

Методы решения логарифмических неравенств.

Их недостатки и преимущества

10 класс.

МБОУ «Лицей №2 г. Протвино
Учитель математики Ларионова Г. А.

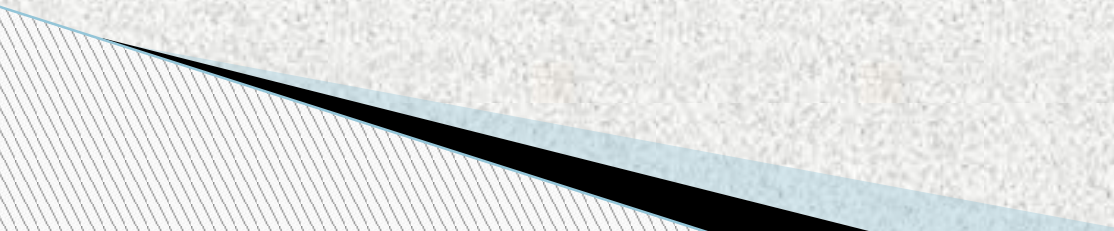
Цель

- Рассмотреть разные способы решения логарифмических неравенств с основанием, содержащим переменную.
- Помочь научиться выбирать наиболее «экономичный» способ решения.

**Предложите способ решения
этого неравенства и кратко
опишите его.**

$$\log_{a(x)} f(x) - \log_{a(x)} g(x) \geq 0$$

Способы решения логарифмических неравенств с основанием, содержащим переменную.

- Традиционный способ.
 - Обобщенный метод интервалов.
 - Метод рационализации неравенств
- 

Традиционный способ.

$$\log_{a(x)} f(x) > \log_{a(x)} g(x)$$

где $a(x)$; $f(x)$; $g(x)$ - некоторые функции.

При решении необходимо рассмотреть два случая:

1. Основание логарифма $0 < a(x) < 1$, функция - монотонно убывающая, поэтому при переходе к аргументам знак неравенства меняется на противоположный $f(x) < g(x)$
2. Основание логарифма $a(x) > 1$, функция - монотонно возрастающая, поэтому при переходе к аргументам знак неравенства остается без изменения $f(x) > g(x)$

Метод рационализации

$$\log_{a(x)} f(x) > \log_{a(x)} g(x)$$

сводится к решению системы неравенств, в которую

входит ОДЗ логарифмических функций: $a(x) > 0$;

$a(x) \neq 1$, а также $f(x) > 0$; $g(x) > 0$ и $(a(x) - 1)(f(x) - g(x)) \geq 0$.

это неравенство и является сутью данного метода, оно в себе содержит сразу два случая, которые рассматриваются при традиционном методе:

Обобщенный метод интервалов.

- Перейти к логарифмам по числовому основанию и привести к общему знаменателю.

$$\frac{\log_c f(x) - \log_c g(x)}{\log_c a(x)} \geq 0$$

- Найти ОДЗ неравенства, нули числителя и знаменателя.
- Отметить на числовой прямой **ОДЗ** и нули.
- На полученных промежутках определить знаки полученной дроби, выбирая из каждого промежутка пробную точку.

Найдите ошибки в решении

$$\log_{x^2}(x-1)^2 \leq 1$$

$$\log_{x^2}(x-1)^2 \leq \log_{x^2}x^2$$

$$\begin{cases} x^2 \neq 1 \\ x^2 > 0 \\ (x-1)^2 \leq x^2 \\ (x-1)^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \neq 0 \\ x^2 - 2x + 1 - x^2 \leq 0 \end{cases}$$

Ответ: $[0,5; 1) \cup (1; +\infty)$

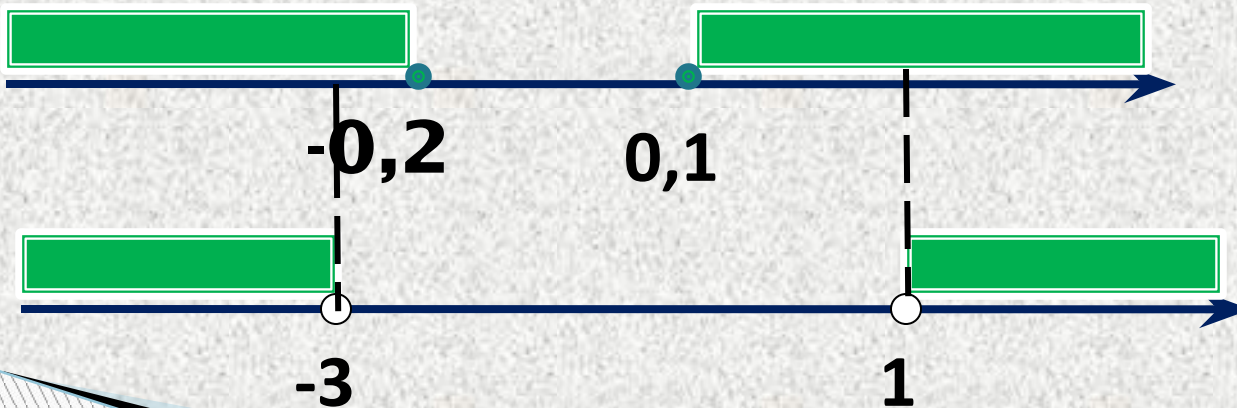
$$\begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \neq 0 \\ x \geq 0,5 \end{cases}$$

Найдите ошибки в решении

$$\log_{10x}(10x + 3) \log_x(3x + 10) \geq 0$$

$$\begin{cases} \log_{10x}(10x + 3) \geq 0 \\ \log_x(3x + 10) \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (10x - 1)(10x + 2) \geq 0 \\ (x - 1)(3x + 9) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 0,1)(x + 0,2) \geq 0 \\ (x - 1)(x + 3) \geq 0 \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

Найдите ошибки в решении

$$\log_{x^2}(x+2) \leq 1$$

$$\log_{x^2}(x+2) - \log_{x^2} x^2 \leq 0$$

$$(x^2-1)(x+2-x^2) \leq 0.$$

$$x+2-x^2=0, \quad D=1+8=9,$$

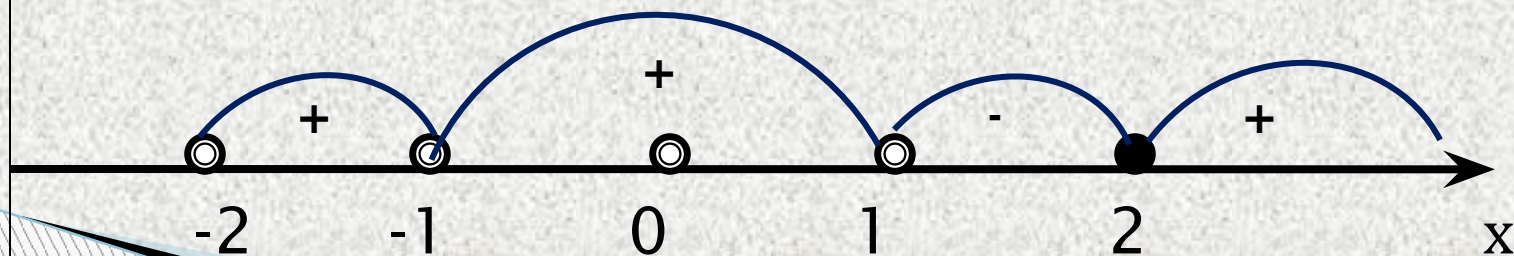
$$x=2, \quad x=-1$$

$$(x-1)(x+1)(x+1)(x-2) \leq 0$$

$$(x-1)(x+1)^2(x-2) \leq 0, \quad \text{ОДЗ:}$$

$$x=1, \quad x=-1, \quad x=2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > -2; \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{array} \right.$$



Ответ: $[1; 2]$

Найдите ошибки в решении

$$\log_{x^2}(x+2) \leq 1$$
$$\frac{\lg(x+2)}{\lg x^2} - 1 \leq 0$$
$$\frac{\lg(x+2) - \lg x^2}{\lg x^2} \leq 0$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Нули числителя и знаменателя:

$$x+2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

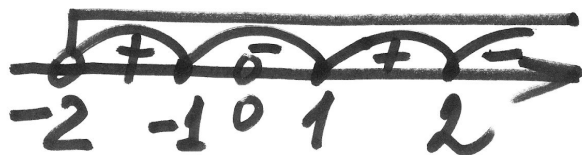
$$x = 2$$

$$x = -1$$

наимень:

$$x^2 = 1$$

$$x = 1; x = -1$$



$$x = 3$$
$$\frac{\lg 5 - \lg 9}{\lg 9} < 0$$
$$x = 1,5$$
$$\frac{\lg 3,5 - \lg 2,25}{\lg 2,25} > 0$$

$$x = 0,5$$
$$\frac{\lg 2,5 - \lg 6,25}{\lg 6,25} < 0$$

$$x = -1,5$$
$$\frac{\lg 0,5 - \lg 2,25}{\lg 2,25} > 0$$

Ответ: $[-1; 0) \cup (0; 1] \cup [2; +\infty)$

Решите неравенства.

1. $(3x + 7) \log_{2x+5}(x^2 + 4x + 5) \leq 0$

Ответ: $[-7/3; -2)$

2. $\log_{2x}(x + 4) \log_x(2 - x) \leq 0$

Ответ: $(0,5; 1) \cup (1; 2)$

Для каждого из неравенств выберите удобный способ решения

$$\frac{\log_x(10x + 3) \log_x(3x + 10)}{\log_{2x}(10x) \log_{2x}(4x + 1)} \geq 0$$

$$\frac{\log_{2x-1}(x^2 - 2x)}{\log_{2x-1}(x^2 + 6x + 10)} \leq 0$$

$$\log_{\frac{x^2 - 18x + 91}{90}} \left(5x - \frac{3}{10} \right) \leq 0.$$

Домашнее задание.

$$\text{Log}_{(10-x)^2} (3,2x-x^2) < 1$$

$$\text{Log}_{\frac{3x-1}{x+2}} (2x^2+x-1) \geq \text{Log}_{\frac{3x-1}{x+2}} (11x-6-3x^2)$$

***Спасибо за
внимание !***