Решение систем линейных уравнений

План:

- 1) Введение
- 2) Уравнение и его свойства
- 3) Понятие системы уравнений и её свойства
- 4) Способы решения систем уравнений
- а) Способ подстановки, алгоритм
- б) Способ сравнения, алгоритм
- в) Способ сложения, алгоритм
- г) Графический способ, алгоритм
- д) Метод определителей, алгоритм
- 5) Самостоятельная работа
- 6) Ответы к самостоятельной работе

Алгебра стоит на четырёх китах

Уравнение и его свойства.

Определение:

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных.

$ax=b$ → Линейное уравнение с одной переменной

$ax+by=c$ → Линейное уравнение с двумя переменными

Свойства уравнений:

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Система уравнений и её решение.

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно.

$$\begin{cases} x+y=5; \\ y+l=7; \\ l+m=9; \\ m+x+y=10. \end{cases}$$

- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы.
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет.

$$\begin{cases} x+2y=5; \\ xy=2; \\ x^2+y=3 \end{cases} \qquad x=1, y=2 \qquad \begin{cases} 1+2*2=5; \\ 1*2=2; \\ 1^2+2=3 \end{cases}$$

Способы решения систем уравнений.

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_1\mathbf{x} + b_1\mathbf{y} = c_1, \\ a_2\mathbf{x} + b_2\mathbf{y} = c_2; \end{cases}$$

где a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 - заданные числа, а **x** и **y** - неизвестные

Способы решения

- Способ подстановки
- Способ сравнения
- Способ сложения
- Графический способ
- Метод определителей

Решение системы способом подстановки.

Выразим у через х

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$7x - 2x - 4 = 1;$

$5x = 5;$

$\underline{x = 1};$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$; $y = 6$.

Способ подстановки (алгоритм).

- Из какого-либо уравнения ***выразить*** одну переменную через другую.
- Подставить ***полученное выражение*** для переменной в ***другое*** уравнение и решить его.
- Сделать ***подстановку*** найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной.
- Записать ответ: x=…; y=… .

Решение системы способом сравнения.

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим y через x

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем выражения для y

$7x - 1 = 2x + 4,$

$7x - 2x = 4 + 1,$

$5x = 5,$

$x = 1.$

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)

Способ сравнения (алгоритм).

- ***Выразить*** у через х (или х через у) в каждом уравнении.
- ***Приравнять*** выражения, полученные для одноимённых переменных.
- Решить ***полученное*** уравнение и найти значение одной переменной.
- ***Подставить*** значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение.
- Записать ответ: х=…; у=… .

Решение системы способом сложения.

Уравняем модули коэффи-циентов перед y

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & \mid\cdot(-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравне-ния почленно

$$+\begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x=-12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7\cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)

Способ сложения (алгоритм).

- ***Уравнять*** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной.
- ***Сложить*** почленно уравнения системы.
- Составить ***новую*** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых.
- Решить ***новое*** уравнение и найти значение одной переменной.
- ***Подставить*** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной.
- Записать ответ: $x=\ldots$; $y=\ldots$.

Решение системы графическим способом.

Вырази м у через х

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

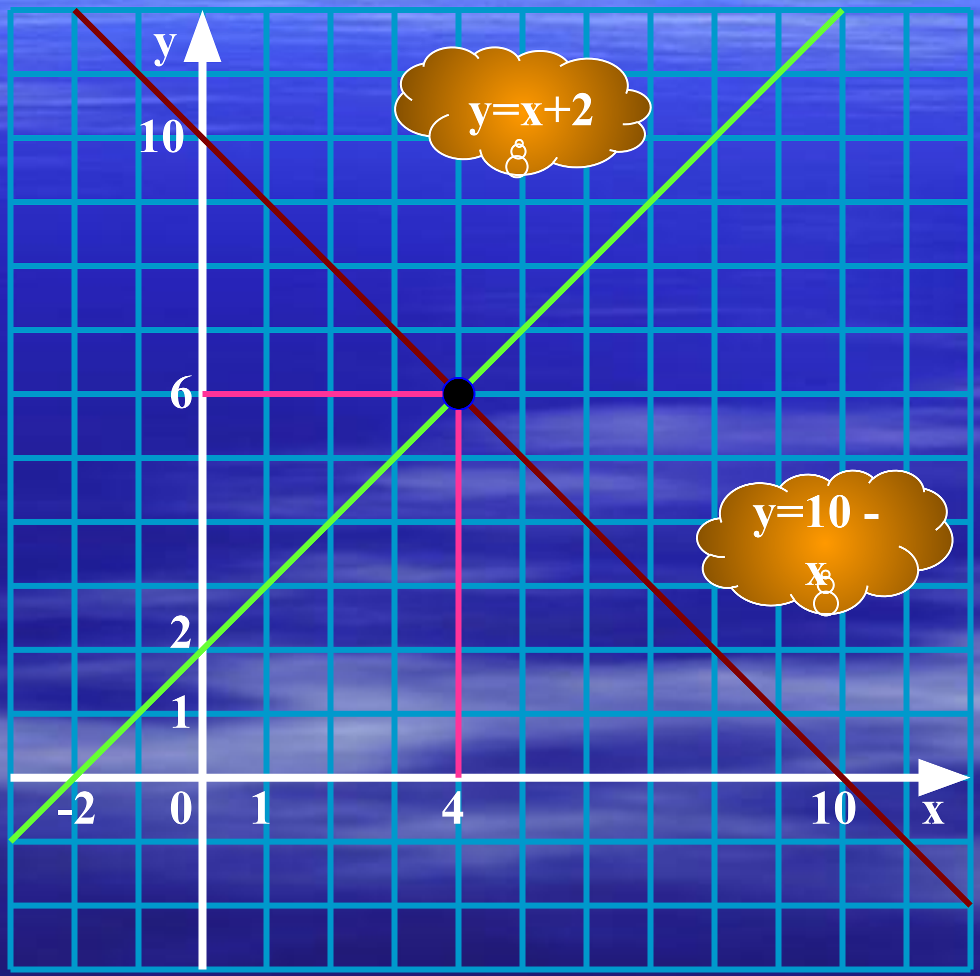
$y=x+2$

x	0	-2
y	2	0

Построим график второго уравнения

$y=10 - x$

x	0	10
y	10	0



Ответ: (4; 6)

Графический способ (алгоритм).

- Выразить y через x в каждом уравнении.
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения.
- Определить координаты точки пересечения.
- Записать ответ: x=…; y=… , или (x; y).

Решение системы методом определителей.

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 17 & 6 \end{vmatrix} = 7\cdot6 - 2\cdot17 = 42 - 34 = 8$$

Составим определитель Δ_x, заменив в определителе Δ первый столбец на столбец свободных членов

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix} = 1\cdot6 - 2\cdot(-9) = 6 + 18 = 24$$

Составим определитель Δ_y, заменив в определителе Δ второй столбец на столбец свободных членов

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 17 & -9 \end{vmatrix} = 7\cdot(-9) - 1\cdot17 = -63 - 17 = -80$$

Найдем x и y

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{24}{8} = 3; \qquad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-80}{8} = -10.$$

Ответ: x=3; y= -10.

Метод определителей (алгоритм).

- Составить табличку (матрицу) коэффициентов при неизвестных и вычислить определитель Δ.
- Найти - определитель Δ_x, получаемый из Δ заменой первого столбца на столбец свободных членов.
- Найти - определитель Δ_y, получаемый из Δ заменой второго столбца на столбец свободных членов.
- Найти значение переменной x по формуле Δ_x / Δ.
- Найти значение переменной y по формуле Δ_y / Δ.
- Записать ответ: x=…; y=… .

Самостоятельная работа.

1) метод подстановки

$$\begin{cases} x+y=3, \\ 2x-3y=1; \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} x-y=1, \\ x^2+2x-y=3; \end{cases}$$

3) метод сравнения

$$\begin{cases} 2x+y=4, \\ y-3x=-6; \end{cases}$$

4) метод сложения

$$\begin{cases} 2x+3y=3, \\ 2x-3y=9; \end{cases}$$

5)

$$\begin{cases} x+5y=7, \\ 3x-10y=16; \end{cases}$$

6) графический метод

$$\begin{cases} 2x+y=1, \\ y-x=1; \end{cases}$$

7)

$$\begin{cases} y-x=2, \\ x^2-y=-2; \end{cases}$$

8) метод определителей

$$\begin{cases} x+2y=6, \\ 3x+8y=-10; \end{cases}$$

Проверь себя.

- 1) (2;1)
- 2) (-2;-3);(1;0)
- 3) (2;0)
- 4) (3;-1)
- 5) (6;0,2)
- 6) (0;1)
- 7) (0;2);(1;3)
- 8) (34;-14)

И в заключение…

- Надеюсь, что эта информация поможет тебе хорошо разобраться в этой теме, а значит получить на контрольной работе только «5»!

Благодарю за внимание !