
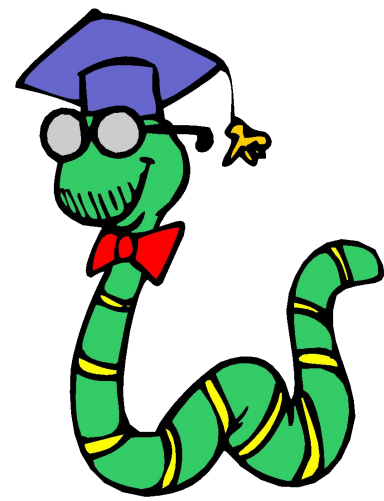


# Волшебная математика



- 
- **Стоит только показать, что какая-либо вещь невозможна, как найдется математик, который ее сделает. (У. У. Сойер)**

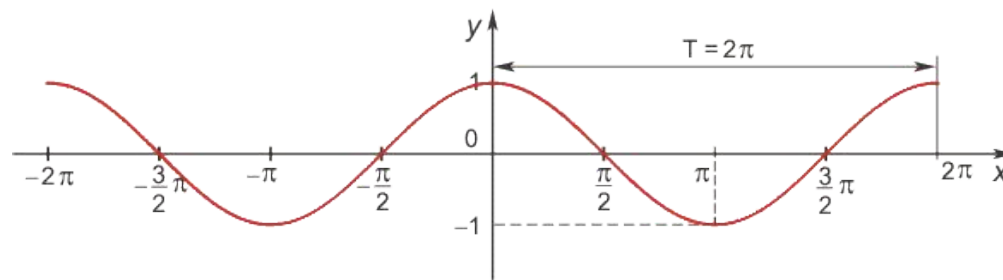
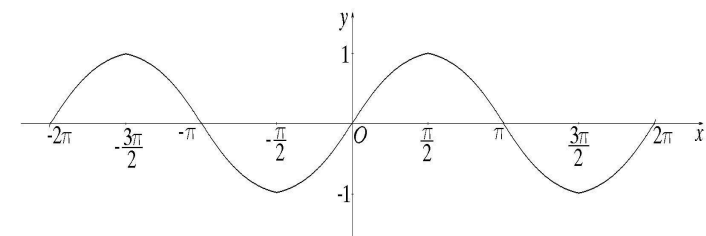
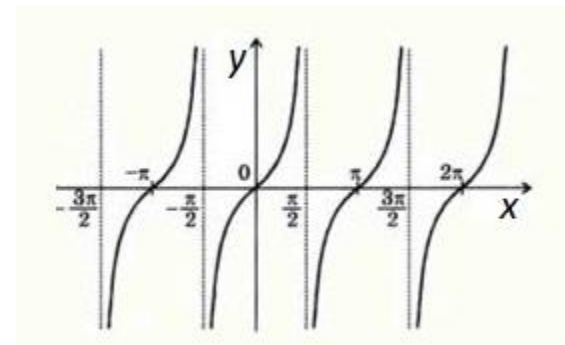
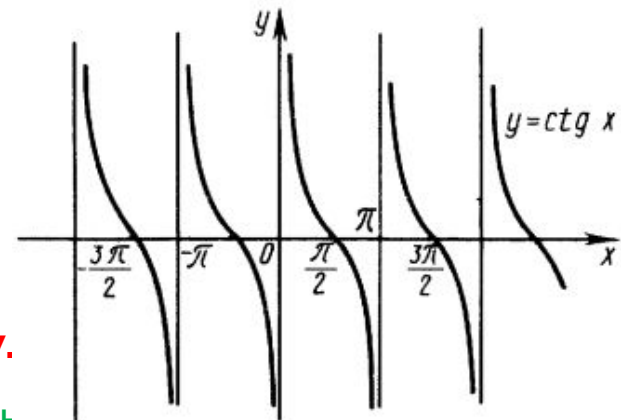
*Дани!*



# Решение тригонометрических уравнений

# Повторение:

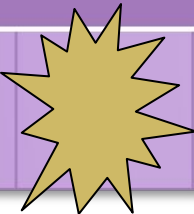
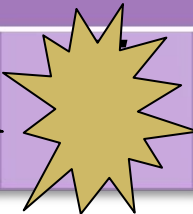
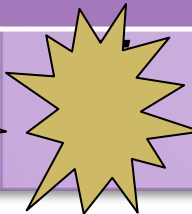
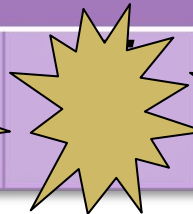
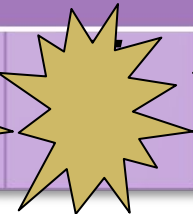
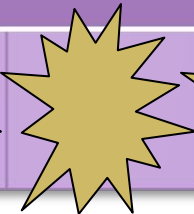
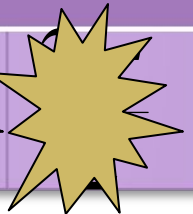
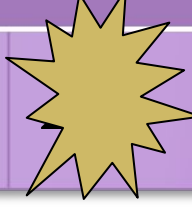
- **Дайте определение синусу и косинусу.**
- **Дайте определение тангенсу и котангенсу.**
- **Период синуса и косинуса.**
- **Период тангенса и котангенса.**

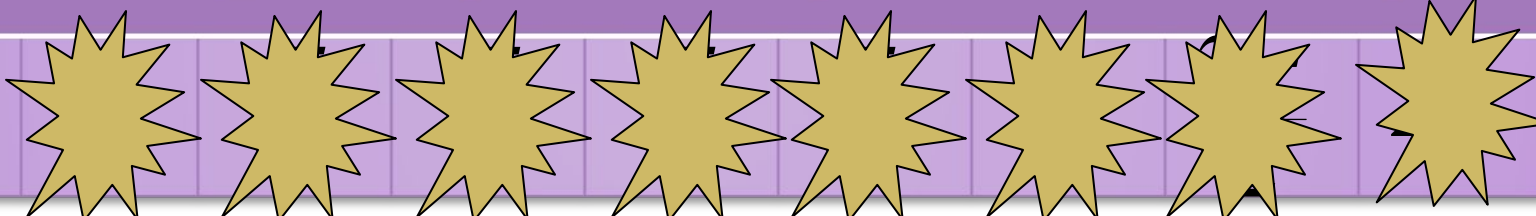




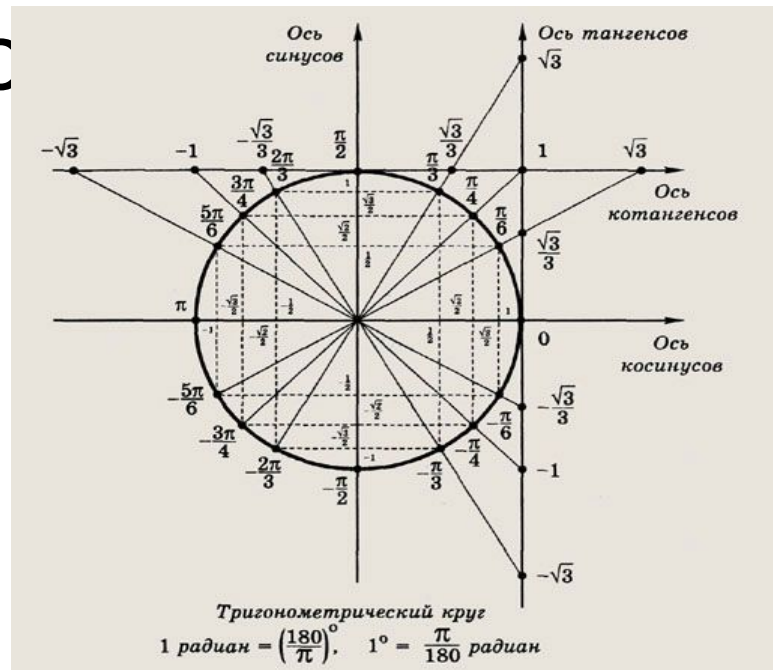
# Таблица перевода градусов в радианы

градусы	0	30	45	60	90	180	270	360
---------	---	----	----	----	----	-----	-----	-----

радиан ы								
-------------	---	---	---	--	---	---	---	---



• Слово «градус»  
происходит от  
латинского gradus(шаг,  
ступень), minutus-  
«уменьшенный»,  
секунда-«вторая»



- В какой четверти лежит угол  $\alpha$ , если выполняется условие  $\sin\alpha > 0$ ,  $\cos\alpha < 0$



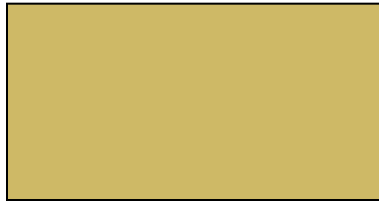


● Закончите предложение:

$$\cos(\pi/2 + \alpha) = \dots$$



● Закончите  $2\sin\alpha\cos\alpha$



- **Может ли быть верным равенство**

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 3/2 ?$$

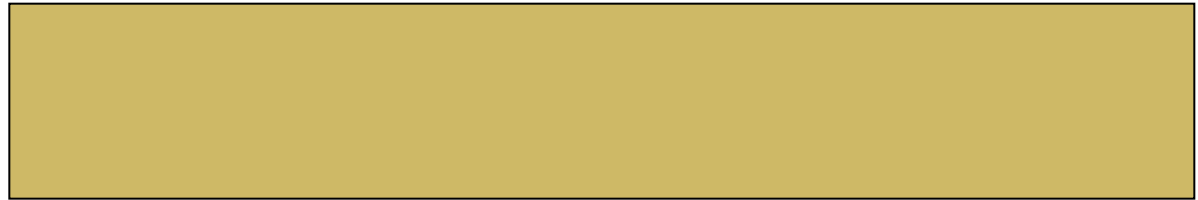


● **Вычислите**

$$\sin^2\alpha + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \cos^2\alpha$$



- Какие значения может принимать  $\sin x$ ?



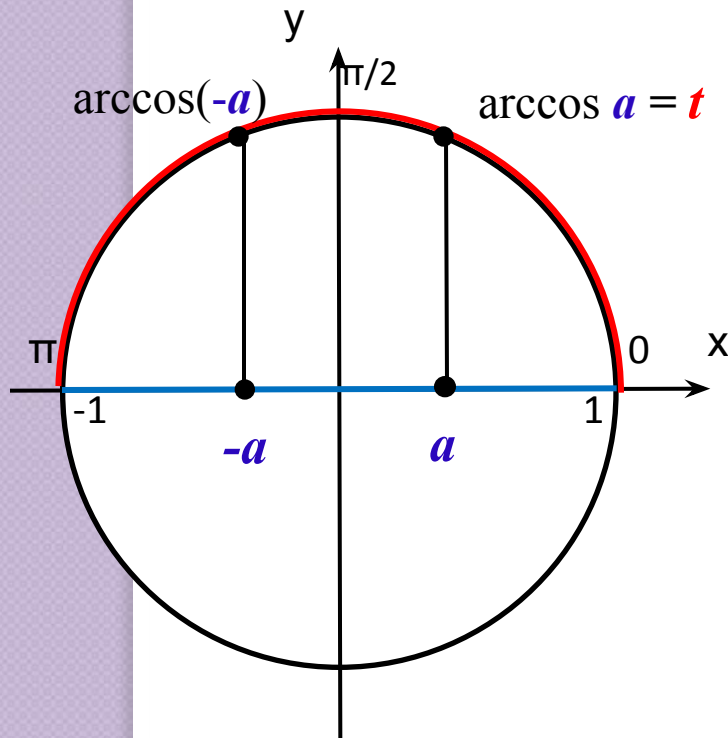


● Закончите предложение

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$



# Арккосинус



Арккосинусом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $[0; \pi]$ , что  $\cos t = a$ .  
Причём,  $|a| \leq 1$ .

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

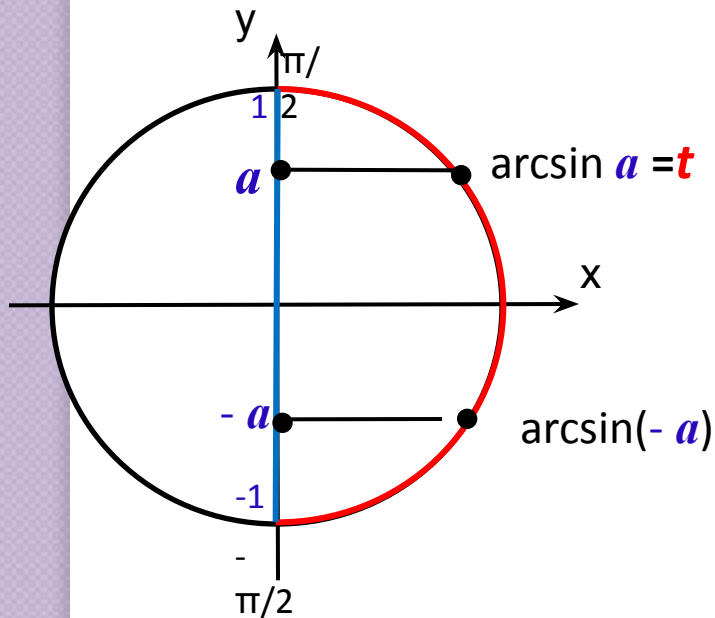
Примеры:

$$1) \arccos(-1) = \pi$$

$$2) \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$



# Арксинус



Арксинусом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $[-\pi/2; \pi/2]$ , что  $\sin t = a$ .  
Причём,  $|a| \leq 1$ .

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

Примеры:

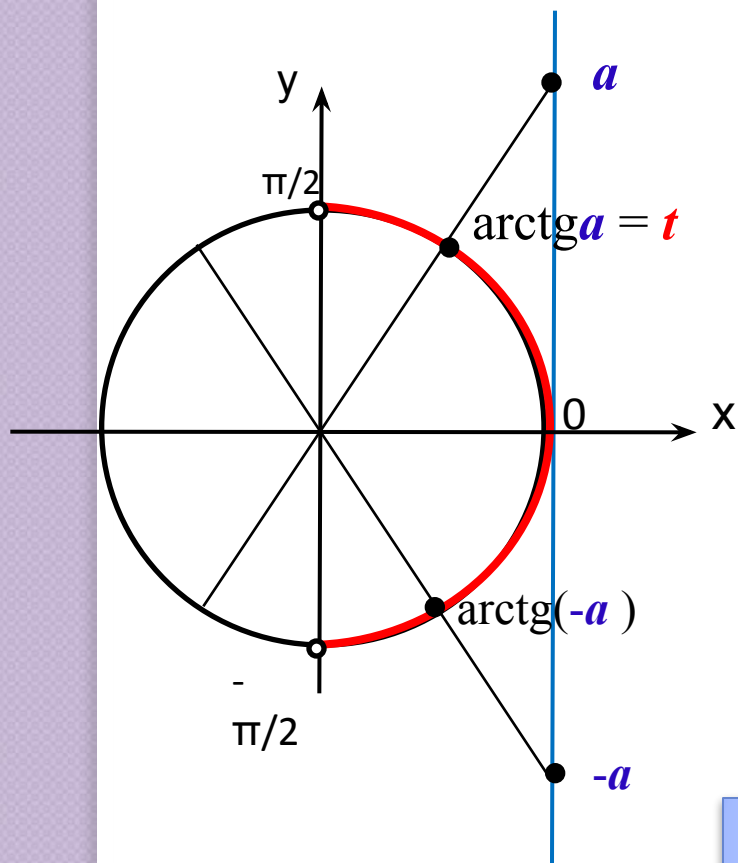
$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4}$$





# Арктангенс



Примеры:

Арктангенсом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $(-\pi/2; \pi/2)$ , что  $tg t = a$ .  
Причём,  $a \in \mathbb{R}$ .

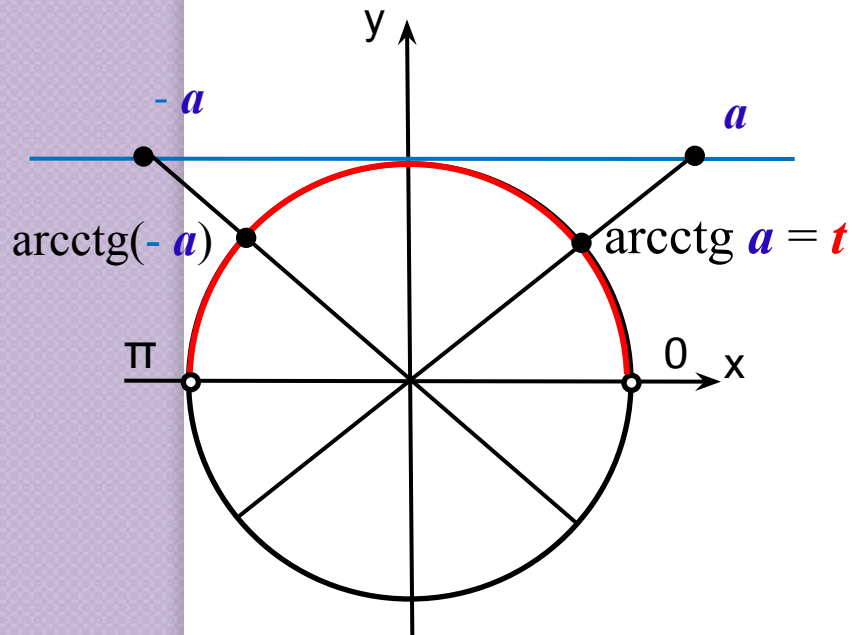
$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$1) \operatorname{arctg} \sqrt{3}/3 = \pi/6$$

$$2) \operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4$$



# Арккотангенс



Арккотангенсом числа  $a$  называется такое число (угол)  $t$  из  $(0; \pi)$ , что  $\text{ctg } t = a$ .  
Причём,  $a \in \mathbb{R}$ .

$$\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$$

Примеры:

$$1) \text{arcctg}(-1) = 3\pi/4$$

$$2) \text{arcctg}\sqrt{3} = \pi/6$$



# Историческая справка.



начения  $\arcsin$  и  $\arccos$   
в работах великого

эра и изве  
ого Ж.Л. Л  
уже расс  
потребля  
и эти сим  
я. Приста  
нского «а  
ется со ст  
- это угол

и дуга), синус которого равен



*Определение.*

- Уравнения вида  $f(x) = a$ , где  $a$  – данное число, а  $f(x)$  – одна из тригонометрических функций, называются простейшими тригонометрическими уравнениями.

# Уравнение $\cos t = a$

- а) при  $-1 < a < 1$  имеет две серии корней

$$t_1 = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$$

$$t_2 = -\arccos a + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- б) при  $a = 1$  имеет одну серию решений

$$t = 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- в) при  $a = -1$  имеет одну серию решений

$$t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

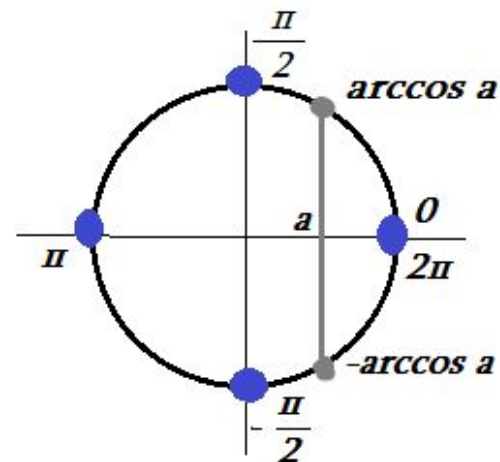
- г) при  $a = 0$  имеет две серии корней

$$t_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$$

$t_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}.$  Обе серии можно записать в одну серию

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

- д) при  $a > 1$  и  $a < -1$  уравнение не имеет корней.



## Решите уравнение

$$1) \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$2) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \arccos \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

## Решите уравнение

$$3) \quad \cos 4x = 1$$

$$4x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$4) \quad \cos \frac{x}{2} = -1$$

$$\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

## Решите уравнение

$$5) \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



# Уравнение $\sin t = a$

- а) при  $-1 < a < 1$  имеет две серии корней

$$t_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbf{Z};$$

- б) при  $a = 1$  имеет одну серию решений

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

- в) при  $a = -1$  имеет одну серию решений

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- г) при  $a = 0$  имеет две серии корней

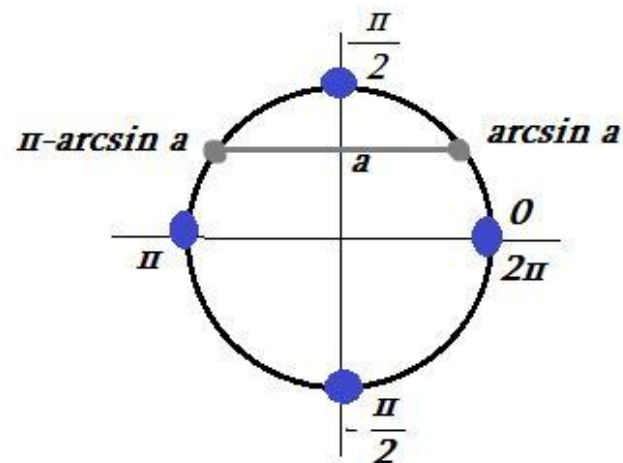
$$t_1 = 2\pi k, k \in \mathbf{Z},$$

$$t_2 = \pi + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}.$$

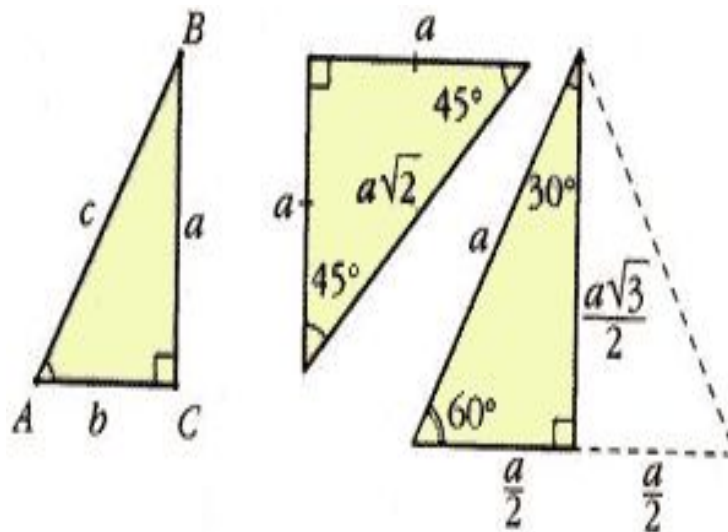
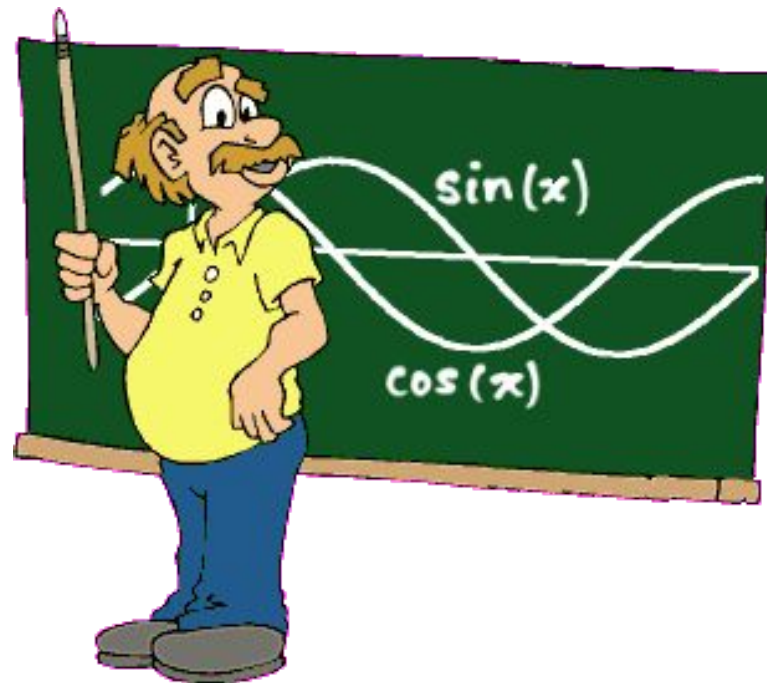
Обе серии можно записать в одну серию

$$t = \pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- д) при  $a > 1$  и  $a < -1$  уравнение не имеет корней.



- Косинус - от сокращенного выражения, означающее на латинском «дополнительный синус».



## Решите уравнение

1)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$



## Решите уравнение

$$2) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\boxed{\phantom{x}} x = \boxed{\phantom{x}}$$

## Задание 2. Найти корни уравнения:

1)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2x = 0$$

## Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

$$3. \operatorname{tg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

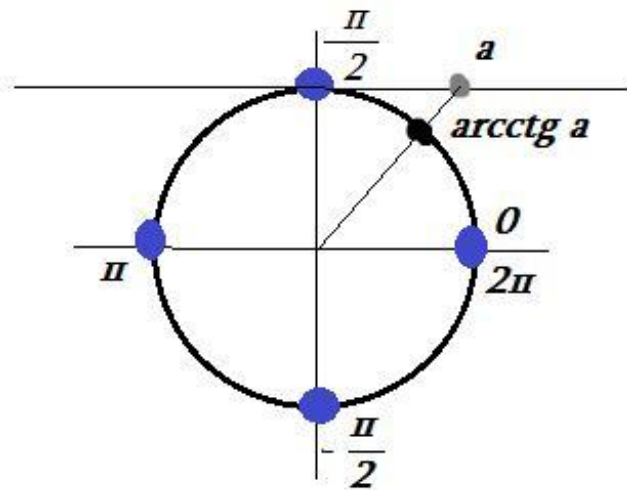
$$4. \operatorname{ctg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



## Уравнение $\operatorname{ctg} t = a$

при любом  $a \in \mathbf{R}$  имеет одну серию решений  
 $x = \operatorname{arccctg} a + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ .



- Тангенсы (котангенсы) - возникли при решении задач об определении длины тени еще в 10 веке, ввел в математические труды арабский ученый Абул-Ваф. С латинского переводится как «касаться» (tanger)







**Установите соответствие(математическое лото):**

1

$$\sin x = 0$$

2

$$\cos x = -1$$

3

$$\sin x = 1$$

4

$$\cos x = 1$$

5

$$\operatorname{tg} x = 1$$

6

$$\sin x = -1$$

7

$$\cos x = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$$

# Установите соответствия:

1  $\sin x = 0$   $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2  $\cos x = -1$   $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3  $\sin x = 1$   $\pi k, k \in \mathbb{Z}$

4  $\cos x = 1$   $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

5  $\sin x = -1$   $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

6  $\sin x = 1$   $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

7  $\cos x = 0$   $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Модуль!

# Самостоятельная работа

## Вариант 1

№136(а),стр .71

№139(б),стр.72

## Вариант 2

№136(б),стр .71

№139(а),стр.72

# ОТВЕТЫ:

$$a) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

N136

$$b) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \left( \pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

N139

$$a) \sqrt{2} \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

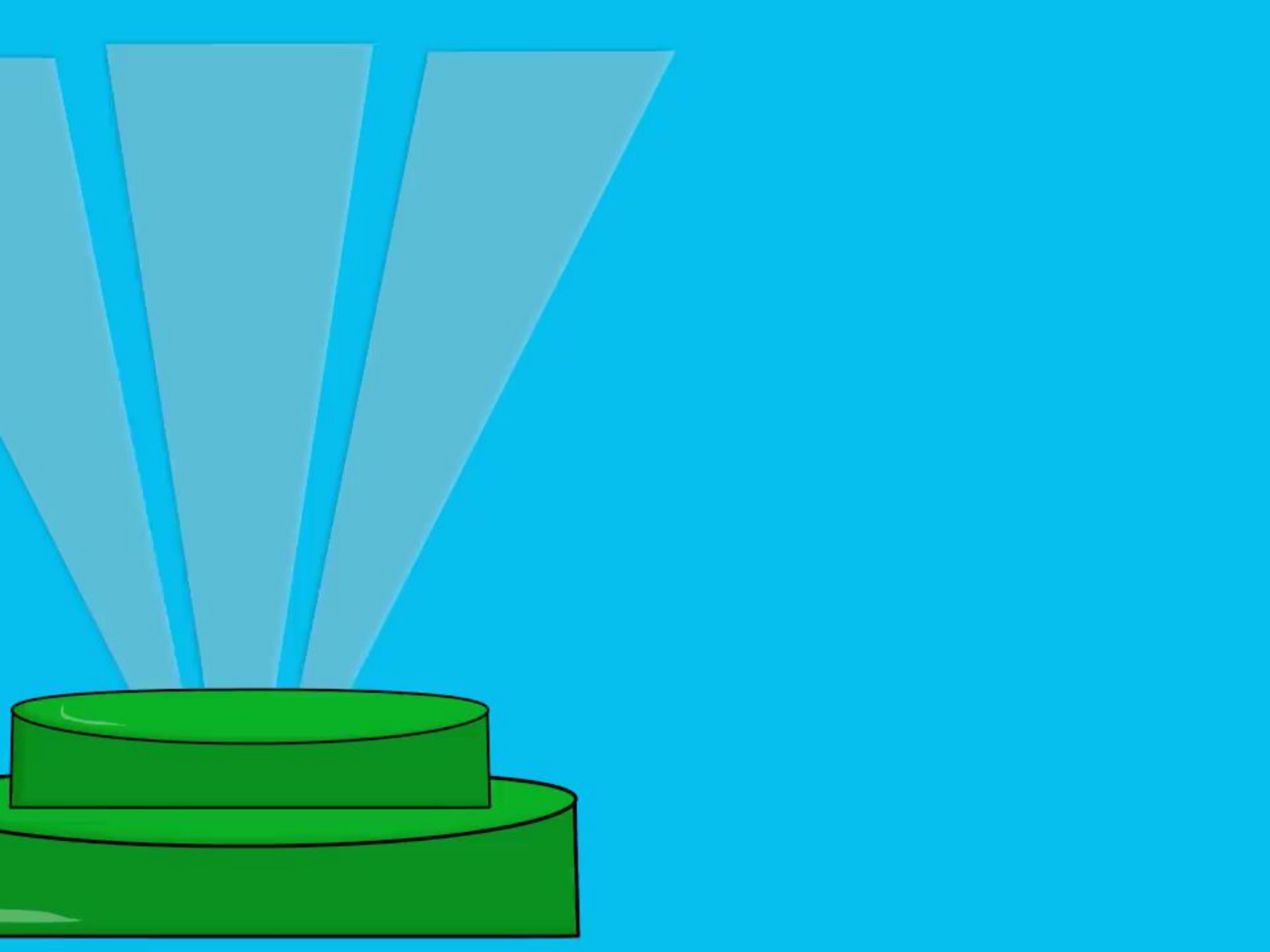
$$\text{Ответ: } (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$b) 2 \sin x + \sqrt{3} = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



# Оценки!!!!!!!

АКТИВНОСТЬ - ОТ 0 ДО 3Б.

УСТНЫЙ ОПРОС- ОТ 0 ДО 5 Б.

МАТЕМАТИЧ.ЛОТО- ОТ 0 ДО 7 Б.

САМОСТ. РАБОТА- ОТ 0 ДО 4 Б.

ЛОГИЧ.ЗАДАЧИ- ОТ 0 ДО 3 Б.

20-22Б.- «5»

17-19Б.- «4»

# Читаю мысли

1. Запиши любое однозначное или двузначное натуральное число
2. Умножь на 2
3. Прибавь 12
4. Раздели 2
5. Вычти исходное число



*Продолжите фразу :*

*Сегодня на уроке я повторил ...*

*Сегодня на уроке я узнал ...*

*Сегодня на уроке я научился ...*

# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

П.9, № 138(А,Б), №145(В,Г)