

Презентация по математике на тему: “Производная функция”

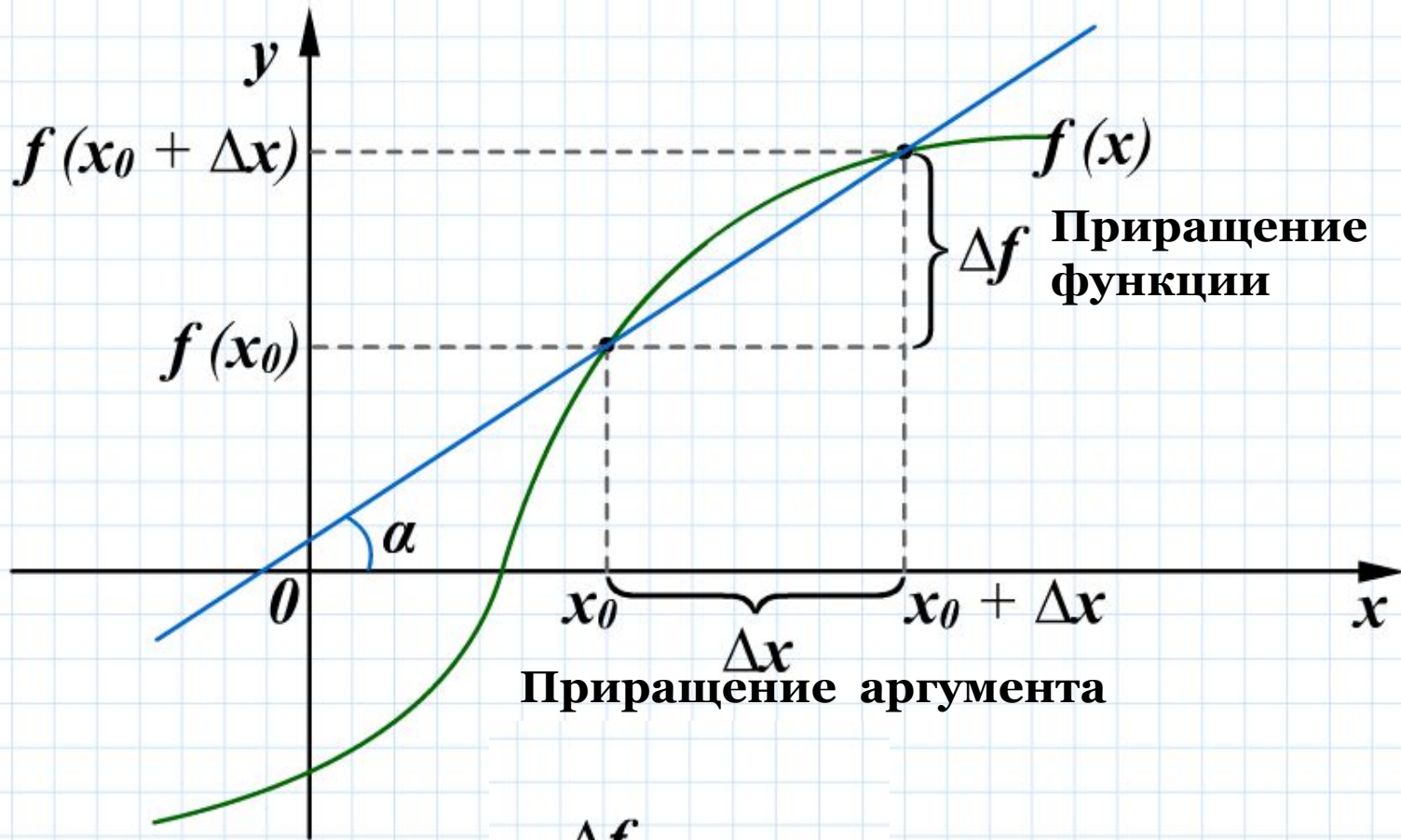
Производная функции

Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение приращения функции в этой точке к приращению аргумента при последнем, стремящемся к нулю.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \rightarrow f'(x_0), \text{ при } \Delta x \rightarrow 0$$

Если функция в точке x_0 имеет производную, говорят, что она **дифференцируема** в этой точке.

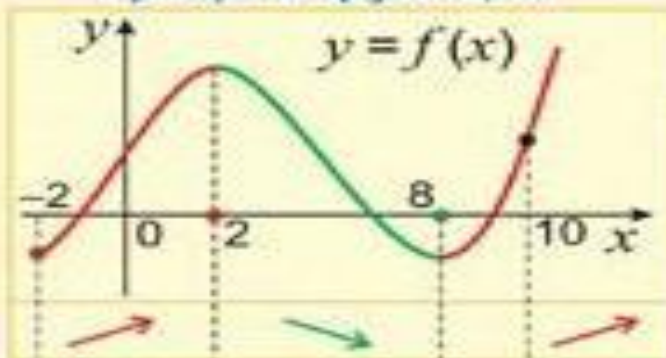
Функция $f'(x)$ определенная во всех точках, в которых функция $f(x)$ дифференцируема, называется **производной** функции $f(x)$.



$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$$

ГРАФИК ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ

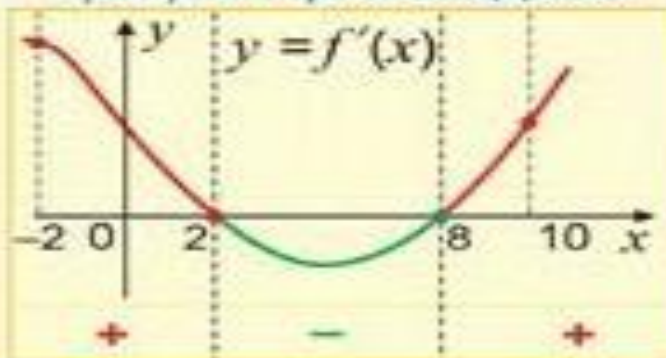
График функции



$[-2; 2]$ – промежуток возрастания функции

$[2; 8]$ – промежуток убывания функции

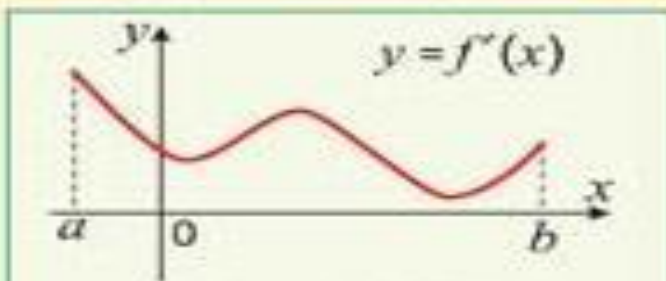
График производной



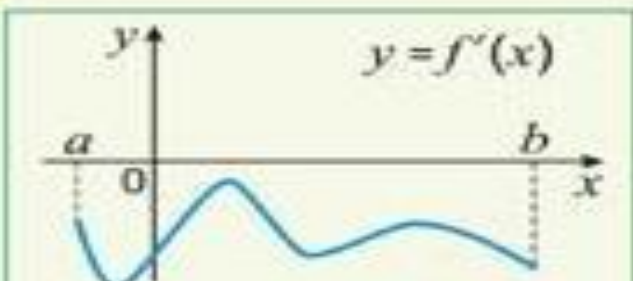
$[8; 10]$ – промежуток возрастания функции

$x = 2$ – точка максимума

$x = 8$ – точка минимума

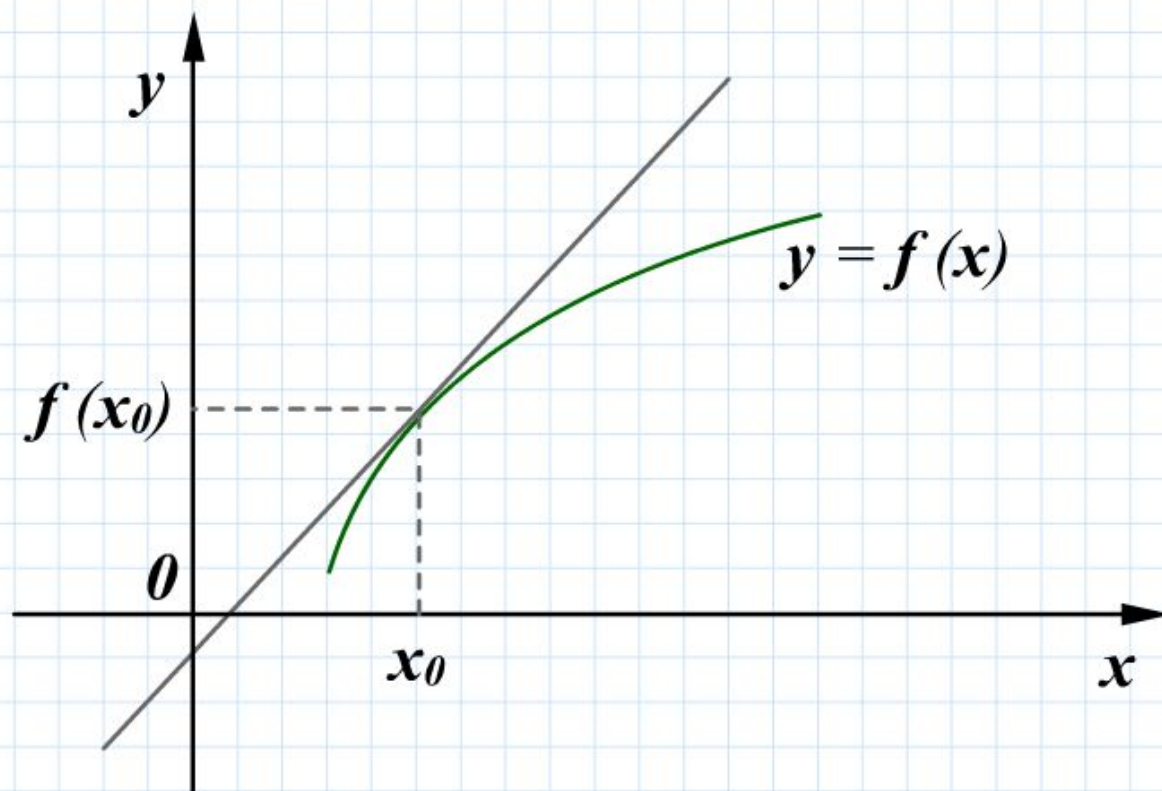


$f'(x) > 0$ на $[a; b]$
 $f(x)$ возрастает на $[a; b]$

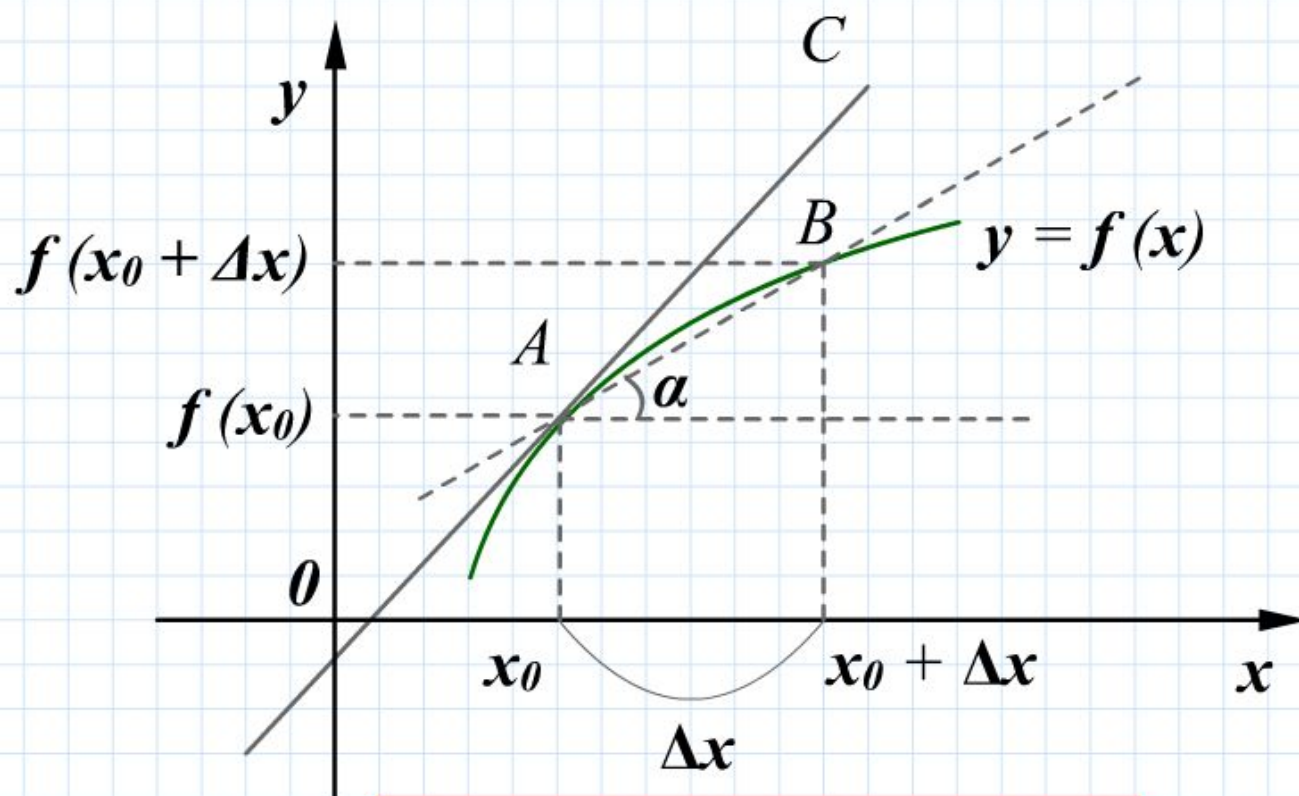


$f'(x) < 0$ на $[a; b]$
 $f(x)$ убывает на $[a; b]$

Касательной к графику функции $f(x)$, дифференцируемой в точке x_0 , называется прямая, проходящая через точку $(x_0, f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $f'(x_0)$.



$f'(x_0)$ – угловой коэффициент



$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha$$

α – угол наклона AB

$\operatorname{tg} \alpha$ – угловой коэффициент AB

Геометрический смысл производной

$f'(x_0)$ – угловой коэффициент
касательной к $f(x)$ в x_0

Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0 ,
то в этой точке к графику можно провести касательную,
причем уравнение касательной имеет вид:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Следует отметить, что верно и обратное:
если в точке $x = a$ к графику $y = f(x)$ можно
провести невертикальную касательную,
то $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 .

Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$

– производная постоянной

$$(kx + b)' = k$$

– производная линейной функции

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

– производная степенной функции

$$(e^x)' = e^x$$

– производная экспоненты

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

– производная показательной функции

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

– производная натурального логарифма

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

– производная логарифмической функции

Формулы дифференцирования тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

Правила дифференцирования

U и V дифференцируемы в точке x_0

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + V' \cdot U$$

$$(C \cdot U)' = C \cdot U', \text{ где } C - \text{const}$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$$

Производная сложной функции:

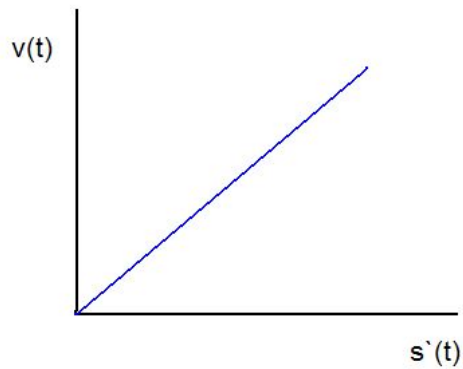
$$h(x) = g(f(x))$$

Если $\exists f'(x_0)$ и $\exists g'(y_0)$, где $y_0 = f(x_0)$

$$\Rightarrow h'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$$

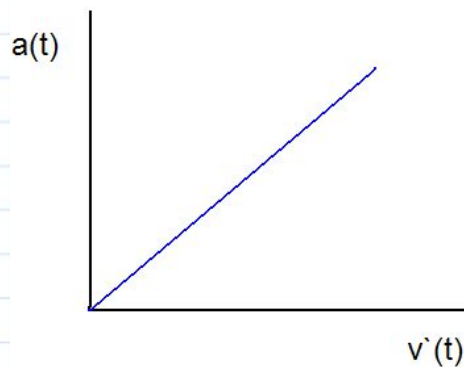
Механический смысл производной

*Производная функции $y = f(x)$
в точке x_0 выражает скорость
изменения функции в этой точке,
т. е. скорость процесса,
описываемого зависимостью $f(x)$*



Так, если $s = s(t)$ — закон прямолинейного движения, то $s'(t)$ — скорость движения в момент времени t

$$v(t) = s'(t)$$



Тогда $s''(t) = v'(t)$ — скорость изменения скорости этого движения, т. е. ускорение:

$$a(t) = v'(t)$$

Задача 1:

• Тело движется по закону:

$$y = 5 + 5t + 7t^2$$

• Чему равна скорость тела через 5 секунд?

Задача 2:

Автомобиль, стартуя с места и двигаясь с постоянным ускорением, через 12 секунд достигает скорости 100 км/ч. Какое расстояние в метрах он пройдет за это время, если скорость и пройденный путь при равноускоренном движении с ускорением a определяется по

формулам: $v(t) = v_0 + at$; $s(t) = v_0t + \frac{at^2}{2}$

•Конец.

The end.