 1 = 0$ | Логарифм единицы |
| | 2. $\log_a a = 1$ | |
| | 3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ | Логарифм произведения |
| | 4. $\log_a x/y = \log_a x - \log_a y$ | Логарифм частного |
| | 5. $\log_a x^p = p \log_a x$ | Логарифм степени |
| | 6. $\log_a 1/b = -\log_a b$ | Логарифм обратной величины |
| $x \neq 0, a > 0, b > 0,$ $a \neq 0, b \neq 1.$ | 7. $\log_{a^x} b = 1/x \log_a b$ | Избавление от степени в основании логарифма |
| | 8. $\log_a b = 1/\log_b a$ | Замена «аргумент — основание» |

СЛЕДСТВИЯ

| | | |
|------------------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| | $a^{\log_p b} = b^{\log_p a}$ | |
| | $\log_{p^n} a^m = m/n \log_p a$ | |
| $a > 0, x > 0, a \neq 1, b > 0,$ $b \neq 1$ | $\log_a x = \log_b x / \log_b a$ | Формула перехода к новому основанию |

Домашнее задание

- 1. п. 14, 16 выучить свойства № 16.2; 16.4; 16.7(в, г), 16.10(а, г)
- 2. Доказать основные свойства логарифмов.
(По желанию)