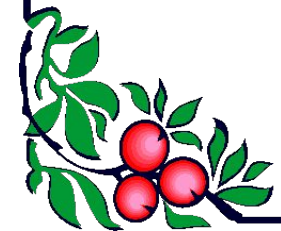




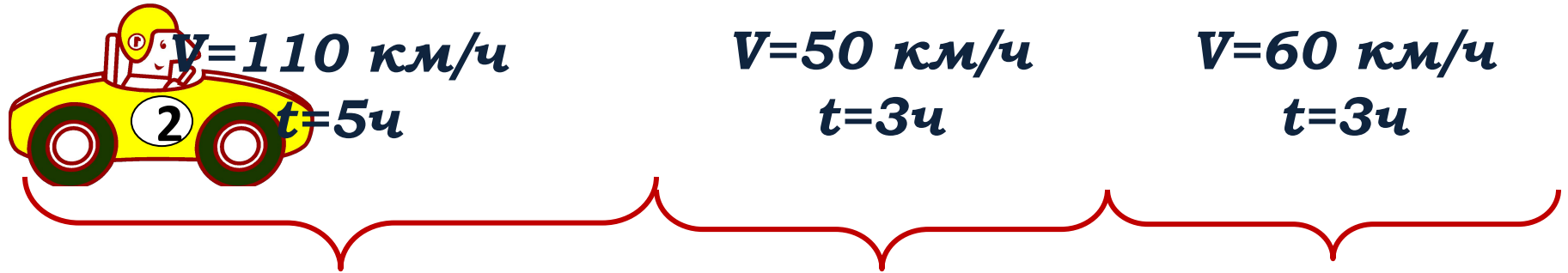
Модуль «Алгебра»

Задача 22

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	



№ 1. Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 110 км/ч, следующие 3 часа – со скоростью 50 км/ч, а последние 3 часа – со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути..



Решение.

1) $110 \cdot 5 + 50 \cdot 3 + 60 \cdot 3 = 550 + 150 + 180 = 880 \text{ (км)}$ – весь путь.

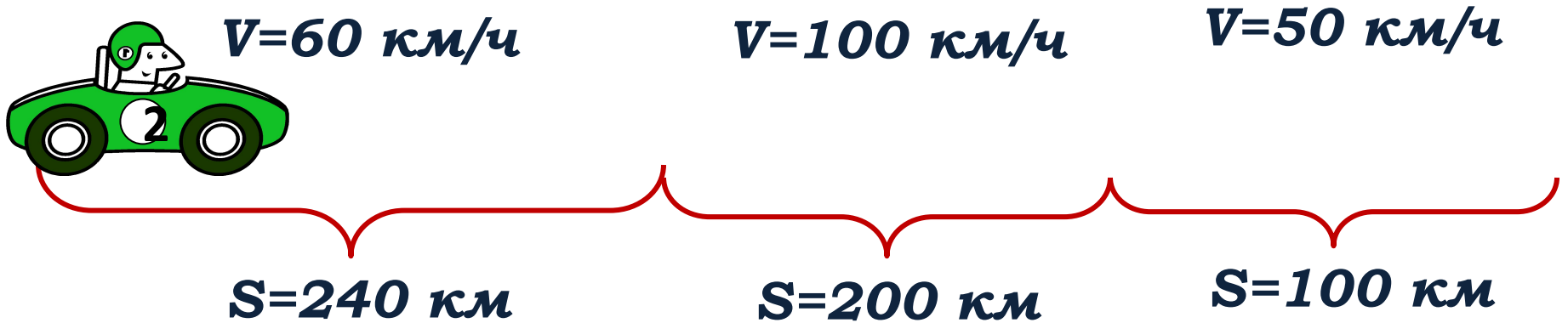
2) $5 + 3 + 3 = 11 \text{ (ч)}$ – все время.

3) $\frac{880}{11} = 80 \text{ (км/ч)}$ – средняя скорость.

Ответ : 80 км / ч.



№ 2. Первые 240 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км – со скоростью 100 км/ч, а последние 100 км – со скоростью 50 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути..



Решение.

$$1) \frac{240}{60} + \frac{200}{100} + \frac{100}{50} = 4 + 2 + 2 = 8 \text{ (ч)} - \text{все время.}$$

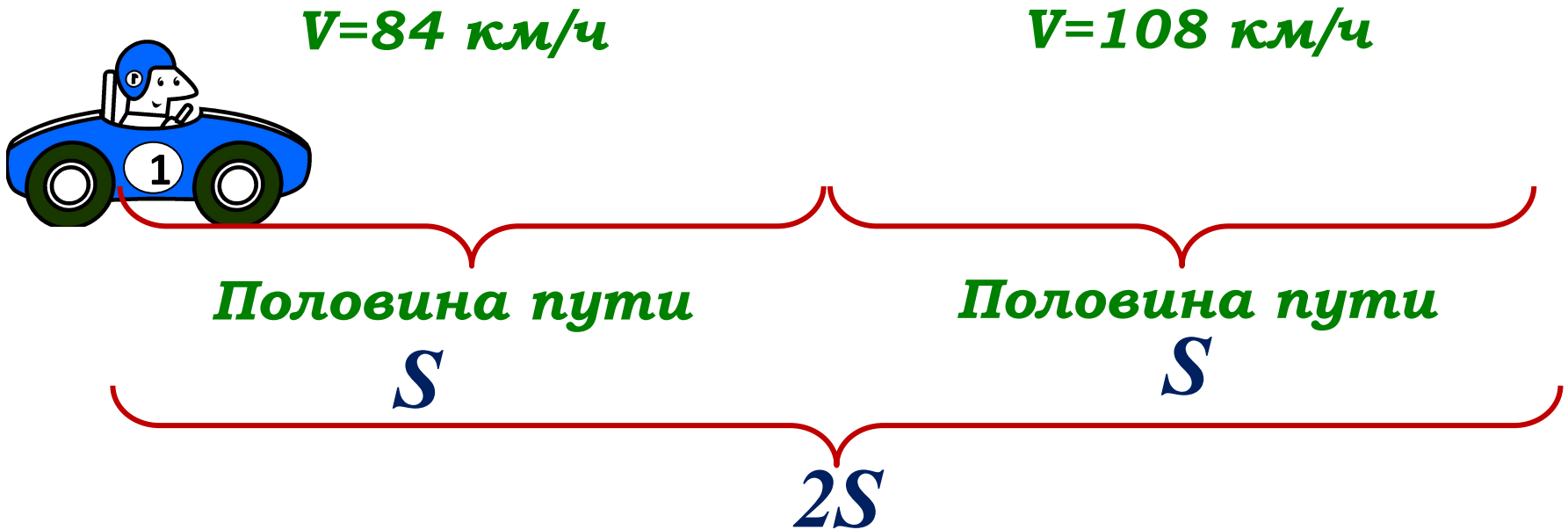
$$2) 240 + 200 + 100 = 540 \text{ (км)} - \text{весь путь.}$$

$$3) \frac{540}{8} = 67,5 \text{ (км/ч)} - \text{средняя скорость.}$$

Ответ : 67,5 км / ч.



№ 3. Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую – со скоростью 108 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.



Решение.

$$1) \frac{S}{84} + \frac{S}{108} = \frac{S}{12 \cdot 7} + \frac{S}{12 \cdot 9} = \frac{9S}{12 \cdot 7 \cdot 9} + \frac{7S}{12 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{16S}{12 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{4S}{3 \cdot 7 \cdot 9} = \frac{4S}{189} \text{ (ч)} - \text{ всё время.}$$

$$2) 2S : \frac{4S}{189} = \frac{2S \cdot 189}{4S} = \frac{189}{2} = 94,5 \text{ (км/ч)} - \text{ средняя скорость.}$$



Ответ : 94,5 км/ч.



№ 4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 140 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч, стоянка длится 11 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него.

Решение.

$$v_{\text{соб.}} = x \text{ км/ч}$$

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
	$x+5$	$\frac{140}{x+5}$	140
	$x-5$	$\frac{140}{x-5}$	140

} $32-11=21$

$$\frac{140}{x+5} + \frac{140}{x-5} = 21$$



№ 4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 140 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч, стоянка длится 11 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 32 часа после отплытия из него.

$$\frac{140}{x+5} + \frac{140}{x-5} = 21 \quad | : 7 \quad \text{О.Д.З.: } x \neq \pm 5$$

$$\frac{20 \overset{|x-5}{\cancel{x-5}}}{x+5} + \frac{20 \overset{|x+5}{\cancel{x+5}}}{x-5} = 3 \frac{|(x-5)(x+5)|}{(x+5)(x-5)}$$

$$20(x-5) + 20(x+5) = 3(x^2 - 25)$$

$$20x - 100 + 20x + 100 = 3x^2 - 75$$

$$3x^2 - 40x - 75 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-40)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-75) = 1600 + 900 = 2500 = 50^2$$



$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{40 + 50}{2 \cdot 3} = \frac{90}{6} = 15$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{35 - 50}{2 \cdot 3} = \frac{-15}{6} = -2,5 \text{ — не удовлетворяет условию задачи}$$

Ответ: 15 км/ч — скорость лодки в неподвижной воде.



№ 5. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 9 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 60 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч .

	$v, \text{ км/ч}$	$t, \text{ ч}$	$S, \text{ км}$
	x	$\frac{2S}{x}$	$2S$
	$x-9$	$\left. \begin{array}{l} \frac{S}{x-9} \\ \frac{S}{60} \end{array} \right\} = \frac{2S}{x}$	S
	60		S

$$\frac{S}{x-9} + \frac{S}{60} = \frac{2S}{x}$$



№ 5. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 9 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 60 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч .

$$\frac{S}{x-9} + \frac{S}{60} = \frac{2S}{x} \quad | : S$$

$$O.Д.З.: x \neq 0; x \neq 9$$

$$\frac{1^{\sqrt{60x}}}{x-9} + \frac{1^{\sqrt{x(x-9)}}}{60} = \frac{2^{\sqrt{60(x-9)}}}{x}$$

$$60x + x^2 - 9x = 2(60x - 540)$$

$$x^2 + 51x - 120x + 1080 = 0$$

$$x^2 - 69x + 1080 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 69^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1080 = 4761 - 4320 = 441 = 21^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{69 + 21}{2 \cdot 1} = \frac{90}{2} = 45$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{69 - 21}{2 \cdot 1} = \frac{48}{2} = 24 \quad - \text{не}$$



удовлетворяет условию задачи

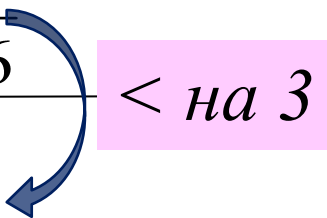
Ответ : 45 км / ч – скорость первого автомобилиста .



№ 6. Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым .

Решение.

	v , км/ч	t , ч	S , км
I 	$x+6$	$\frac{140}{x+6}$	140
II 	x	$\frac{140}{x}$	140



$$\frac{140}{x+6} < \frac{140}{x} \text{ на } 3$$

$$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} = 3$$



№ 6. Два велосипедиста одновременно отправляются в 140-километровый пробег. Первый едет со скоростью, на 6 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым .

$$\frac{140^{\frac{1}{x+6}}}{x} - \frac{140^{\frac{1}{x}}}{x+6} = 3^{\frac{1}{x(x+6)}} \quad \text{О.Д.З.: } x \neq 0; x \neq -6$$

$$140(x+6) - 140x = x(x+6)$$

$$140x + 840 - 140x = x^2 + 6x$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot (-280) = 36 + 1120 = 1156 = 34^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + 34}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - 34}{2} = -\frac{40}{2} = -20 \text{ — не удовлетворяет условию}$$

$$14 + 6 = 20 \text{ (км/ч)}$$



Ответ : 20 км/ч — скорость велосипедиста, пришедшего первым.

№ 7. Расстояние между пристанями А и В равно 105 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 39 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч .



$$\frac{105}{x+3} + \frac{105}{x-3} = 12$$



	v , км/ч	t , ч	S , км
плот	3	$39:3=13$	39
лодка по теч.	$x+3$	$\left. \begin{array}{l} \frac{105}{x+3} \\ \frac{105}{x-3} \end{array} \right\} 13-1=12$	105
лодка пр. теч.	$x-3$		105



№ 7. Расстояние между пристанями А и В равно 105 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 39 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч .

$$\frac{105}{x+3} + \frac{105}{x-3} = 12 \quad | : 3 \quad \text{О.Д.З.: } x \neq \pm 3$$

$$\frac{35 \overset{|x-3|}{\cancel{x-3}}}{x+3} + \frac{35 \overset{|x+3|}{\cancel{x+3}}}{x-3} = 4 \quad \frac{|(x-3)(x+3)|}{(x-3)(x+3)}$$

$$35(x-3) + 35(x+3) = 4(x^2 - 9)$$

$$35x - 105 + 35x + 105 = 4x^2 - 36$$

$$4x^2 - 70x - 36 = 0 \quad | : 2$$

$$2x^2 - 35x - 18 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-35)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18) = 1225 + 144 = 1369 = 37^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{35 + 37}{2 \cdot 2} = \frac{72}{4} = 18$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{35 - 37}{2 \cdot 2} = \frac{-2}{4} = -0,5 - \text{не удовлетворяет условию задачи}$$

Ответ: 18 км/ч – скорость лодки в неподвижной воде.





№ 8. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый сделал остановку на 51 минуту, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 251 км, скорость первого велосипедиста равна 10 км/ч, скорость второго – 20 км/ч. Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.



Решение.

$$51 \text{ мин} = \frac{51}{60} \text{ ч}$$

	v , км/ч	t ч	S , км
I 	10	$\frac{251-x}{10}$	$251-x$
II 	20	$\frac{x}{20}$	x

$\frac{251-x}{10} < \text{на } \frac{51}{60}$

$$\frac{251-x}{10} < \frac{x}{20} \text{ на } \frac{51}{60}$$

$$\frac{x}{20} - \frac{251-x}{10} = \frac{51}{60} \quad | \cdot 60$$

$$3x - 1506 + 6x = 51$$

$$9x = 1557$$



$$x = 173$$


Ответ: 173 км.



№ 9. Первая труба пропускает на 15 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 100 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба .

Решение.

	v , л/мин	t , мин	A , л
I 	x	$\frac{100}{x}$	100
II 	$x+15$	$\frac{100}{x+15}$	100


> на 6

$$\frac{100}{x} > \frac{100}{x+15} \text{ на } 6$$

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+15} = 6$$



№ 9. Первая труба пропускает на 15 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 100 литров она заполняет на 6 минут дольше, чем вторая труба .

$$\frac{100}{x+15} - \frac{100}{x} = 6 \quad \text{О.Д.З.: } x \neq 0; x \neq -15$$

$$100(x+15) - 100x = 6x(x+15)$$

$$100x + 1500 - 100x = 6x^2 + 90x$$

$$6x^2 + 90x - 1500 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 + 15x - 250 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 15^2 - 4 \cdot (-250) = 225 + 1000 = 1225 = 35^2$$

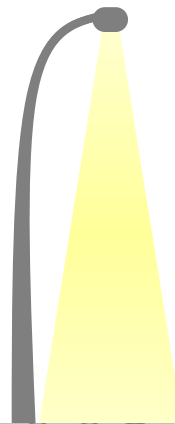
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-15 + 35}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-15 - 35}{2} = -\frac{50}{2} = -25 \quad \text{— не удовлетворяет условию}$$

Ответ : 10 литров в минуту пропускает первая труба .



№ 10. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью **72 км/ч**, проезжает мимо столба за **25 секунд**. Найдите длину поезда в метрах



Решение.

$$t = 25 \text{ с} = \frac{25}{60} \text{ мин} = \frac{25}{60 \cdot 60} \text{ ч} = \frac{1}{144} \text{ ч}$$

$$S = 72 \cdot \frac{1}{144} = \frac{1}{2} = 0,5(\text{км}) = 500(\text{м})$$

Ответ : 500 м – длина поезда .



№ 11. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 141 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 6 км/ч, за 12 секунд. Найдите длину поезда в метрах



Решение.

$$1) t = 12 \text{ с} = \frac{12}{60} \text{ мин} = \frac{12}{60 \cdot 60} \text{ ч} = \frac{1}{300} \text{ ч}$$

2) $141 - 6 = 135 \text{ (км/ч)}$ – скорость сближения.

$$3) 135 \cdot \frac{1}{300} = \frac{45}{100} = 0,45 \text{ (км)} = 450 \text{ (м)}$$

Ответ : 450 м – длина поезда .



№ 12. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 26 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 90 секунд. Найдите длину поезда в метрах



Решение.

$$1) t = 90 \text{ с} = \frac{90}{60} \text{ мин} = \frac{90}{60 \cdot 60} \text{ ч} = \frac{1}{40} \text{ ч}$$

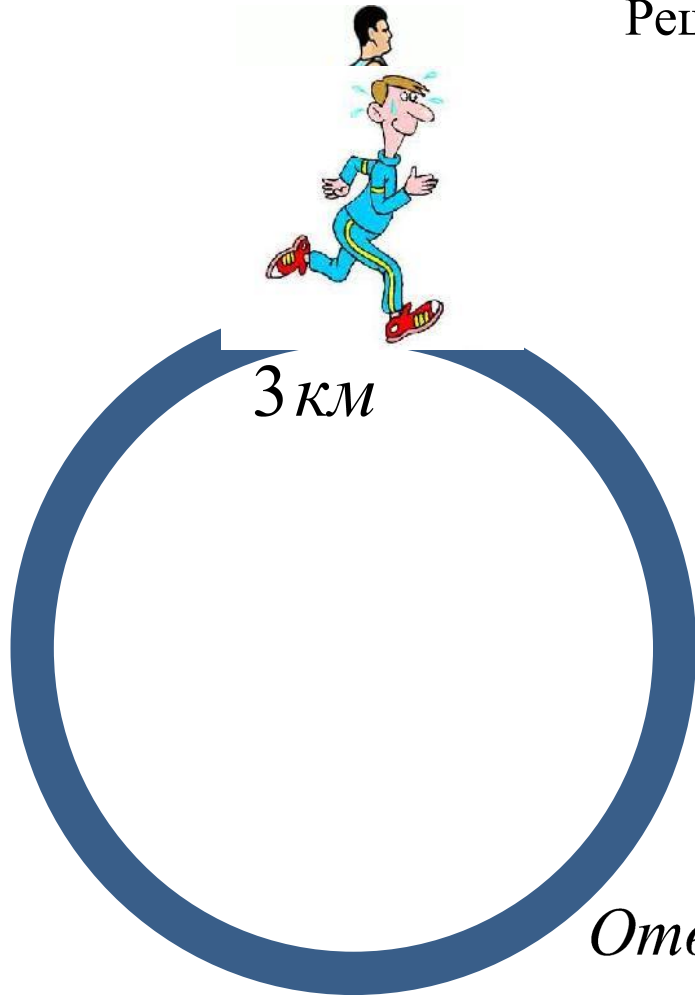
$$2) 26 + 4 = 30 (\text{км/ч}) - \text{скорость сближения.}$$

$$3) 30 \cdot \frac{1}{40} = \frac{3}{4} = 0,75 (\text{км}) = 750 (\text{м})$$

Ответ: 750 м – длина поезда.





№ 13. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя 1 час, когда одному из них оставалось 3 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг 6 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 5 км/ч меньше скорости второго .



Решение.

$$6 \text{ мин} = 6 : 60 \text{ ч} = 0,1 \text{ ч}$$

	$v, \text{ км /ч}$	$t \text{ ч}$	$S \text{ км}$
I 	x	1	x
II 	$x + 5$	$1 - 0,1 = 0,9$	$0,9(x + 5)$

$< \text{ на } 3$

$$x < 0,9(x + 5) \text{ на } 3$$

$$0,9(x + 5) - x = 3 \quad | \cdot 10$$

$$9(x + 5) - 10x = 30$$

$$9x + 45 - 10x = 30$$



$$x = 15$$

Ответ : 15 км / ч – скорость первого бегуна.



**№ 14. Свежие фрукты содержат 88 % воды, а высушенные - 30%.
Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг
высушенных фруктов?**

Решение.

	<i>$m, \text{кг}$</i>	<i>Сухое вещ-во, %</i>	<i>Сухое вещ-во, кг</i>	<i>Влага, %</i>
	x	$100 - 88 = 12\% = 0,12$	$0,12x$	88%
	72	$100 - 30 = 70\% = 0,7$	$0,7 \cdot 72$	30%

$$0,12x = 0,7 \cdot 72$$



$$x = \frac{0,7 \cdot 72}{0,12} = \frac{70 \cdot 72}{12} = 70 \cdot 6 = 420 (\text{кг})$$

Ответ : 420 кг.



**№ 15. Свежие фрукты содержат 79 % воды, а высушенные - 16%.
Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?**

Решение.

	<i>$m, \text{кг}$</i>	<i>Сухое вещ-во, %</i>	<i>Сухое вещ-во, кг</i>	<i>Влага, %</i>
	<i>288 кг</i>	$100 - 79 = 21\% = 0,21$	$0,21 \cdot 288$	<i>79%</i>
	<i>x</i>	$100 - 16 = 84\% = 0,84$	$0,84x$	<i>16%</i>

$$0,84x = 0,21 \cdot 288$$

$$x = \frac{0,21 \cdot 288}{0,84} = \frac{21 \cdot 288}{84} = \frac{288}{4} = 72 (\text{кг})$$

Ответ : 72 кг.



№ 16. Три бригады вместе изготовили 114 радиаторов. Известно, что вторая бригада изготовила радиаторов в 3 раза больше, чем первая, и на 16 меньше, чем третья. На сколько радиаторов больше изготовила третья бригада, чем первая?

Решение.

<i>I бригада</i>	x	} 114
<i>II бригада</i>	$3x$	
<i>III бригада</i>	$3x+16$	

$$x + 3x + 3x + 16 = 114$$

$$7x = 114 - 16$$

$$7x = 98$$

$$x = 98 : 7$$

$$x = 14$$

14 радиаторов изготовила I бригада.

$3 \cdot 14 = 42$ (радиатора) - изготовила II бригада.

$3 \cdot 14 + 16 = 58$ (радиатора) – изготовила III бригада.



$58 - 14 = 44$ (радиатора) – на столько больше изготовила III бригада, чем I.

Ответ : на 44 радиатора.



№ 17. Клиент внёс 3000 рублей на два вклада, один из которых даёт годовой доход 8%, а другой – 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 рублей. Какую сумму клиент внёс на каждый вклад?

Решение.

	<i>Первоначальная сумма, руб .</i>	<i>Сумма через год, руб.</i>	
I 	x	$x + 0,08x$	} 3260
II 	$3000-x$	$(3000 - x) + 0,1(3000 - x)$	

$$x + 0,08x + (3000 - x) + 0,1(3000 - x) = 3260$$

$$x + 0,08x + 3000 - x + 300 - 0,1x = 3260$$

$$-0,02x = 3260 - 3000 - 300$$

$$-0,02x = -40$$

$$x = -40 : (-0,02)$$

$$x = 2000$$

2000 рублей внёс вкладчик на I вклад.



3000-2000=1000(руб.) – внёс вкладчик на II вклад.

Ответ : 2000 рублей и 1000 рублей.



№ 16. Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12 % воды. Каков процент воды в свежих грибах ?

Решение.

	<i>$m, \text{кг}$</i>	<i>Сухое вещ-во, %</i>	<i>Сухое вещ-во, кг</i>	<i>Влага, %</i>
	22 кг	$(100 - x)\% = 1 - 0,01x$	$(1 - 0,01x) \cdot 22$	$x\%$
	2,5	$100 - 12 = 88\% = 0,88$	$0,88 \cdot 2,5$	12%

$$(1 - 0,01x) \cdot 22 = 0,88 \cdot 2,5$$

$$22 - 0,22x = 2,2$$

$$-0,22x = -22 + 2,2$$

$$-0,22x = -22 + 2,2$$

$$-0,22x = -19,8$$

$$x = -19,8 : (-0,22)$$

$$x = 90$$

Ответ : 90%.

