

Решение систем линейных уравнений

План:

- 1) Введение
- 2) Уравнение и его свойства
- 3) Понятие системы уравнений и её свойства
- 4) Способы решения систем уравнений
 - а) Способ подстановки, алгоритм
 - б) Способ сравнения, алгоритм
 - в) Способ сложения, алгоритм
 - г) Графический способ, алгоритм
 - д) Метод определителей, алгоритм
- 5) Самостоятельная работа
- 6) Ответы к самостоятельной работе



Алгебра стоит на четырёх китах



Уравнение и его свойства.

Определение:

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных.

$$ax=b$$



Линейное уравнение с
одной переменной

$$ax+by=c$$



Линейное уравнение с
двумя переменными

Свойства уравнений:

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному.
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.



Система уравнений и её решение.

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y=5; \\ y+l=7; \\ l+m=9; \\ m+x+y=10. \end{array} \right.$$



- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы.
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет.

$$\begin{cases} x+2y=5; \\ xy=2; \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

$$x = 1, y = 2$$

$$\begin{cases} 1+2*2=5; \\ 1*2=2; \\ 1^2+2=3 \end{cases}$$



Способы решения систем уравнений.

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$

где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ - заданные числа, а x и y - неизвестные

Способы решения

Способ
подстановки

Способ
сравнения

Способ
сложения

Графический
способ

Метод
определителей



Решение системы способом подстановки.

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подставим

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 2x - 4 &= 1; \\ 5x &= 5; \\ \underline{x} &= 1; \end{aligned}$$

Подставим

Ответ: $x=1$; $y=6$.



Способ подстановки (алгоритм).

- Из какого-либо уравнения **выразить** одну переменную через другую.
- Подставить **полученное выражение** для переменной в **другое** уравнение и решить его.
- Сделать **подстановку** найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной.
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$.



Решение системы способом сравнения.

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Приравняем
м
выражения
для y

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 1 &= 2x + 4, \\ 7x - 2x &= 4 + 1, \\ 5x &= 5, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Решим
уравнен

Подстав
им

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)



Способ сравнения (алгоритм).

- **Выразить** y через x (или x через y) в каждом уравнении.
- **Приравнять** выражения, полученные для одноимённых переменных.
- Решить **полученное** уравнение и найти значение одной переменной.
- **Подставить** значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение.
- Записать ответ: $x = \dots$; $y = \dots$.



Решение системы способом сложения.

Уравняем модули коэффициентов перед x

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & \parallel \cdot \\ 17x+6y=-9; & (-3) \end{cases}$$

Сложим уравнения почленно

$$+ \begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)



Способ сложения (алгоритм).

- **Уравнять** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной.
- **Сложить** почленно уравнения системы.
- Составить **новую** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых.
- Решить **новое** уравнение и найти значение одной переменной.
- **Подставить** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной.
- Записать ответ: $x = \dots$; $y = \dots$.



Решение системы графическим способом.

Вырази
м у
через х

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график
первого уравнения

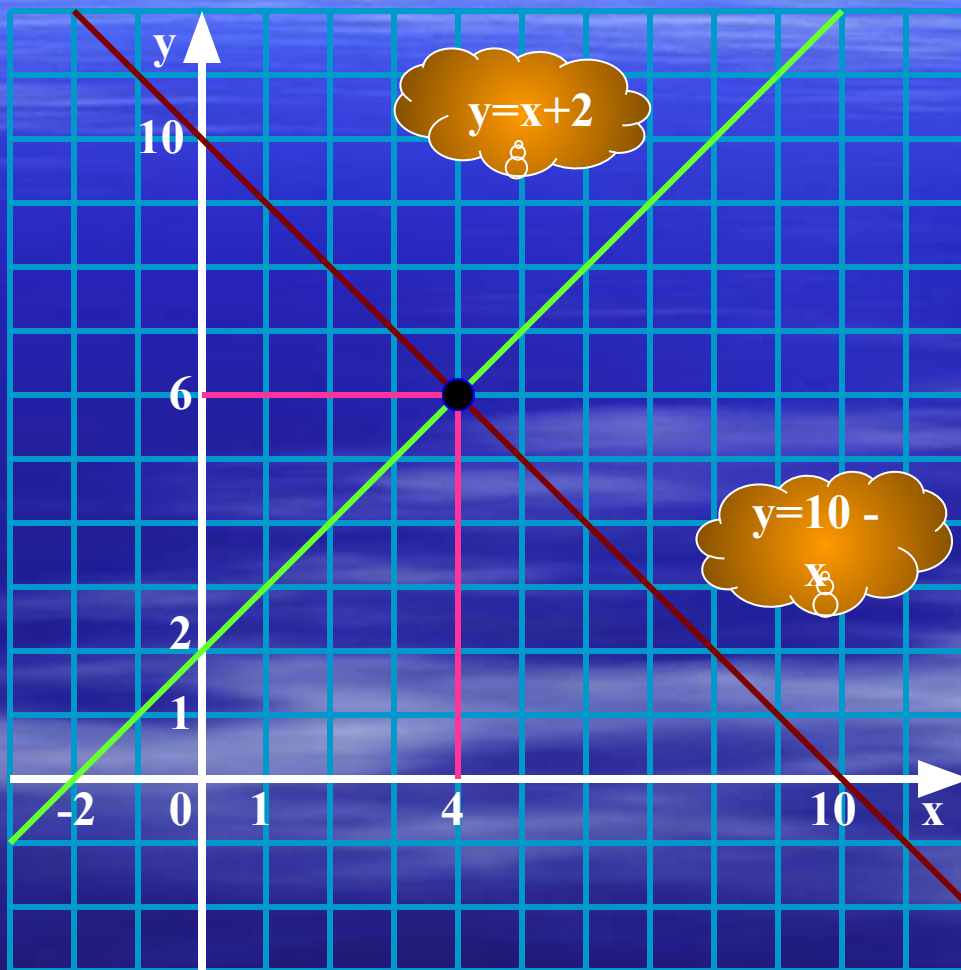
$$y = x + 2$$

x	0	-2
y	2	0

Построим график
второго уравнения

$$y = 10 - x$$

x	0	10
y	10	0



Ответ: (4; 6)



Графический способ (алгоритм).

- Выразить y через x в каждом уравнении.
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения.
- Определить координаты точки пересечения.
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$, или $(x; y)$.



Решение системы методом определителей.

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 17 & 6 \end{vmatrix} = 7 \cdot 6 - 2 \cdot 17 = 42 - 34 = 8$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 2 \cdot (-9) = 6 + 18 = 24$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 17 & -9 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-9) - 1 \cdot 17 = -63 - 17 = -80$$

Найдем x и y

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{24}{8} = 3; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-80}{8} = -10.$$

Ответ: $x=3; y=-10.$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных Δ

на столбец

столбец

эле Δ первой

в определителе

столбец Δ , заменив

членов

определи-

свободных

на столбец

столбец

эле Δ второй

в определителе

столбец Δ , заменив

определи-

Составим



Метод определителей (алгоритм).

- Составить табличку (матрицу) коэффициентов при неизвестных и вычислить определитель Δ .
- Найти Δ_x - определитель, получаемый из Δ заменой первого столбца на столбец свободных членов.
- Найти Δ_y - определитель, получаемый из Δ заменой второго столбца на столбец свободных членов.
- Найти значение переменной x по формуле Δ_x / Δ .
- Найти значение переменной y по формуле Δ_y / Δ .
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$



Самостоятельная работа.

1) метод подстановки

$$\begin{cases} x+y=3, \\ 2x-3y=1; \end{cases}$$

5)

$$\begin{cases} x+5y=7, \\ 3x-10y=16; \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} x-y=1, \\ x^2+2x-y=3; \end{cases}$$

6) графический метод

$$\begin{cases} 2x+y=1, \\ y-x=1; \end{cases}$$

3) метод сравнения

$$\begin{cases} 2x+y=4, \\ y-3x=-6; \end{cases}$$

7)

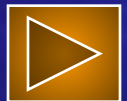
$$\begin{cases} y-x=2, \\ x^2-y=-2; \end{cases}$$

4) метод сложения

$$\begin{cases} 2x+3y=3, \\ 2x-3y=9; \end{cases}$$

8) метод определителей

$$\begin{cases} x+2y=6, \\ 3x+8y=-10; \end{cases}$$



Проверь себя.

- 1) $(2;1)$
- 2) $(-2;-3);(1;0)$
- 3) $(2;0)$
- 4) $(3;-1)$
- 5) $(6;0,2)$
- 6) $(0;1)$
- 7) $(0;2);(1;3)$
- 8) $(34;-14)$



И в заключение...

- Надеюсь, что эта информация поможет тебе хорошо разобраться в этой теме, а значит получить на контрольной работе только «5»!

Благодарю за внимание!