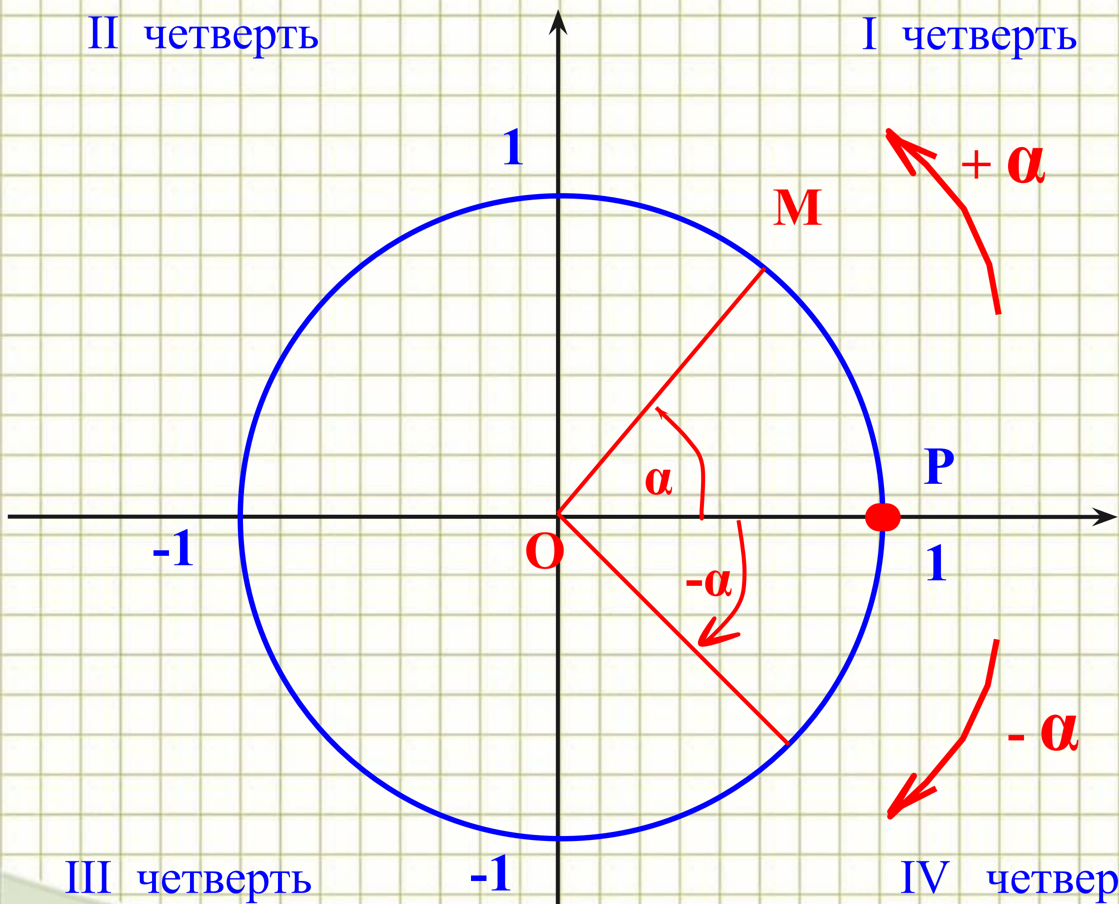
Поворот точки вокруг начала координат.

Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Единичная окружность

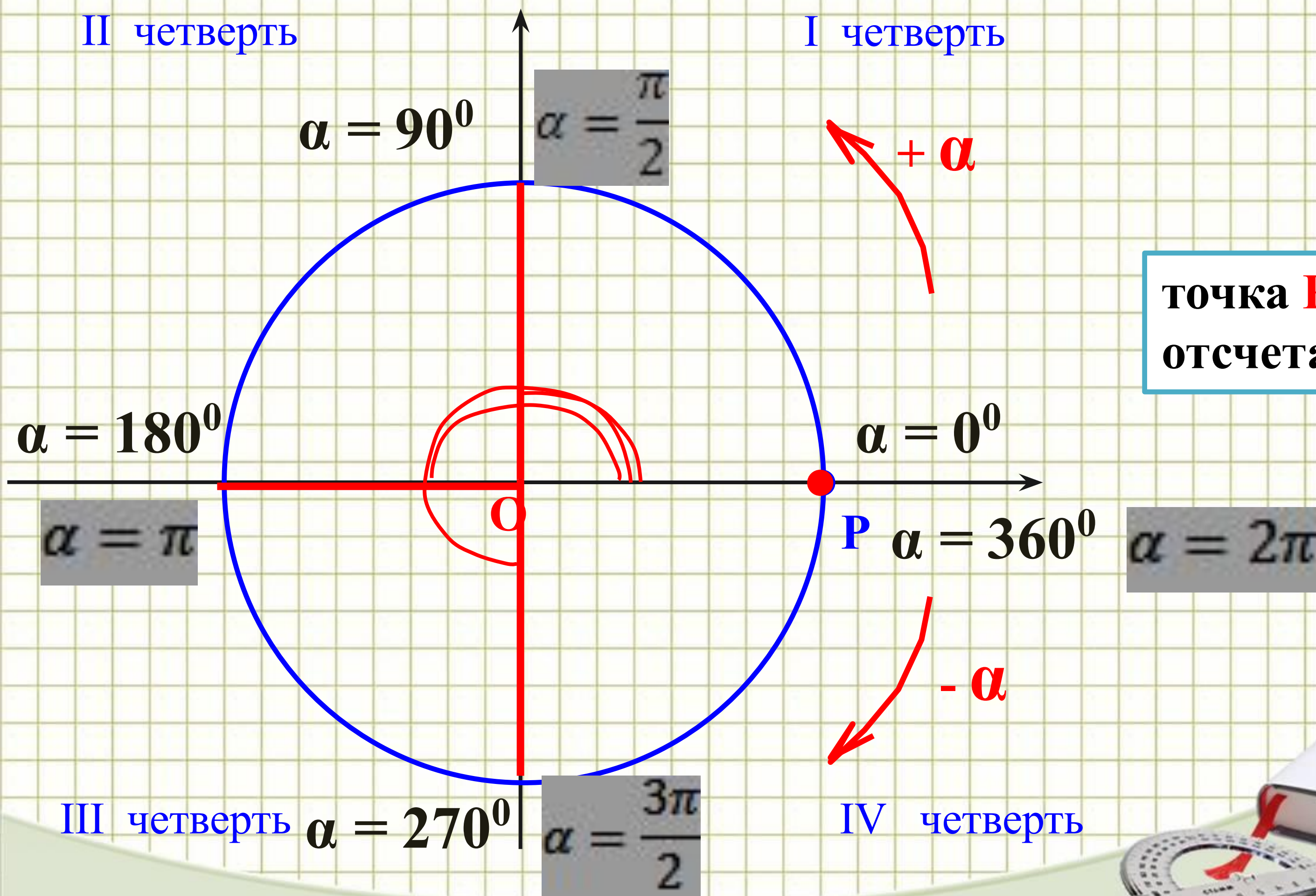
Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



точка P - начало отсчета углов

Единичная окружность

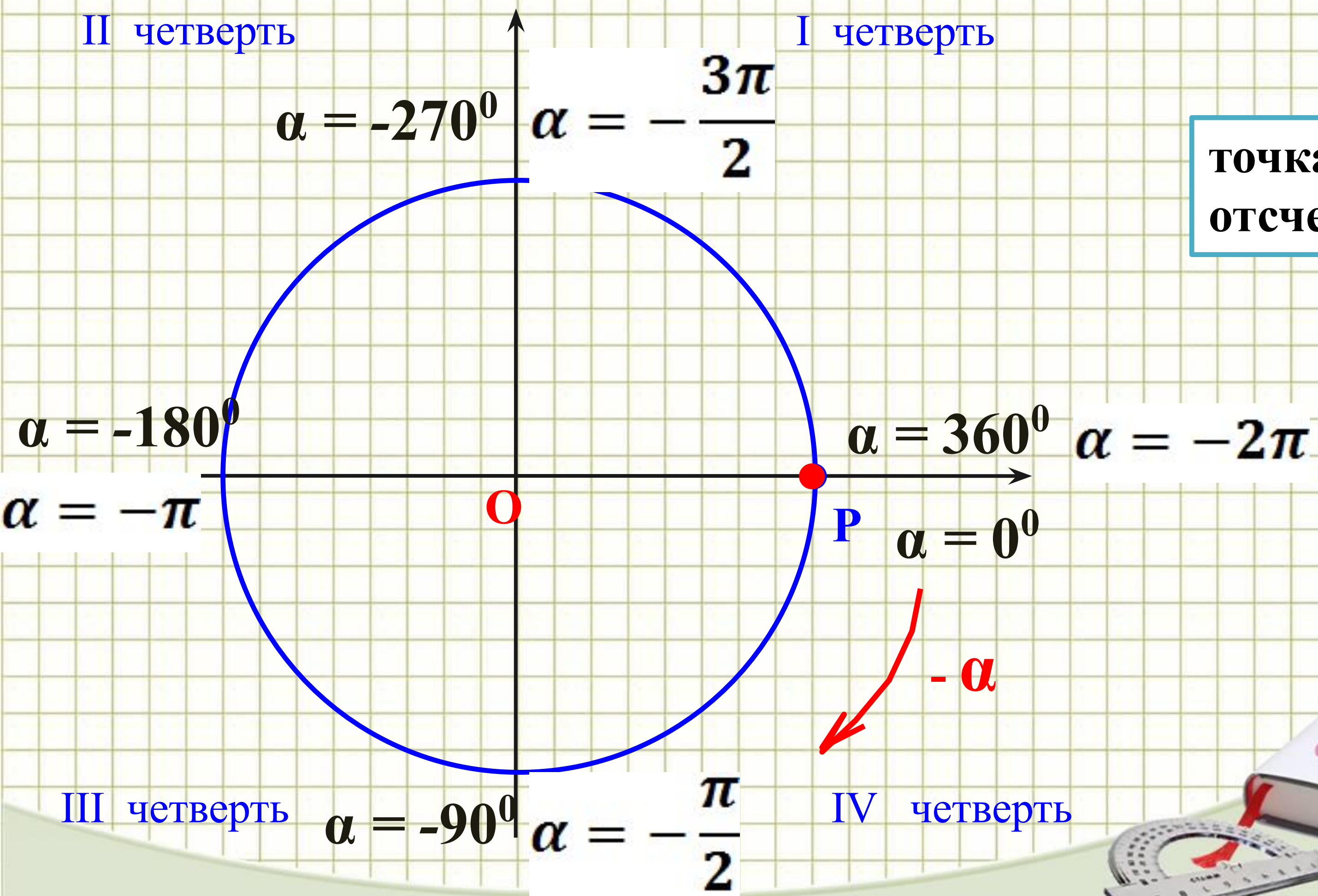
Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



точка P - начало отсчета углов

Единичная окружность

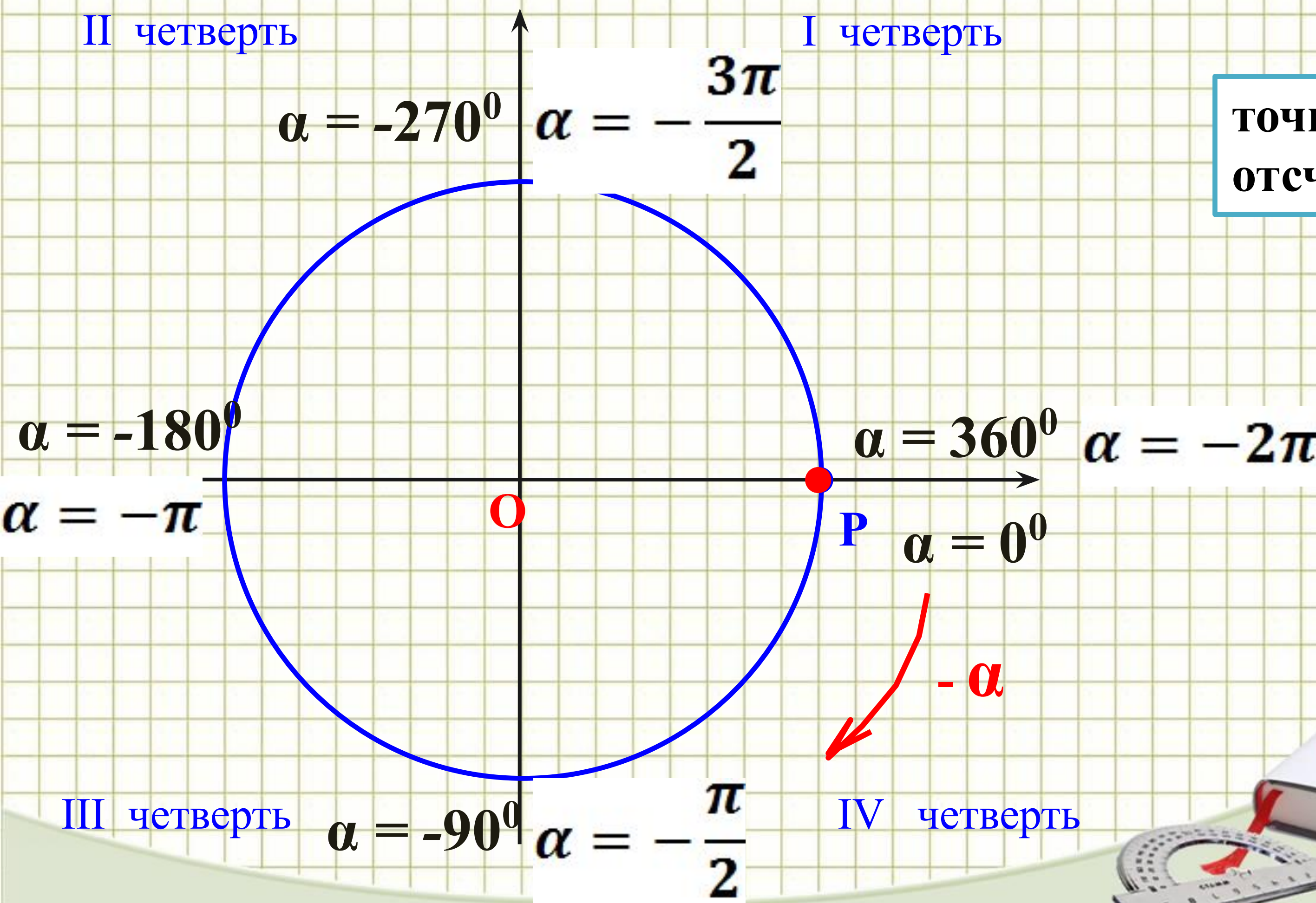
Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



точка P - начало отсчета углов

Единичная окружность

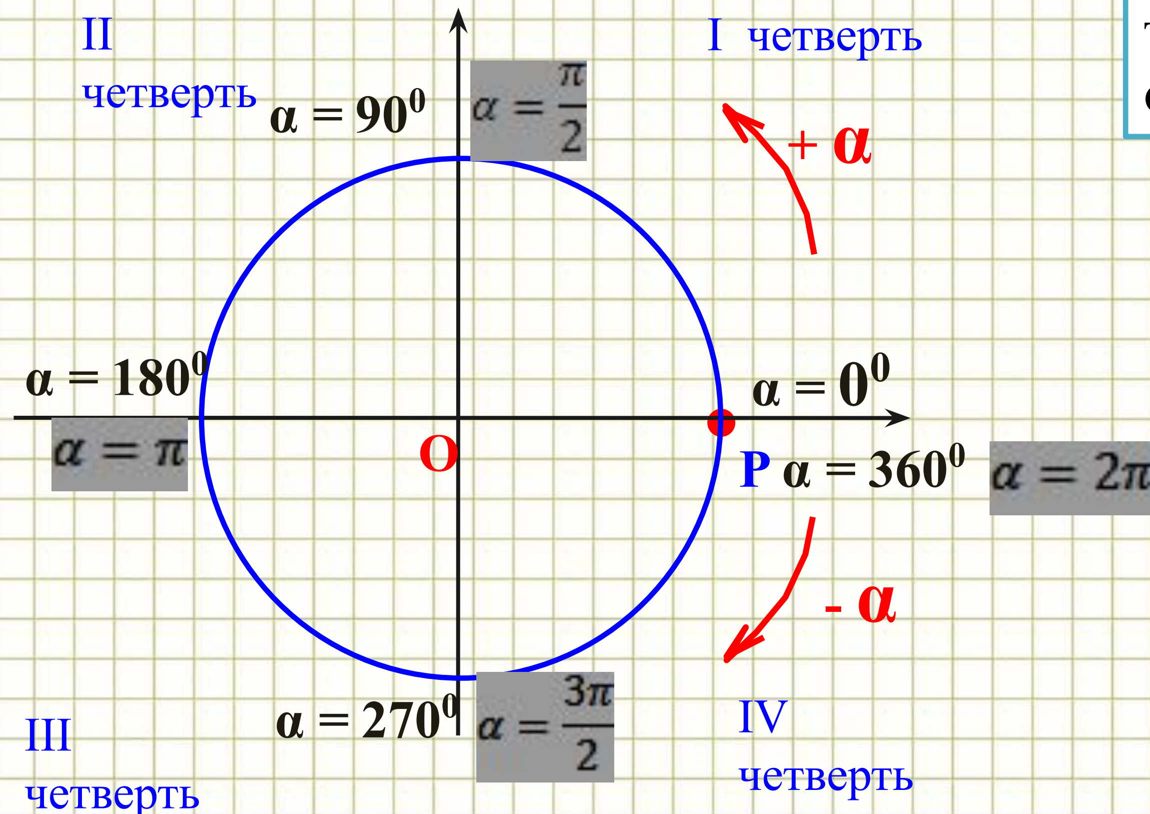
Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



точка P - начало отсчета углов

Единичная окружность

точка P - начало отсчета углов

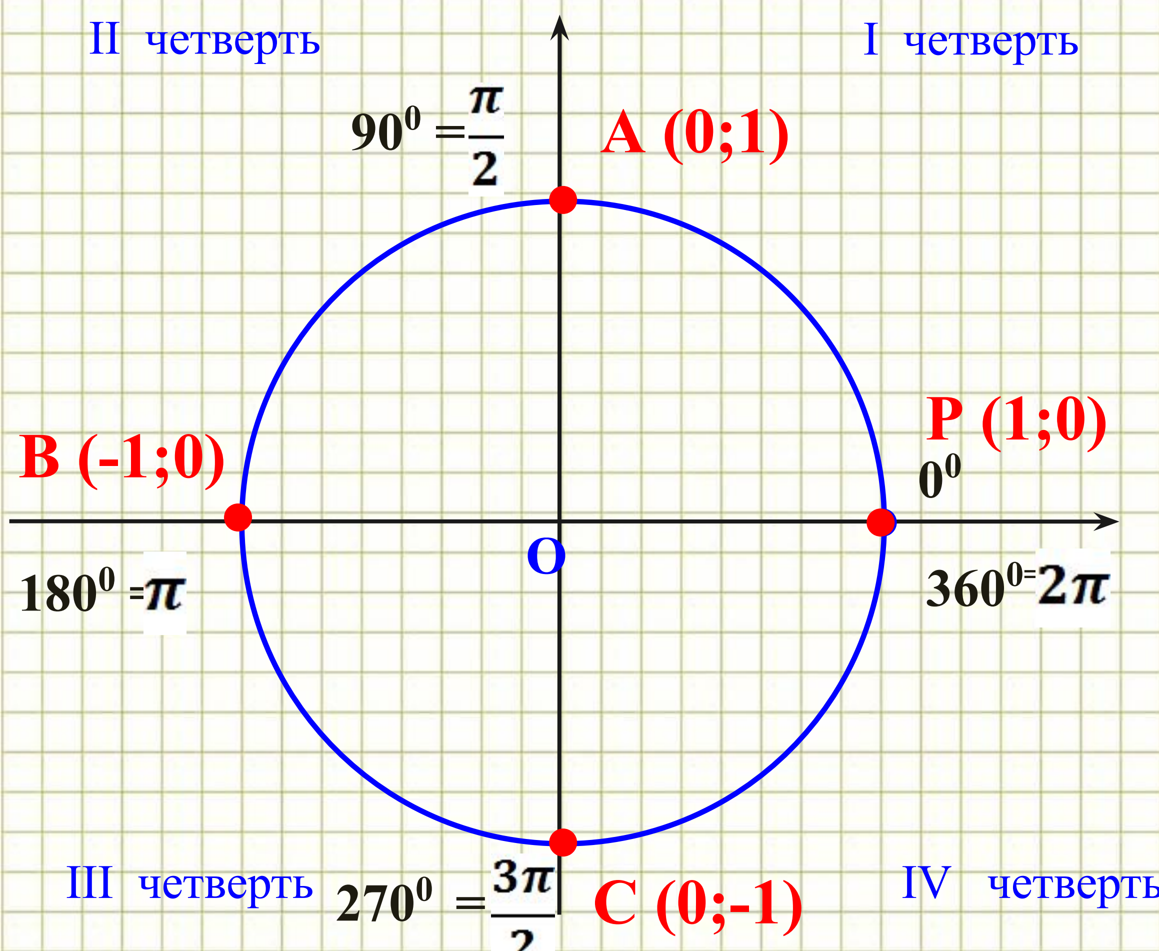


Задание устно: Определить четверть в которой лежит угол

$\frac{\pi}{12}$ 125^0 $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{7\pi}{4}$ -45^0 $\frac{7\pi}{8}$ -300^0 -250^0

-150^0 210^0 390^0 330^0 460^0 -120^0

Координаты точки на единичной окружности



Точке А (0,1) соответствую углы:

90^0

90^0+360^0

$90^0+360^0\ +360^0\ +\ldots$

90^0-360^0

$90^0-360^0\ -360^0\ -\ldots$

Или в радианах:

$\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}+2\pi$

$\frac{\pi}{2}+2\pi+2\pi+\cdots$

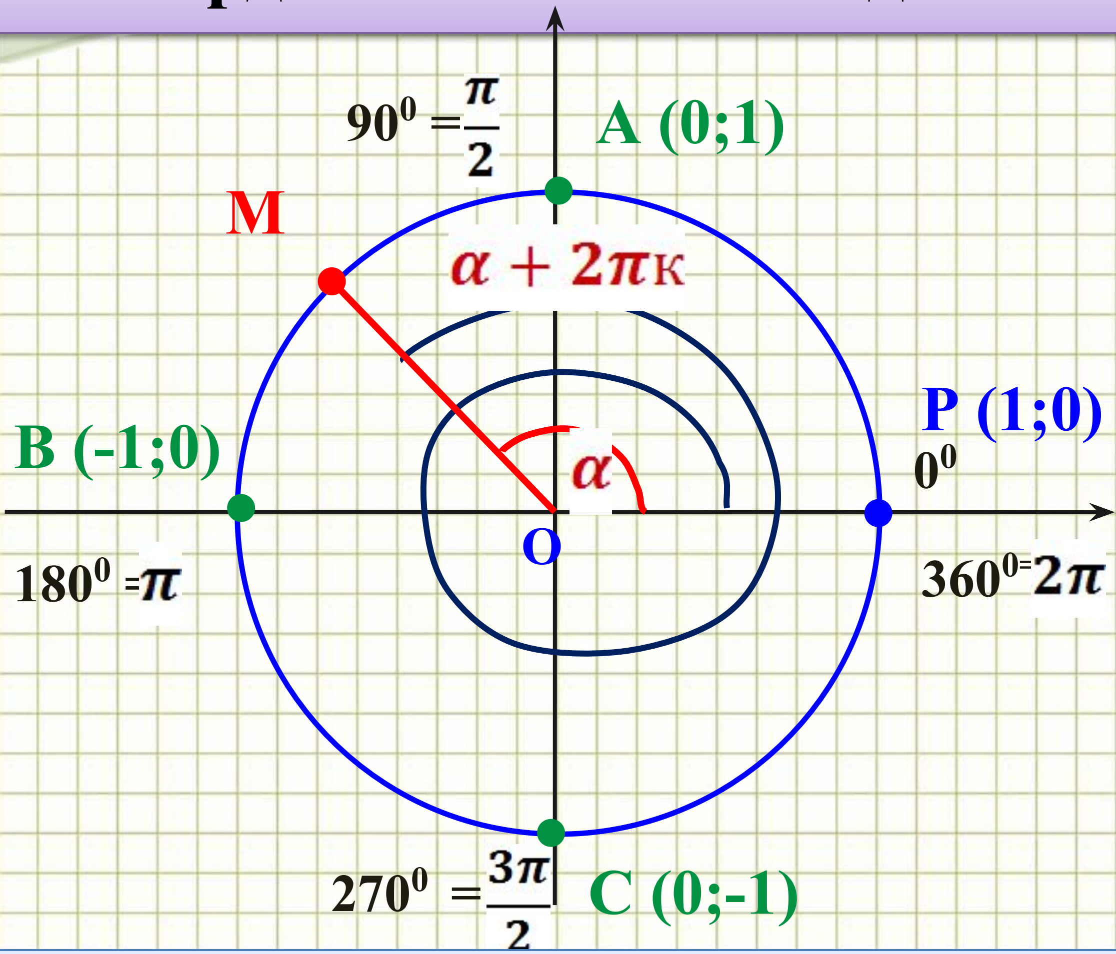
$\frac{\pi}{2}-2\pi$

$\frac{\pi}{2}-2\pi-2\pi-\cdots$

$90° + 360° \cdot к$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot к$, где к – целое число

Координаты точки на единичной окружности



1. Каждому углу α соответствует единственная точка на окружности

2. Одной и той же точке на окружности соответствует бесконечное множество углов $\alpha + 2\pi к$ где к – целое число

Определение синуса и косинуса

$B \ \triangle OMA:$

$OM = 1$

$OA = x;$

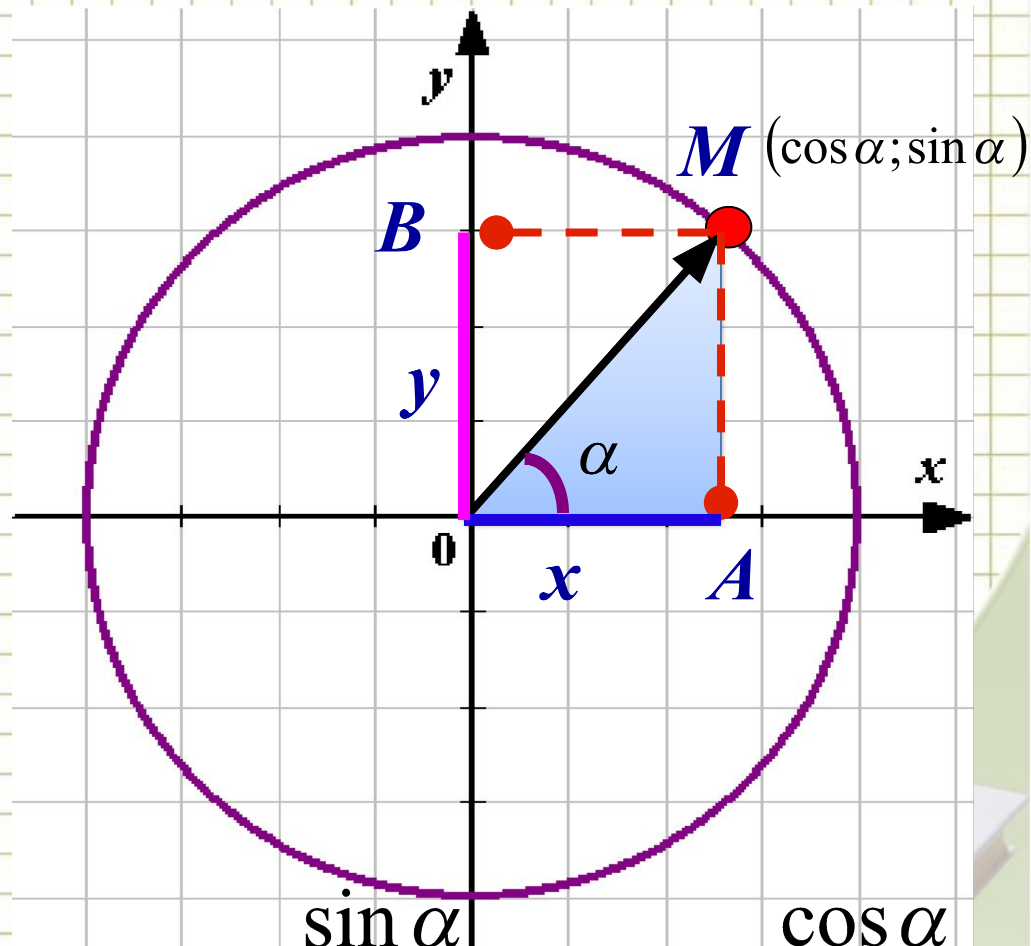
$AM = OB = y$

$\cos\alpha = \dfrac{OA}{OM} = \dfrac{x}{1} = x$

$\cos\alpha = x$

$\sin\alpha = \dfrac{AM}{OM} = \dfrac{y}{1} = y$

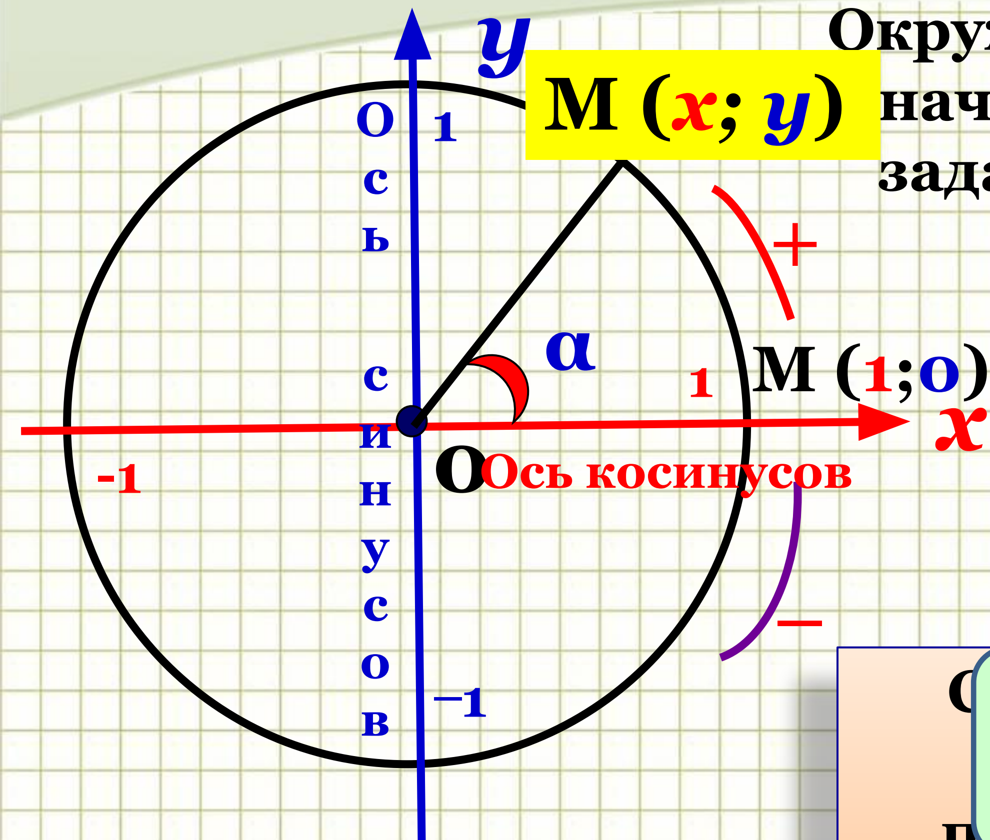
$\sin\alpha = y$



По теореме Пифагора:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$



Окружность **радиуса 1** с центром в начале координат, на которой задана точка **M** — **начало отсчета** для измерения углов, и **направление положительного** обхода, называется **единичной (тригонометрической)** окружностью

С…

п… и

$$\sin\alpha = y$$

Косинусом угл… точки, полученной по… начала координат н…

$$\cos\alpha = x$$

Для любого угла **α существует:**

1) **синус** этого угла и притом **единственный;**

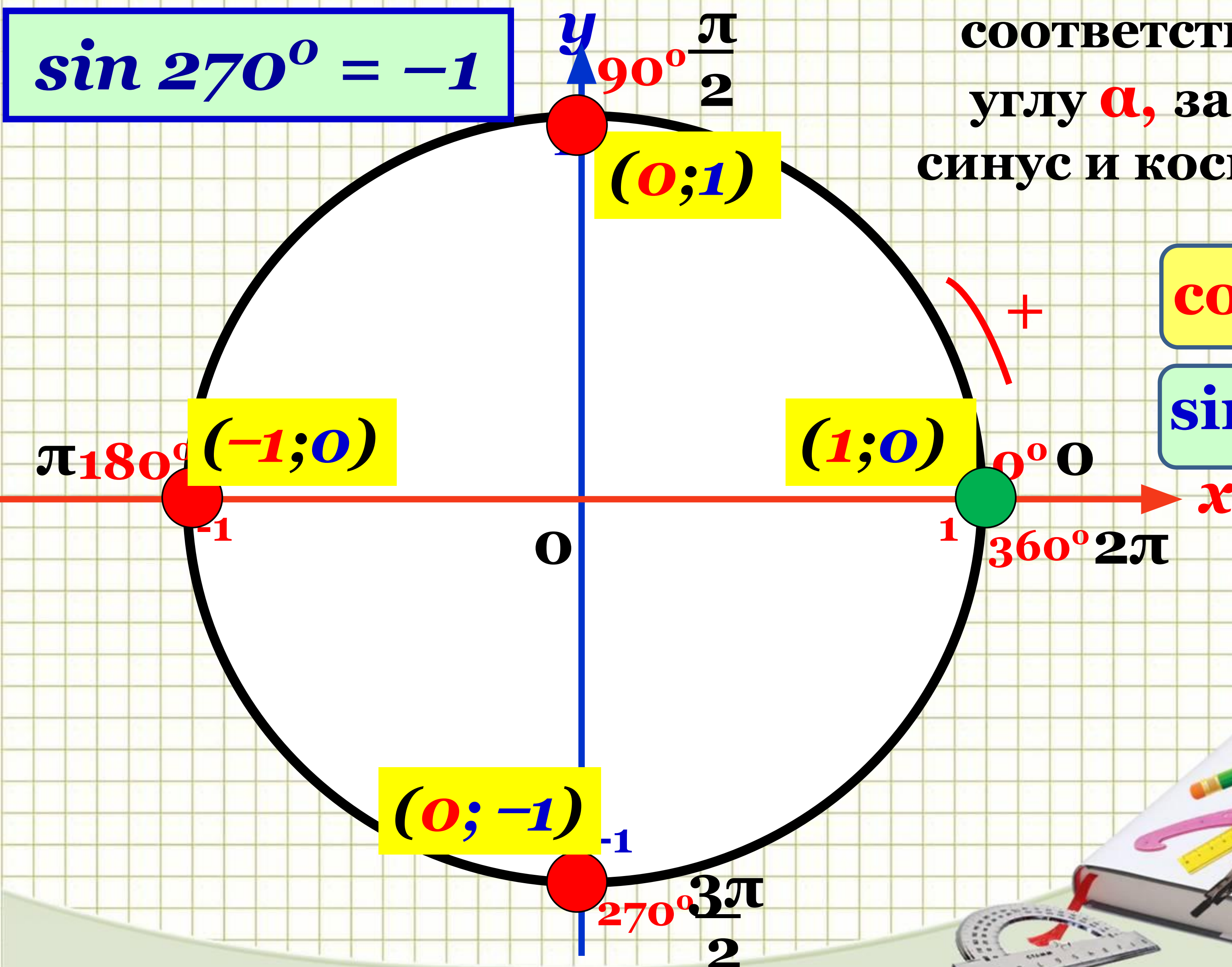
2) **косинус** этого угла и притом **единственный**

Значит, есть функции $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$

$\cos 270^o = 0$

$\sin 270^o = -1$

Используя точку, соответствующую углу α, запишите синус и косинус угла,



$\cos\alpha = x$

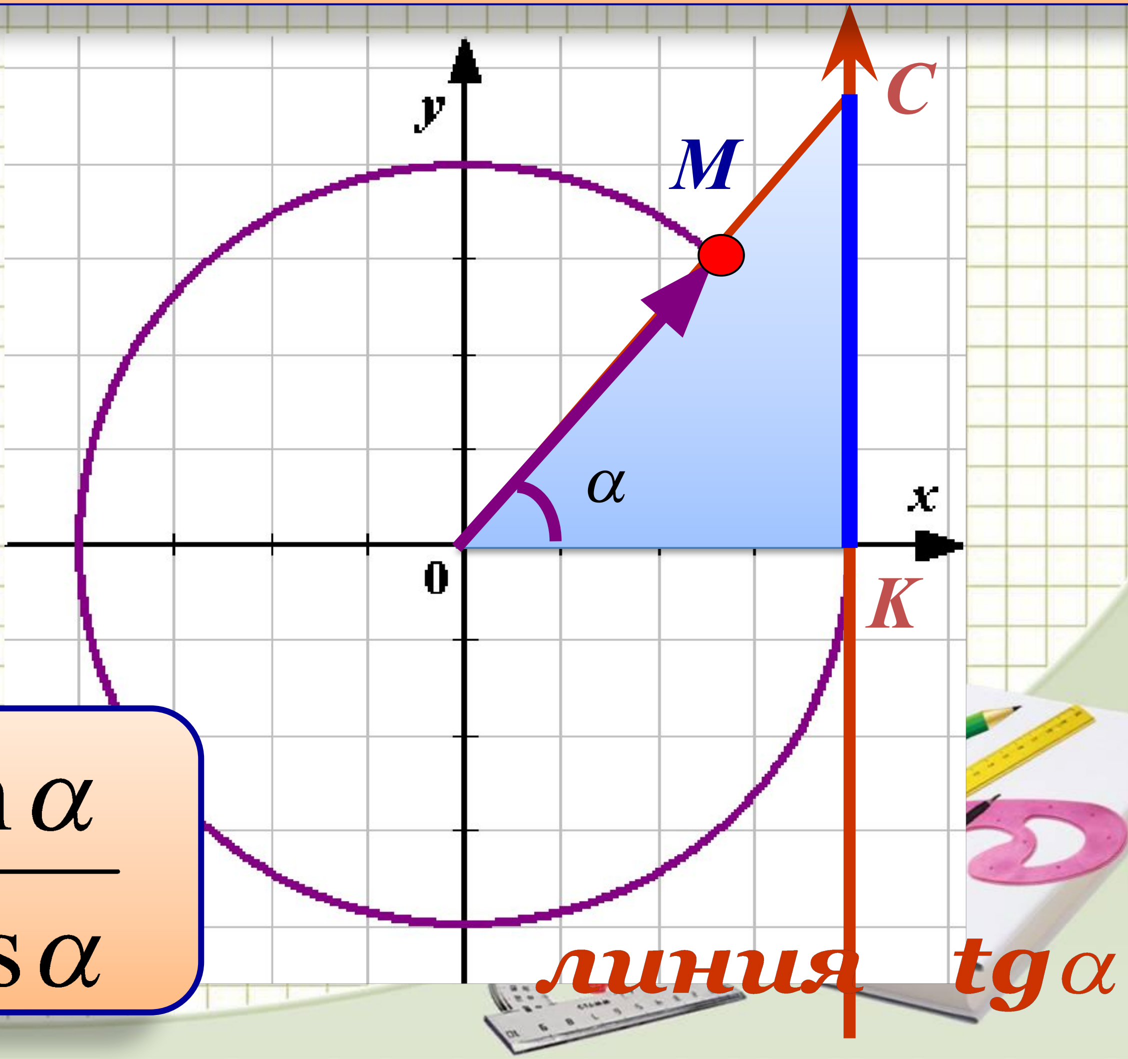
$\sin\alpha = y$

Определение тангенса

Тангенсом угла α называется отношение синуса угла α к его косинусу.

В ΔKOC :

$$tg\alpha = \frac{KC}{OK} = \frac{KC}{1} = KC$$



$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

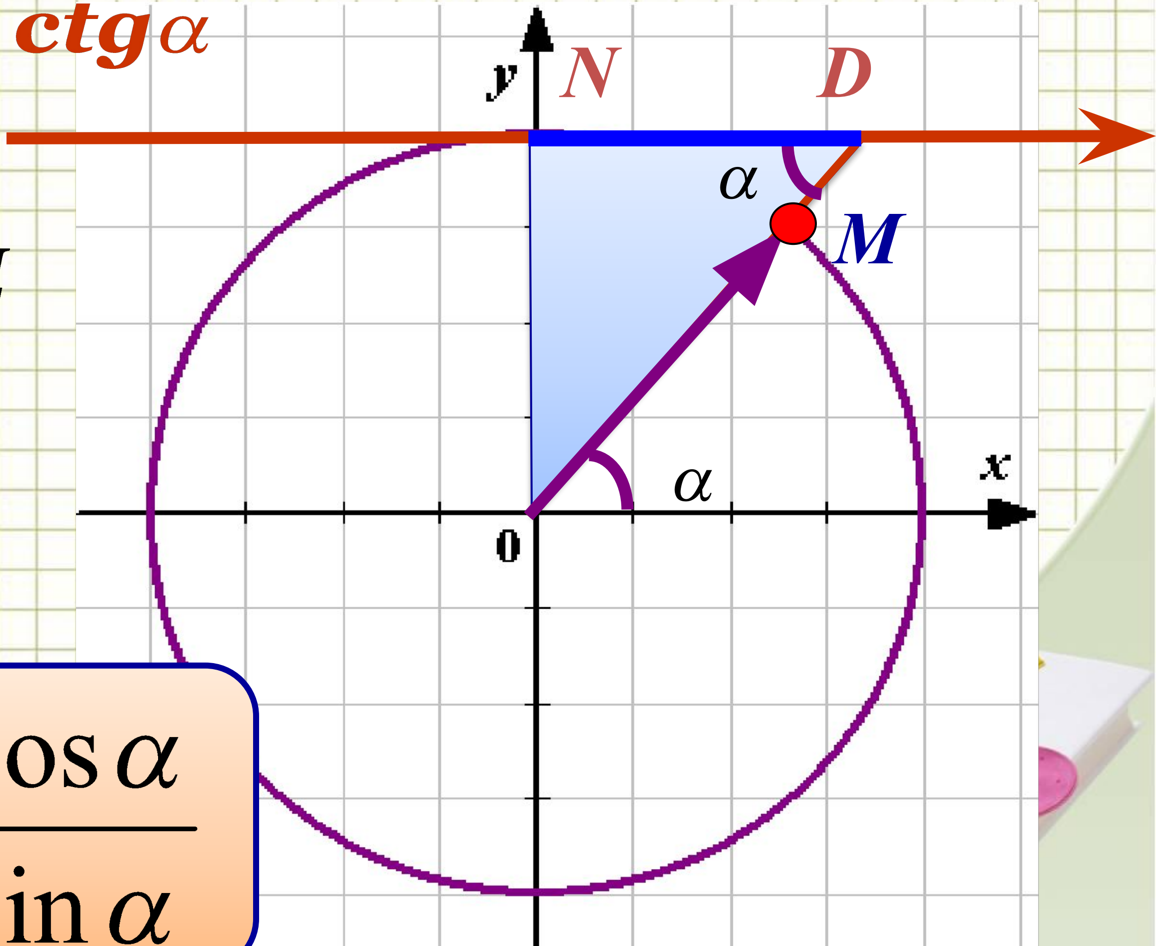
Определение котангенса

Котангенсом угла α называется отношение косинуса угла α к его синусу.

линия $ctg\alpha$

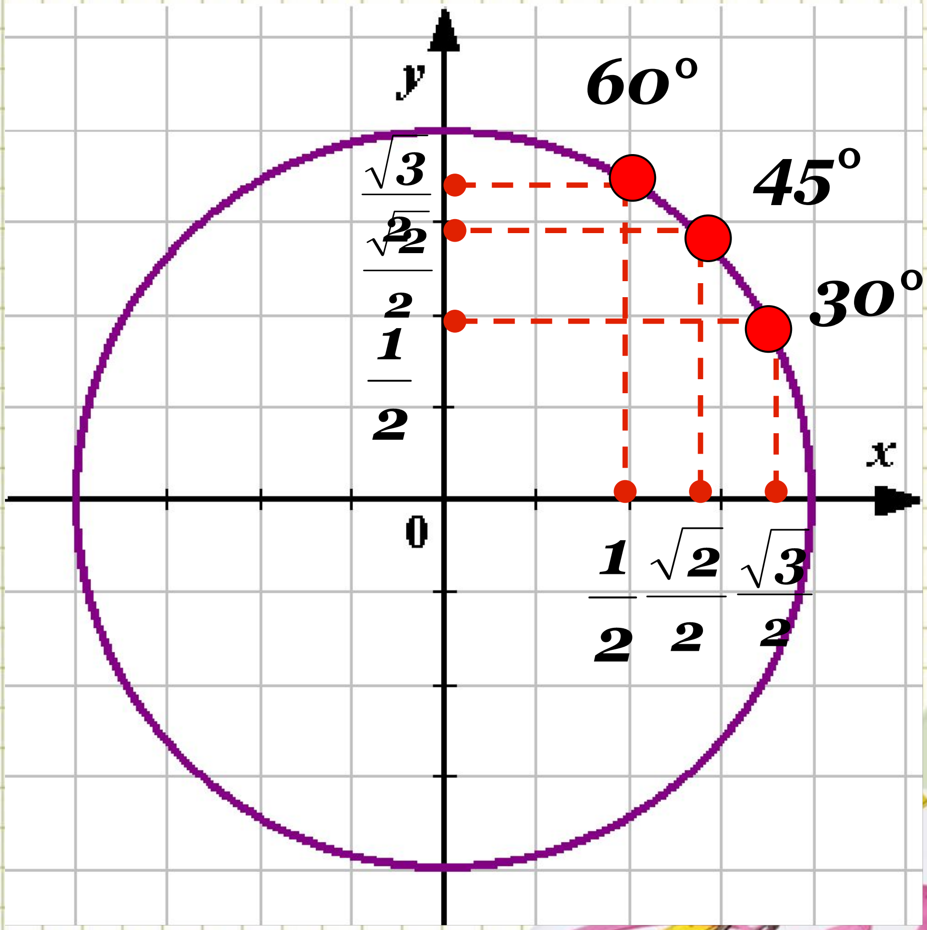
В ΔODN :

$$ctg\alpha = \frac{NД}{ON} = \frac{NД}{1} = NД$$

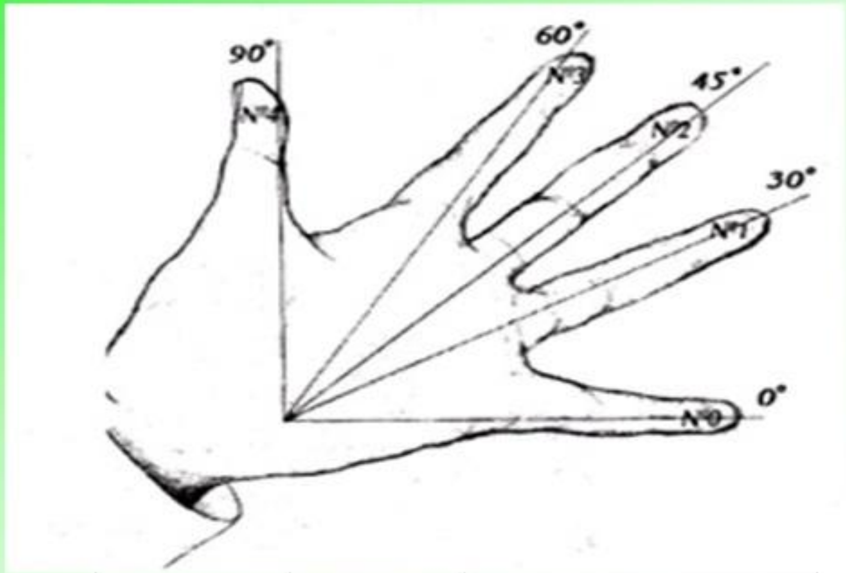


$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Значения синуса и косинуса



Тригонометрия на ладони



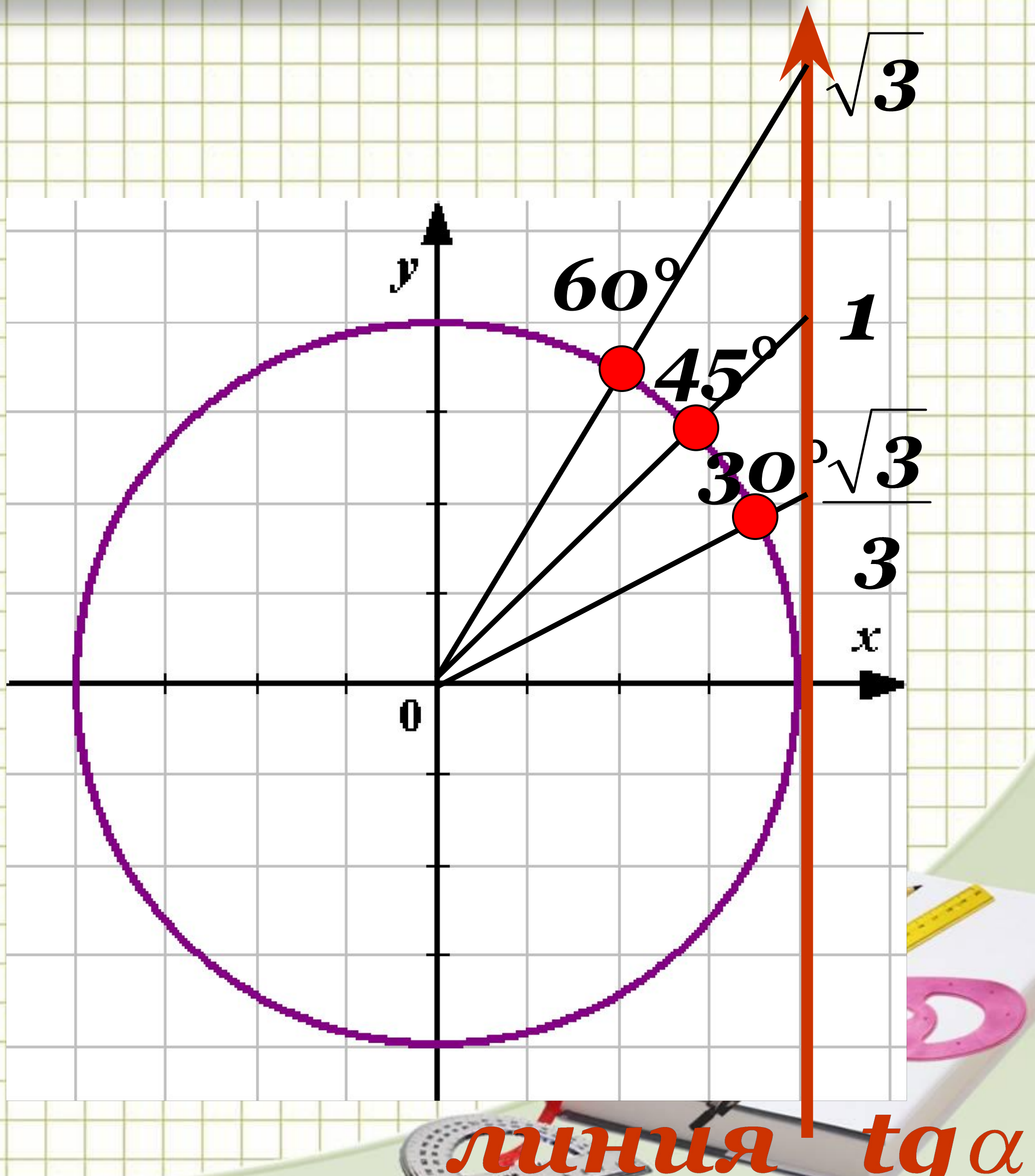
$\sin\alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$, *n – номер пальца*, считая от мизинца

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$, *n – номер пальца*, считая от большого

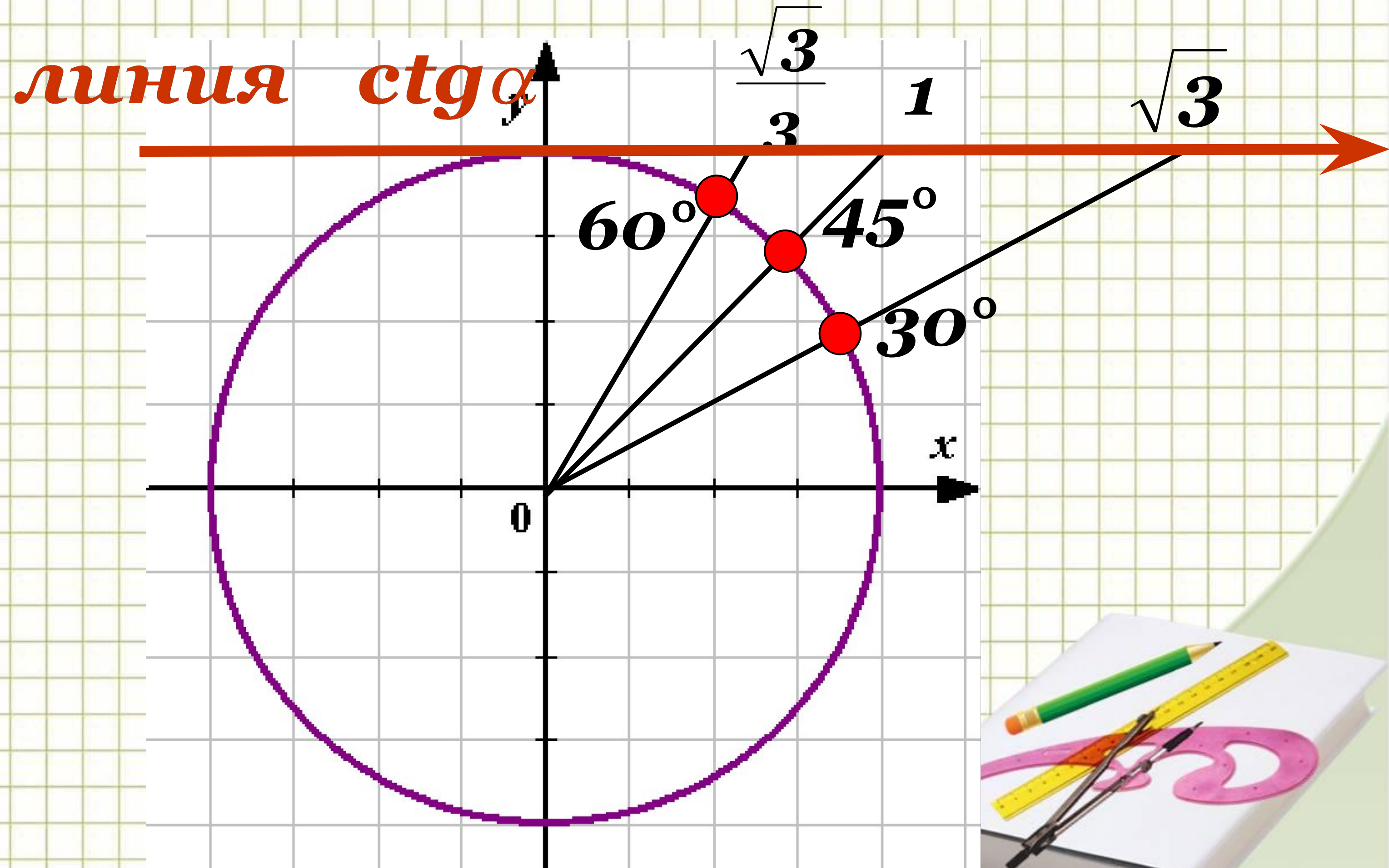
№ пальца	Угол	**sinα**
0	0	$\sin 0° = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30°	$\sin 30° = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45°	$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60°	$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90°	$\sin 90° = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

№ пальца	Угол	**cosα**
4	0°	$\cos 0° = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
3	30°	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45°	$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$
1	60°	$\cos 60° = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
0	90°	$\cos 90° = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

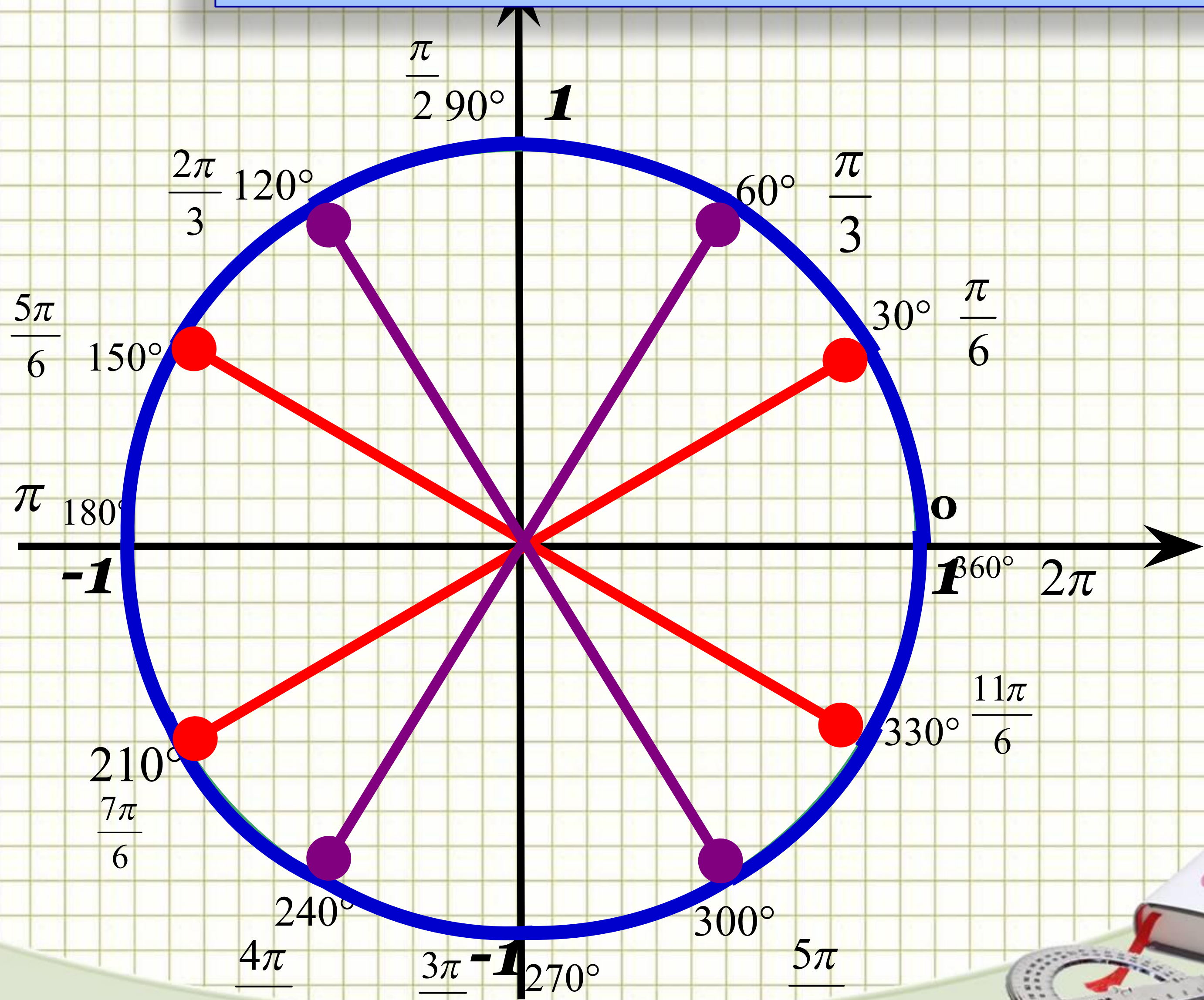
Значения тангенса



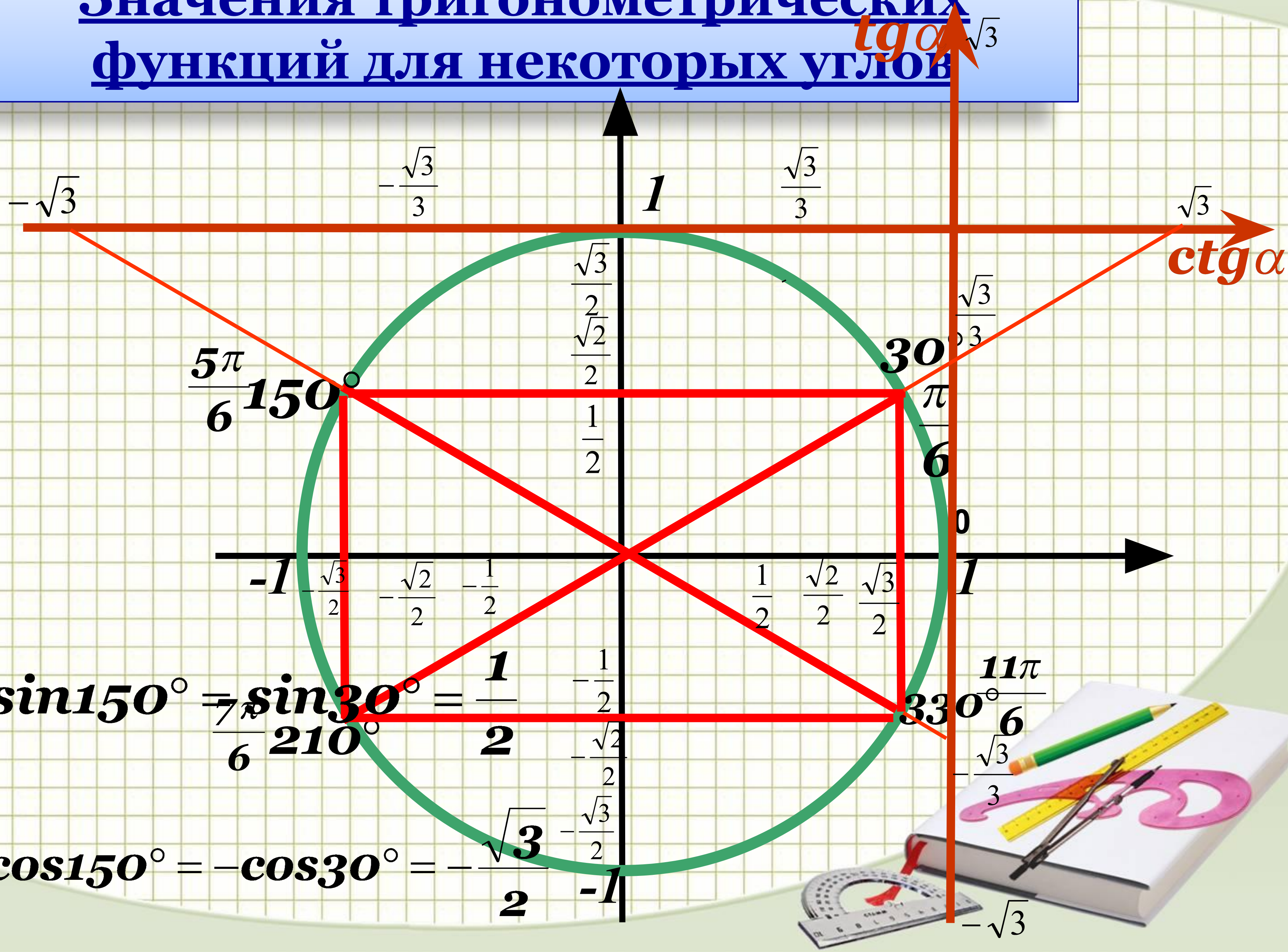
Значения котангенса



Значения тригонометрических функций для некоторых углов



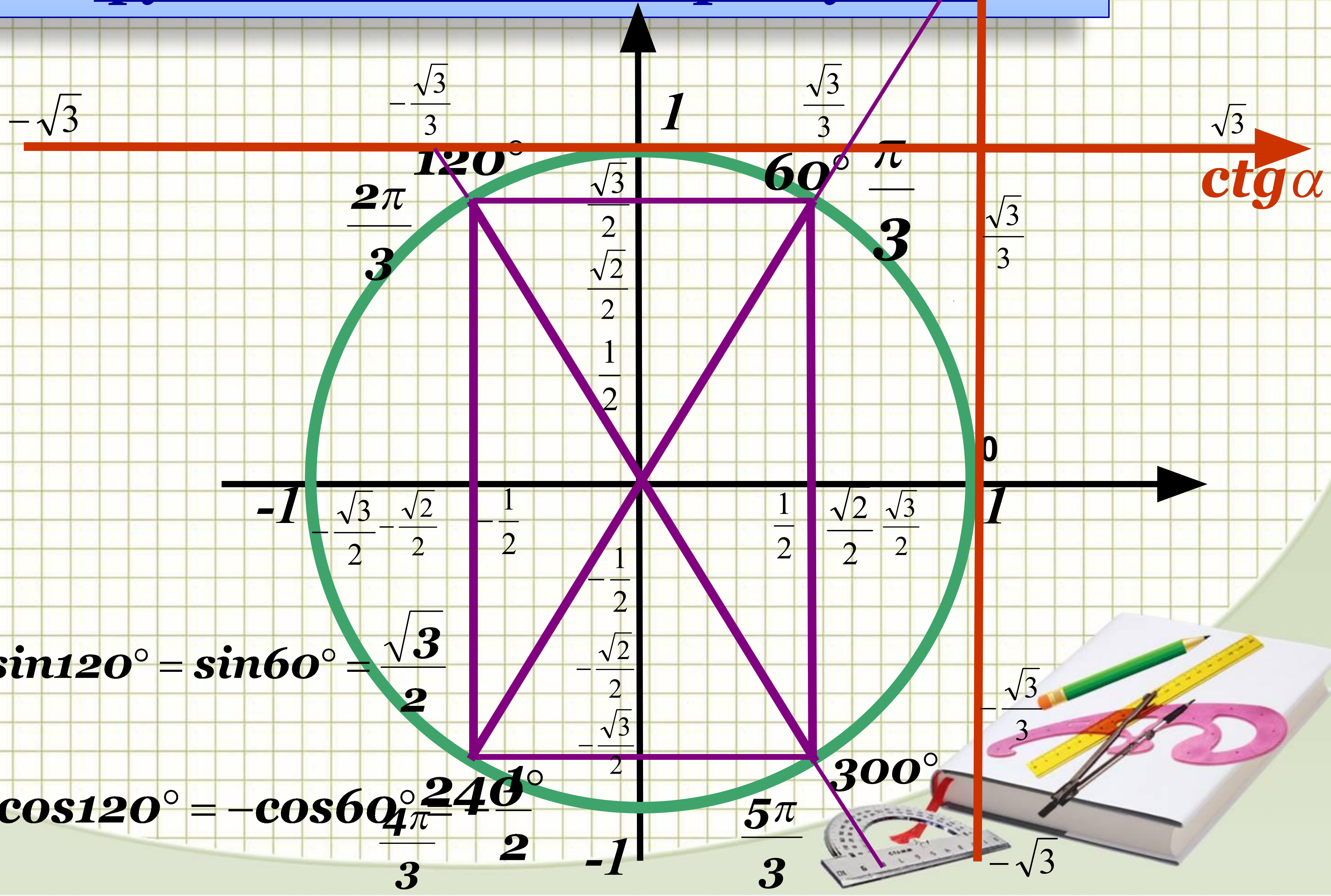
Значения тригонометрических функций для некоторых углов



$$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

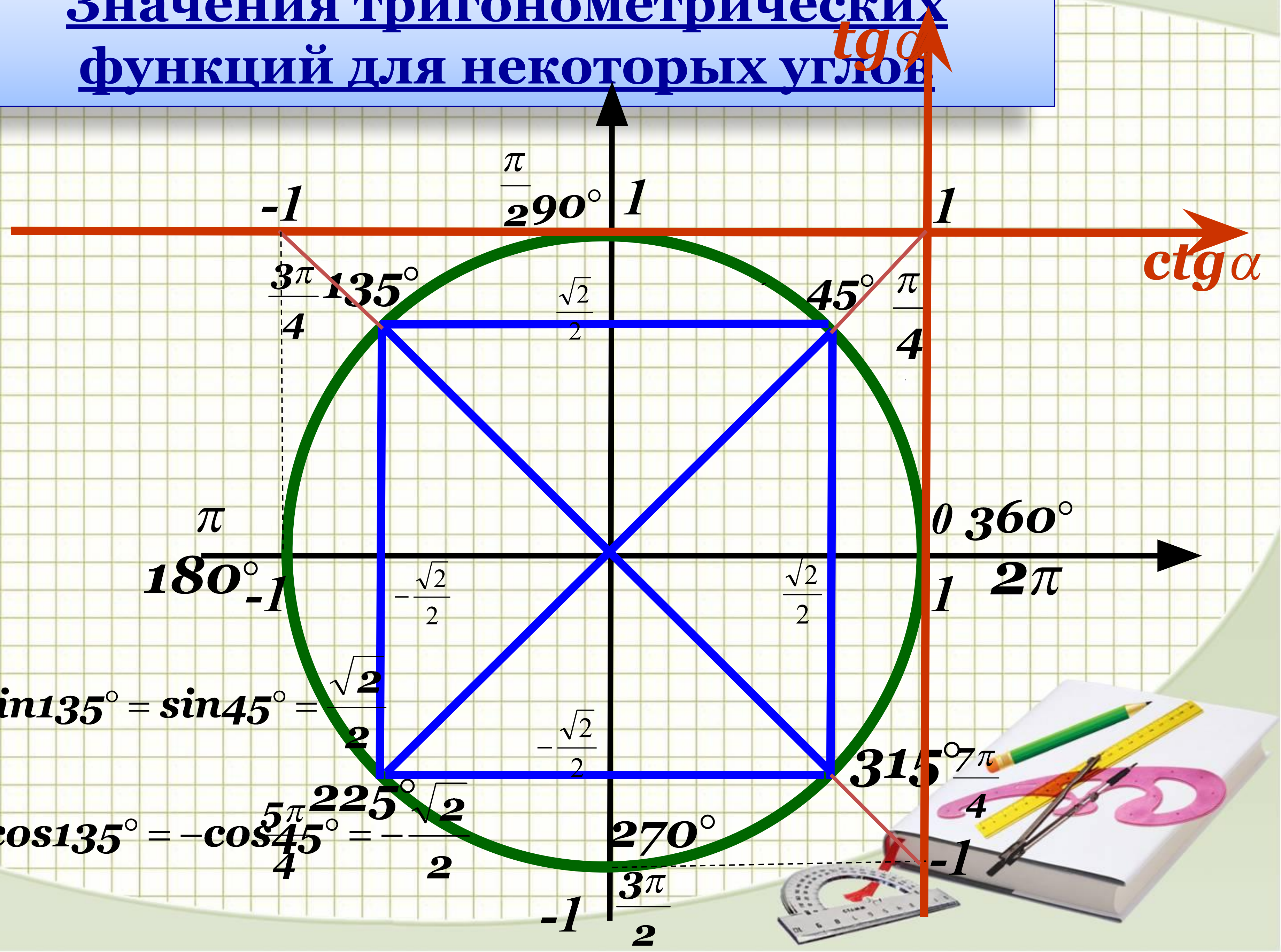
Значения тригонометрических функций для некоторых углов



$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

Значения тригонометрических функций для некоторых углов



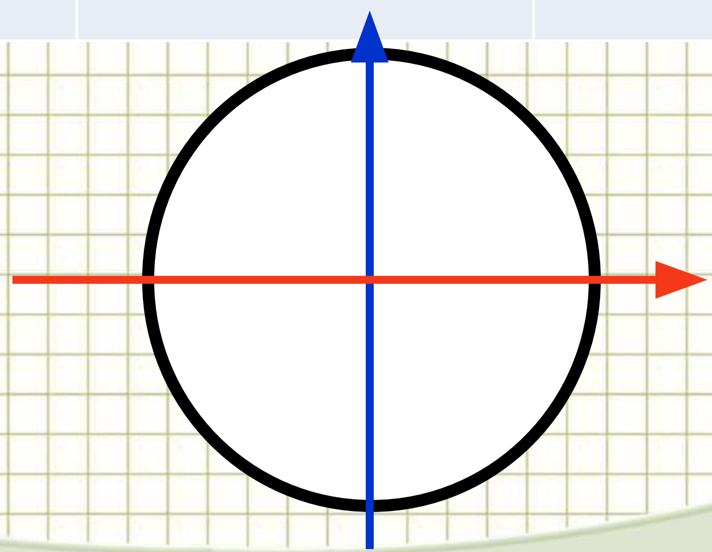
$$\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

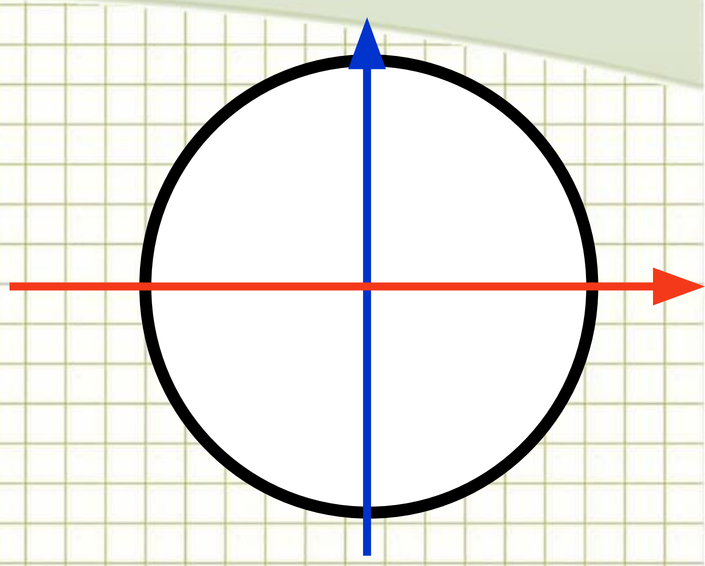
α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	*не определен*
$ctg\alpha$	*не определен*	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Найти все значения синуса и косинуса числа β , если:

β	3π	$3{,}5\pi$	πk
Cos β	-1	0	1; -1
Sin β	0	-1	0



Вычислить:



$$\sin 3\pi - \cos\frac{3\pi}{2} = 0\text{-}0\text{=}0$$

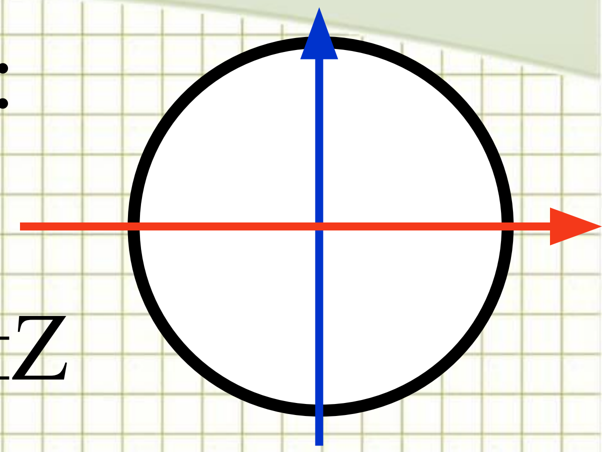
$$\sin \pi k + \cos 2\pi k = 0+1=1$$

$$tg\pi + \cos\pi = 0+0=0$$

$$\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}\bullet\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

Решить уравнение:



1) **Cos x -1=0**

Cos x =1

$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi\kappa, \kappa \in Z$$

2) **Sin 3x=0**

3x=πk, k∈Z

$$x=\frac{\pi\kappa}{3}, \kappa \in Z$$

3) **Cos (5x+4π)=0**

$$5x+4\pi=\frac{\pi}{2}+\pi\kappa, \kappa \in Z$$

$$5x=-\frac{7\pi}{2}+\pi\kappa, \kappa \in Z$$

$$x=-\frac{7\pi}{10}+\frac{\pi\kappa}{5}, \kappa \in Z$$

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	*не определен*
$ctg\alpha$	*не определен*	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$