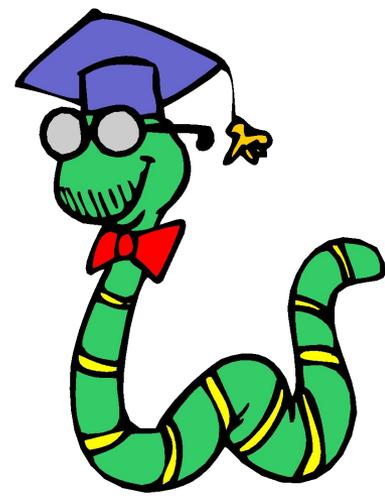


Волшебная математика



- 
- **Стоит только показать, что какая-либо вещь невозможна, как найдется математик, который ее сделает. (У. У. Сойер)**

Дани!



Решение тригонометрических уравнений

Повторение:

- **Дайте определение синусу и косинусу.**
- **Дайте определение тангенсу и котангенсу.**
- **Период синуса и косинуса.**
- **Период тангенса и котангенса.**

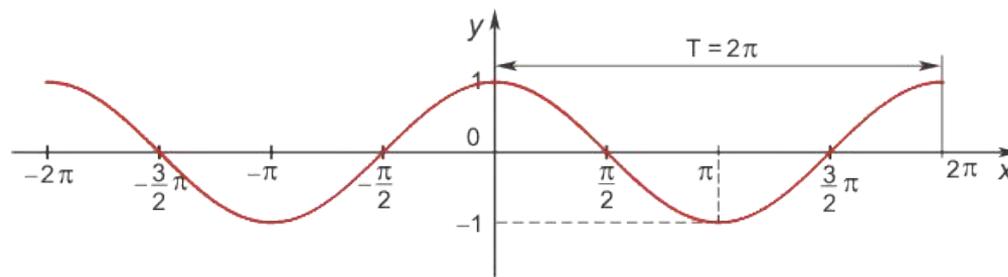
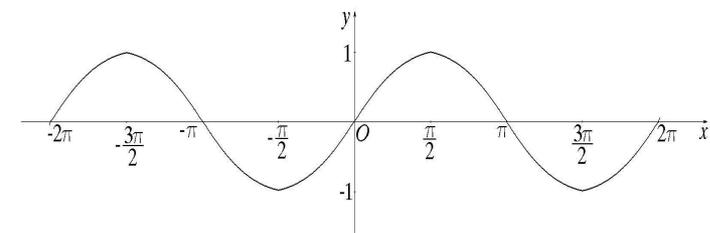
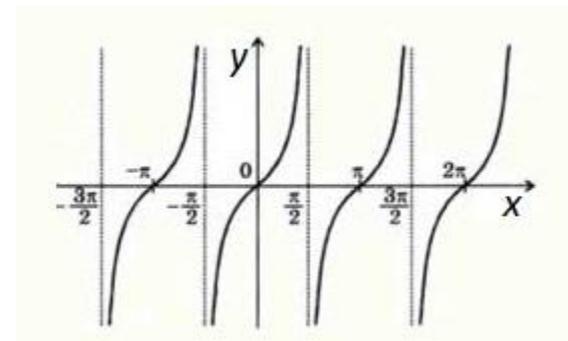
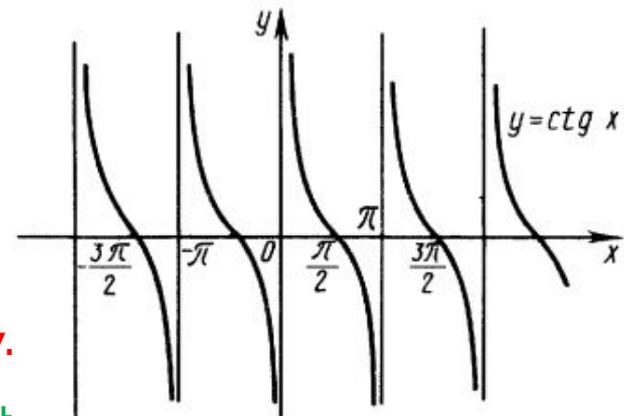
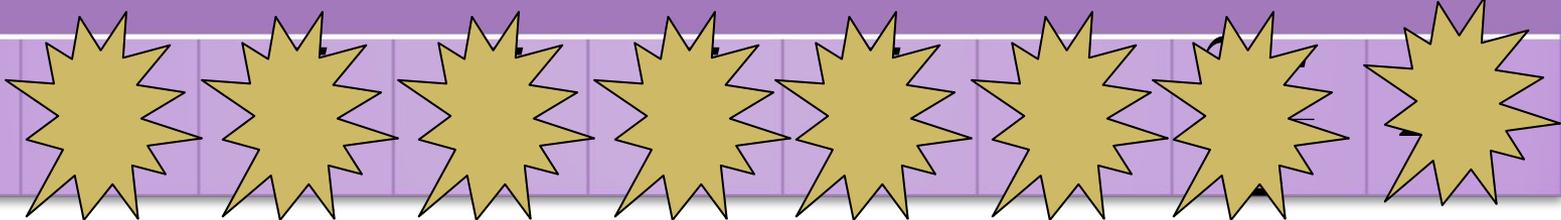


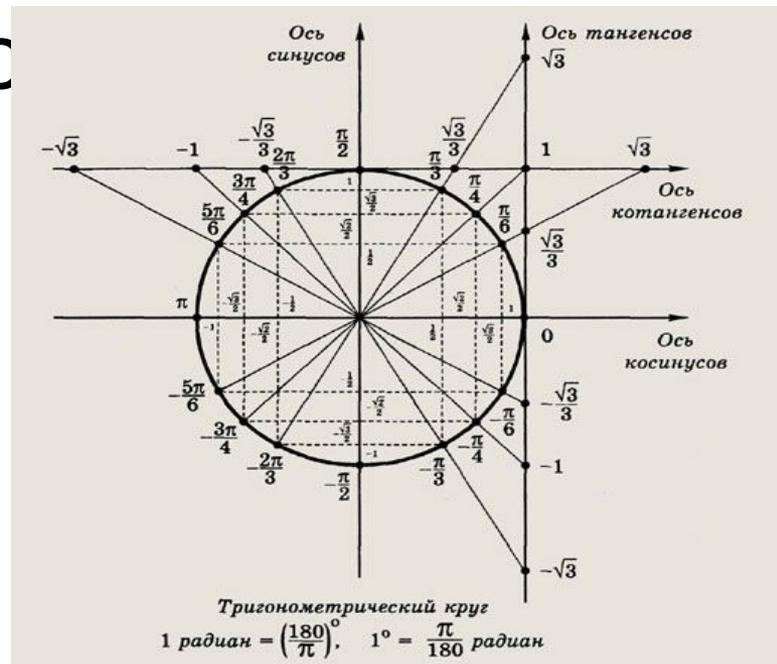
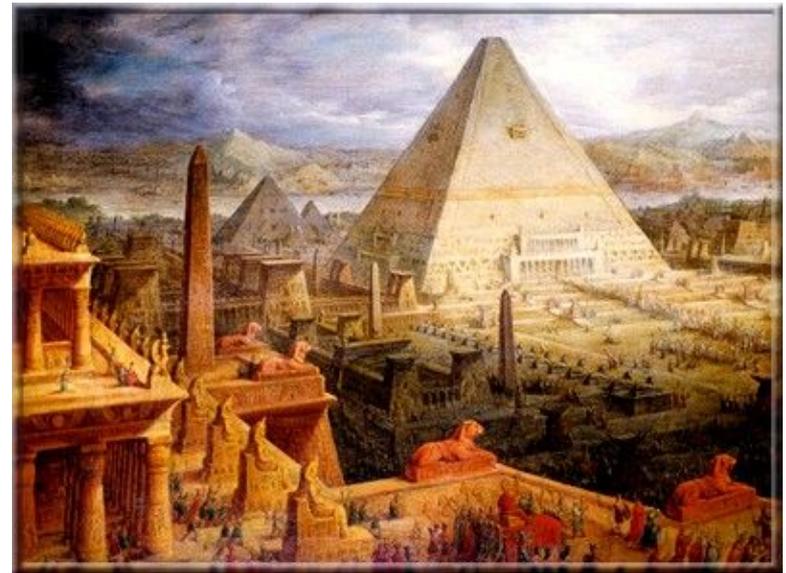
Таблица перевода градусов в радианы

градусы	0	30	45	60	90	180	270	360
---------	---	----	----	----	----	-----	-----	-----

радиан ы								
-------------	--	--	--	--	--	--	--	--



• Слово «градус»
происходит от
латинского gradus(шаг,
ступень), minutus-
«уменьшенный»,
секунда-«вторая»



- В какой четверти лежит угол α , если выполняется условие $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$

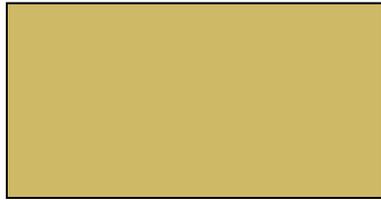


● Закончите предложение:

$$\cos(\pi/2 + \alpha) = \dots$$



● Закончите $2\sin\alpha\cos\alpha$



- **Может ли быть верным равенство**

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 3/2 ?$$

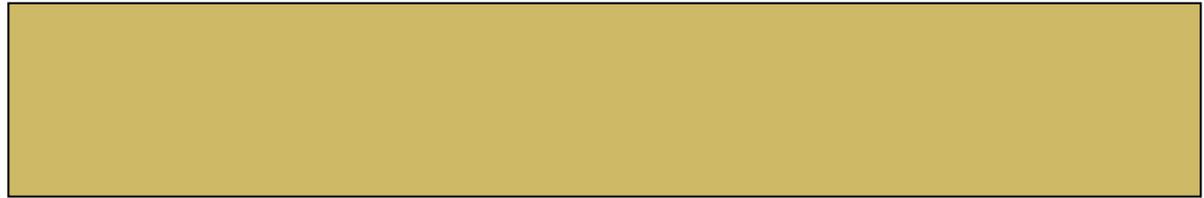


● **Вычислите**

$$\sin^2\alpha + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \cos^2\alpha$$



- Какие значения может принимать $\sin x$?



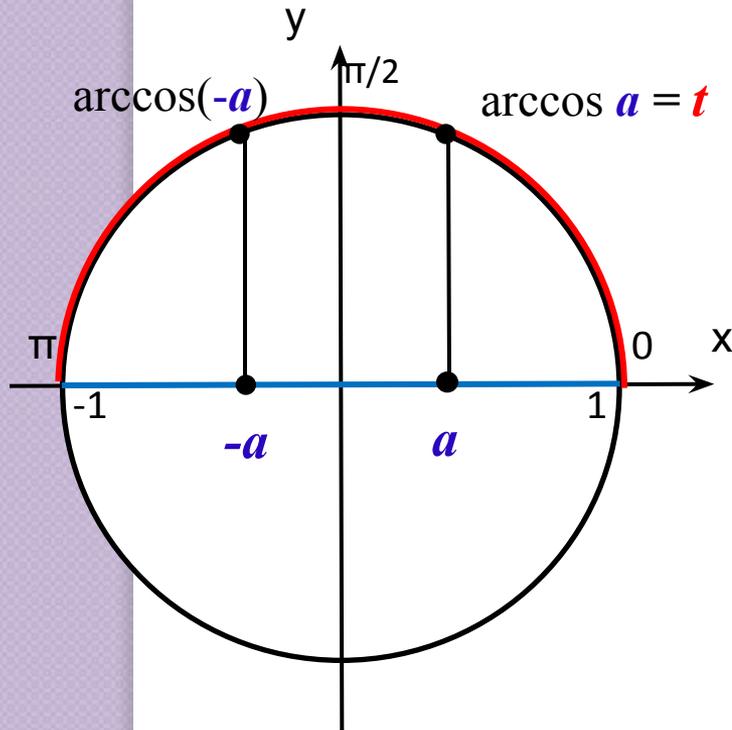


- Закончите предложение

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$$



Арккосинус



Арккосинусом числа a называется такое число (угол) t из $[0; \pi]$, что $\cos t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

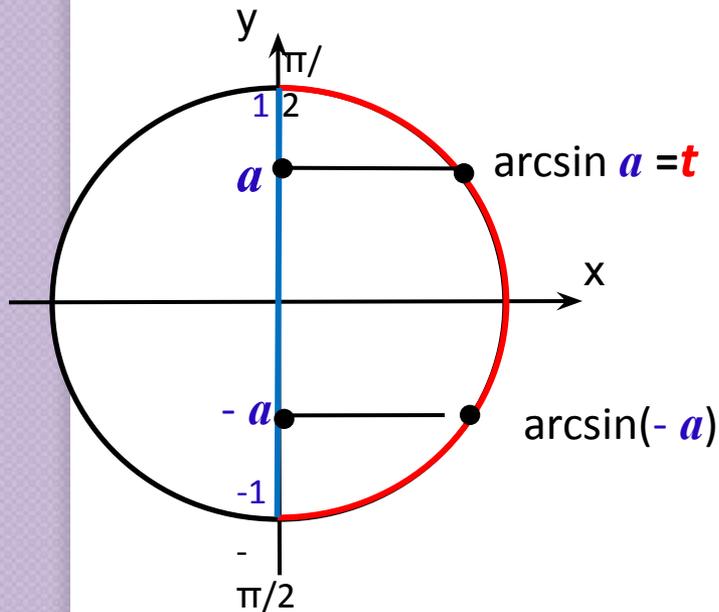
Примеры:

$$1) \arccos(-1) = \pi$$

$$2) \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$



Арксинус



Арксинусом числа a называется такое число (угол) t из $[-\pi/2; \pi/2]$, что $\sin t = a$.
Причём, $|a| \leq 1$.

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

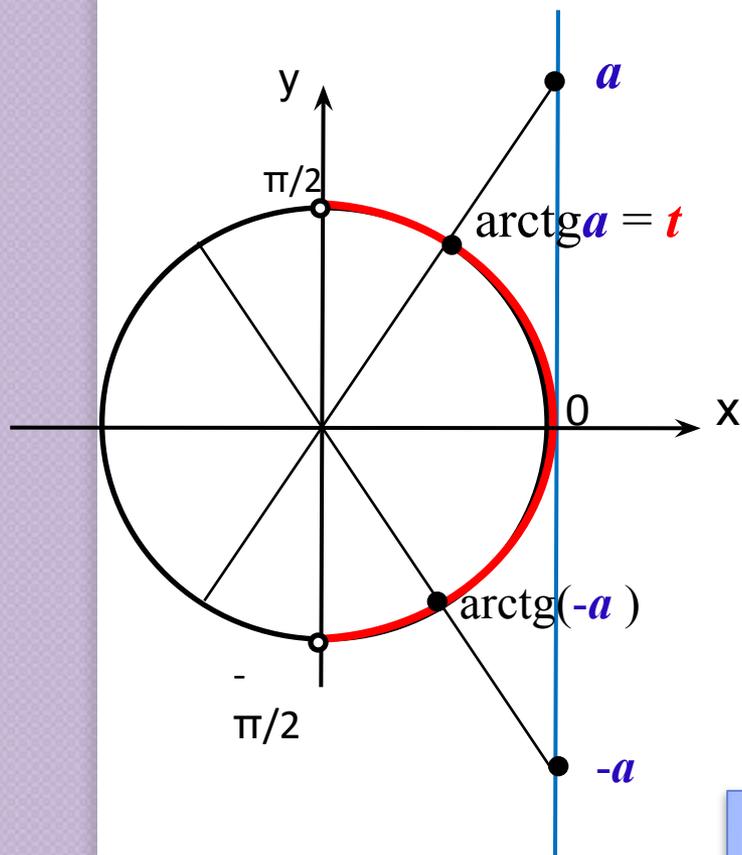
Примеры:

$$1) \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\pi}{4}$$



Арктангенс



Примеры:

Арктангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(-\pi/2; \pi/2)$, что $tg t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

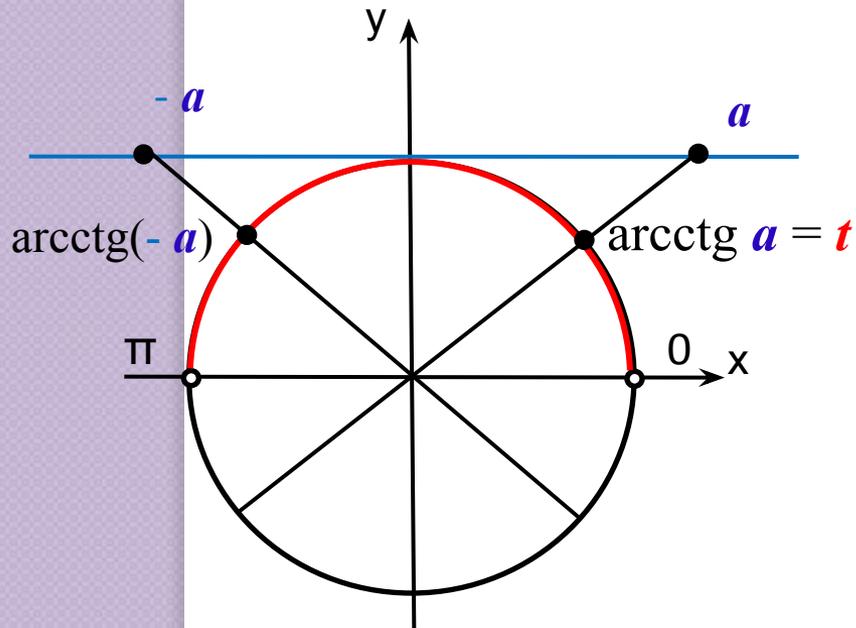
$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$1) \operatorname{arctg} \sqrt{3}/3 = \pi/6$$

$$2) \operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4$$



Арккотангенс



Арккотангенсом числа a называется такое число (угол) t из $(0; \pi)$, что $\text{ctg } t = a$.
Причём, $a \in \mathbb{R}$.

$$\text{arcctg}(-a) = \pi - \text{arcctg } a$$

Примеры:

$$1) \text{arcctg}(-1) = 3\pi/4$$

$$2) \text{arcctg}\sqrt{3} = \pi/6$$



Историческая справка.



начения \arcsin и \arccos
в работах великого

эра и изве
ого Ж.Л. Л
уже расс
потребля
и эти сим
я. Приста
нского «а
ется со ст
- это угол

и дуга), синус которого равен



Определение.

- Уравнения вида $f(x) = a$, где a – данное число, а $f(x)$ – одна из тригонометрических функций, называются простейшими тригонометрическими уравнениями.

Уравнение $\cos t = a$

- а) при $-1 < a < 1$ имеет две серии корней

$$t_1 = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$$

$$t_2 = -\arccos a + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- б) при $a = 1$ имеет одну серию решений

$$t = 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- в) при $a = -1$ имеет одну серию решений

$$t = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

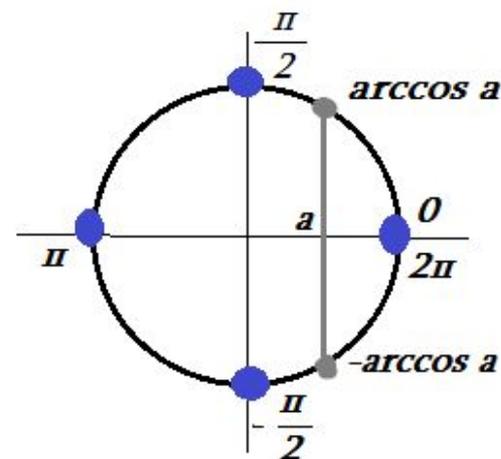
- г) при $a = 0$ имеет две серии корней

$$t_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$$

$t_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$. Обе серии можно записать в одну серию

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

- д) при $a > 1$ и $a < -1$ уравнение не имеет корней.



Решите уравнение

$$1) \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$2) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \arccos \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Решите уравнение

$$3) \quad \cos 4x = 1$$

$$4x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$4) \quad \cos \frac{x}{2} = -1$$

$$\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решите уравнение

$$5) \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Уравнение $\sin t = a$

- а) при $-1 < a < 1$ имеет две серии корней

$$t_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbf{Z};$$

- б) при $a = 1$ имеет одну серию решений

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

- в) при $a = -1$ имеет одну серию решений

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- г) при $a = 0$ имеет две серии корней

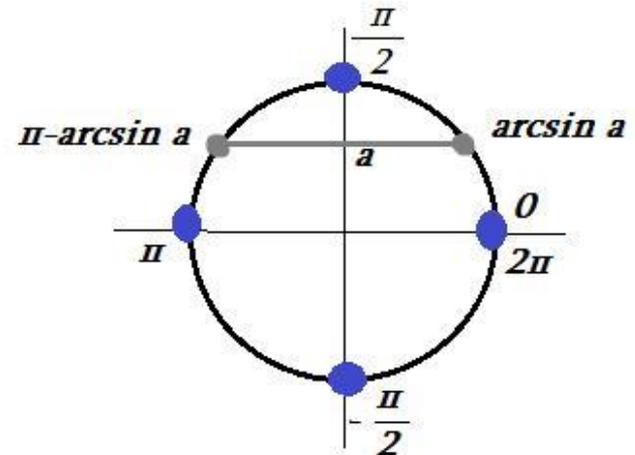
$$t_1 = 2\pi k, k \in \mathbf{Z},$$

$$t_2 = \pi + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}.$$

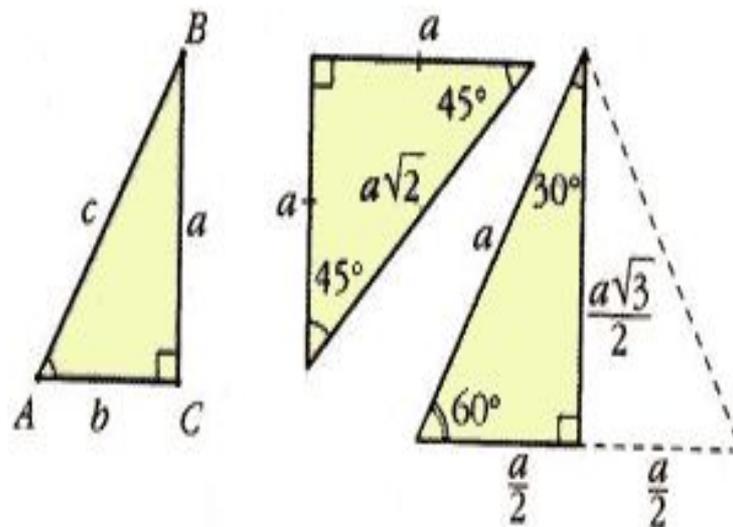
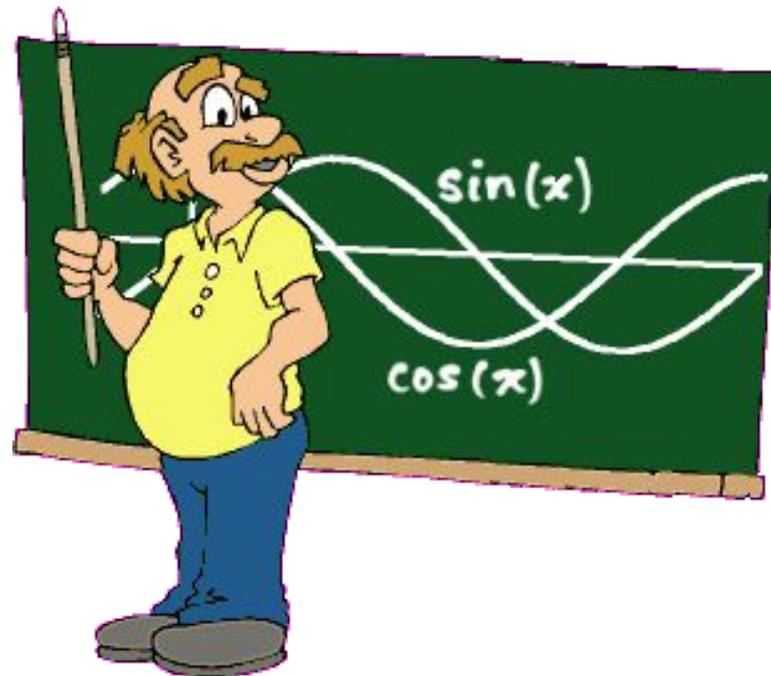
Обе серии можно записать в одну серию

$$t = \pi n, n \in \mathbf{Z};$$

- д) при $a > 1$ и $a < -1$ уравнение не имеет корней.



- Косинус - от сокращенного выражения, означающее на латинском «дополнительный синус».



Решите уравнение

$$1) \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$



Решите уравнение

$$2) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$\boxed{} x = \boxed{}$$

Задание 2. Найти корни уравнения:

1)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2x = 0$$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

$$3. \operatorname{tg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

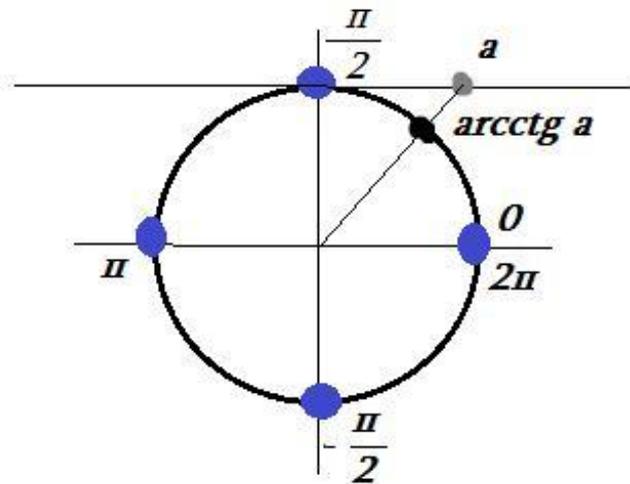
$$4. \operatorname{ctg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Уравнение $\operatorname{ctg} t = a$

при любом $a \in \mathbf{R}$ имеет одну серию решений
 $x = \operatorname{arccctg} a + \pi n, n \in \mathbf{Z}$.



- Тангенсы (котангенсы) - возникли при решении задач об определении длины тени еще в 10 веке, ввел в математические труды арабский ученый Абул-Ваф. С латинского переводится как «касаться» (tanger)



Установите соответствие(математическое лото):

1

$$\sin x = 0$$

2

$$\cos x = -1$$

3

$$\sin x = 1$$

4

$$\cos x = 1$$

5

$$\operatorname{tg} x = 1$$

6

$$\sin x = -1$$

7

$$\cos x = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$$

Установите соответствие:

1 $\sin x = 0$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

2 $\cos x = -1$ $2\pi k, k \in Z$

3 $\sin x = 1$ $\pi k, k \in Z$

4 $\cos x = 1$ $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

5 $\sin x = -1$ $-\frac{\pi}{2} - 2\pi k, k \in Z$

6 $\sin x = 1$ $\pi + 2\pi k, k \in Z$

7 $\cos x = 0$ $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$

Модуль!

Самостоятельная работа

Вариант 1

№136(а),стр .71

№139(б),стр.72

Вариант 2

№136(б),стр .71

№139(а),стр.72

ОТВЕТЫ:

$$a) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

N136

$$b) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

N139

$$a) \sqrt{2} \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

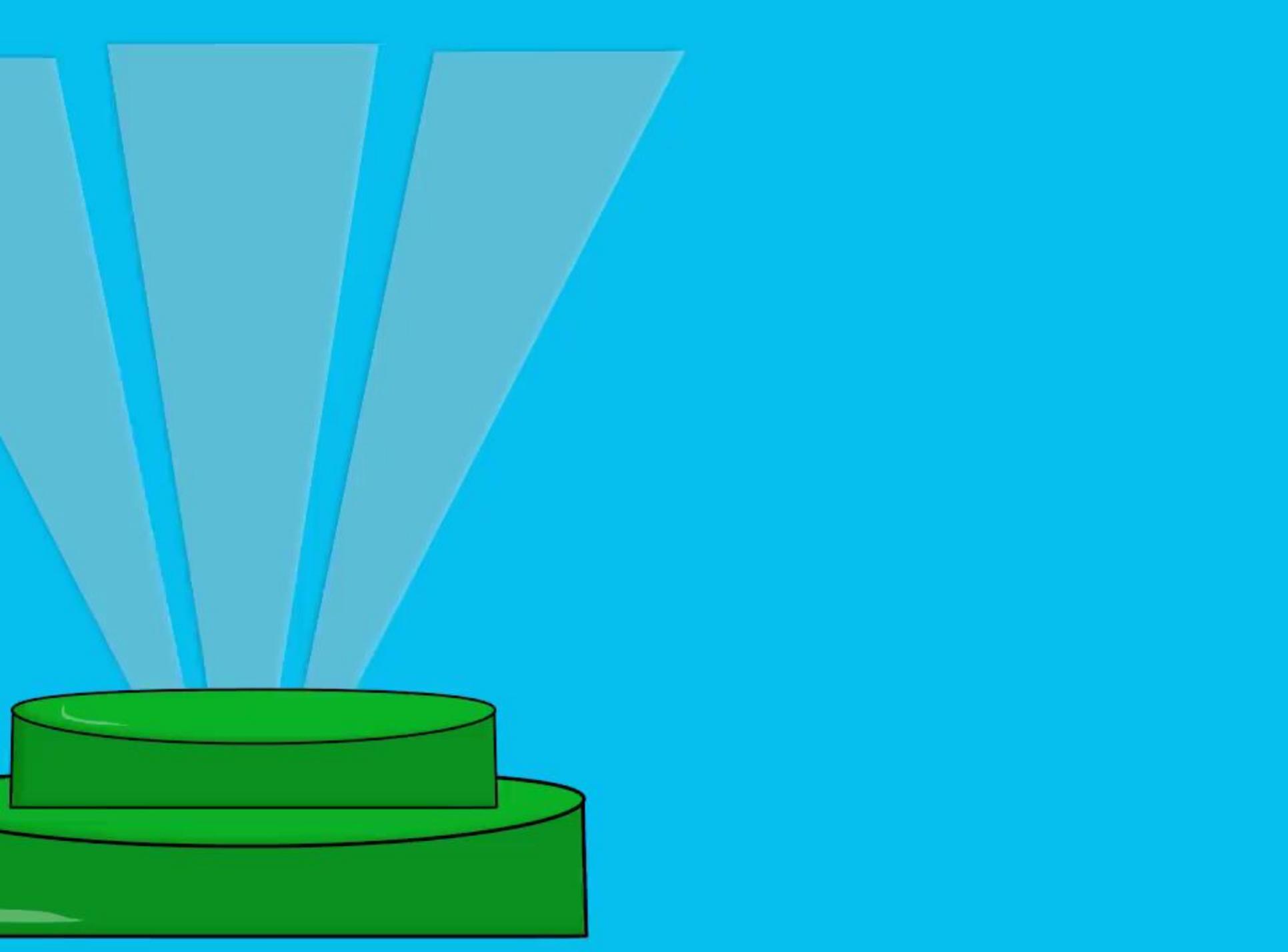
$$\text{Ответ: } (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$b) 2 \sin x + \sqrt{3} = 0$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Оценки!!!!!!!

АКТИВНОСТЬ - ОТ 0 ДО 3Б.

УСТНЫЙ ОПРОС- ОТ 0 ДО 5 Б.

МАТЕМАТИЧ.ЛОТО- ОТ 0 ДО 7 Б.

САМОСТ. РАБОТА- ОТ 0 ДО 4 Б.

ЛОГИЧ.ЗАДАЧИ- ОТ 0 ДО 3 Б.

20-22Б.- «5»

17-19Б.- «4»

Читаю мысли

1. Запиши любое однозначное или двузначное натуральное число
2. Умножь на 2
3. Прибавь 12
4. Раздели 2
5. Вычти исходное число

Продолжите фразу :

Сегодня на уроке я повторил ...

Сегодня на уроке я узнал ...

Сегодня на уроке я научился ...

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

П.9, № 138(А,Б), №145(В,Г)