Подготовка к ЕГЭ

Решение задач В4 по теме: «Комбинаторика и элементы теории вероятностей»

Цель: обобщение, систематизация знаний и развитие
навыков решения заданий на вероятность.

Задачи:
Основная задача – сформировать представление о том, какие задания могут быть в вариантах ЕГЭ по теории вероятности.
Помочь выпускникам при подготовке к экзамену.
Развивать умения и навыки анализа задания и выделять: событие, общее число испытаний, благоприятный исход, вероятность.
Создать условия для усвоения определения вероятности и научить применять его в решении задач.

Справочный материал

Событие, которое обязательно произойдет в результате испытания, называется ***достоверным***, а которое не может произойти, - ***невозможным***. Событие, которое в результате испытания в данном опыте может произойти, а может не произойти называется ***случайным*** событием.

Элементарные события (исходы) – простейшие события, которыми может окончится случайный опыт.

$A \cup B$ **или**

$A \cdot B$

Сумма (объединение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **хотя бы одному из событий А,В**

$A \cap B$ **или**

$A + B$

Произведение (пересечение) – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих **обоим событиям А и В.**

Справочный материал

Несовместные события – это события, которые не наступают в одном опыте.

$\overline{A}$ называется **противоположным событию А**, если состоит из тех и только тех элементарных исходов, **которые не входят в А.**

Классическое определение вероятности

Вероятностью случайного события **А** называется отношение числа элементарных событий, которые благоприятствуют этому событию, к общему числу всех элементарных событий, входящих в данную группу .

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятности противоположных событий:

$$P(A)+P(\overline{A})=1 \qquad P(\overline{A})=1-P(A)$$

Формула сложения вероятностей:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

Формула сложения для несовместных событий:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

Формула вероятности k успехов в серии из n испытаний Бернулли:

$$C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$$

$$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

p – вероятность успеха, q=1-p вероятность неудачи в одном испытании

Задача 1. В среднем из 1600 садовых насосов, поступивших в продажу, 8 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение:

Событие А - выбранный насос не подтекает.

Количество исправных насосов **m=1600-8=1592** - насосов не подтекают.

Количество всех исходов соответствует количеству всех насосов, т. е. **n=1600**

Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

р(А) =1592/1600 = 0,995.

Ответ: 0,995.

Задача 2. В чемпионате по гимнастике участвуют 72 спортсменки: 27 из Испании, 27 из Португалии, остальные — из Италии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии.

Решение.
Всего участвует 72 спортсменки (**n=72**) ,
из которых 72 – 27 – 27 = 18 спортсменок из Италии(**m=18**).
Вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии, равна **p = 18/72 = 1/4 = 0,25.**

Ответ: 0,25.

Задача 3. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение: Событие А- купленная сумка качественная.

m = 140-число благоприятствующих исходов (качественные сумки)

n= 140+4=144-число всех исходов

Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной равна

$$p(A) = \frac{140}{144} = 0{,}972222... \approx 0{,}97$$

Ответ: 0,97

Задача 4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Дании, 6 спортсменов из Швеции, 7 спортсменов из Норвегии и 8 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Дании.

Решение:

n = 7+6+7+8=28 - число всех исходов (число всех спортсменов)

m = 7 - число благоприятствующих исходов (участвуют 7 спортсменов из Дании)

Вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Дании равна

$$p = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Ответ: 0,25

Задача 5. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 20 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

n = 40- число всех исходов (всего запланировано 40 докладов)

m = (40-20):2=10 - число благоприятствующих исходов (число докладов запланированных на третий день.)

Вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции равна

$$p = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Ответ: 0,25

Задача 6. В сборнике билетов по истории всего 60 билетов, в 18 из них встречается вопрос по смутному времени. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по смутному времени.

Решение:

n = 60-число всех исходов (в сборнике всего 60 билетов по истории)

m = 60-18=42-число благоприятствующих исходов (в 18 из всех встречается вопрос по смутному времени)

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по смутному времени равна

$$P = \frac{42}{60} = \frac{7}{10} = 0{,}7.$$

Ответ: 0,7

Задача 7. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 2 прыгуна из Испании и 4 прыгуна из Мексики. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что девятым будет выступать прыгун из Испании.

Решение :

Событие А- девятым будет выступать прыгун из Испании

n =20- всего спортсменов;

m=2-прыгунов из Испании.

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

Ответ: 0,1.

ЗАДАЧА 8. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение: A={вопрос на тему «Тригонометрия»}
B={вопрос на тему «Вписанная окружность»}

События А и В несовместны, т.к. нет вопросов относящихся к двум темам одновременно

C={вопрос по одной из этих тем}

$$C = A + B = A \cup B \Rightarrow$$ **P(C)=P(A) + P(B)**

P(C)=0,25 + 0,15=0,4

Ответ: *0,4.*

Задача 9. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

A- попадание биатлонистом по мишени при одном выстреле, тогда событие $\overline{A}$ - промах.

P(A) = 0,5 , P($\overline{A}$)=1- P(A)=1-0,5 = 0,5. Событие B состоит в том, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся, т. е. $B = A \cdot A \cdot A \cdot A \cdot \overline{A}$

Попадание и непопадание по мишени в рассматриваемой серии независимых испытаний - независимые события

P(B)=0,5 · 0,5 · 0,5 ·0,5· 0,5 = 0,3125≈0,31

Ответ: 0,31

Задача 10. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,14. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:

A={кофе закончится в первом автомате}

B={кофе закончится во втором автомате}

P(A)=P(B)=0,3

$$p(A\cdot B)=p(A\cap B)=0{,}14$$

$$A+B=A\cup B=\{\text{закончится хотя бы в одном}\}$$

По формуле сложения вероятностей:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$$

$$P(A+B)=0{,}3+0{,}3-0{,}14=0{,}46$$

$$P\left(\overline{A+B}\right)=1-0{,}46=0{,}54$$

Ответ: 0,54.

Задача 11. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение:

Событие А- что хотя бы один автомат исправен.

Событие $\overline{A}$ - оба автомата не исправны.

$p(\overline{A}) = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01.$

$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 0,99.$

Ответ: 0,99

Задача 12. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 15% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение:

Пусть в первом хозяйстве закупают **x** яиц, а во втором **y** яиц.

$$\frac{0{,}95x + 0{,}15y}{x + y} = 0{,}55$$

$$0{,}95x + 0{,}15y = 0{,}55x + 0{,}55y$$

$$0{,}4x = 0{,}4y$$

$$x = y$$

$$p = \frac{x}{x + x} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Ответ 0,5.

Задача 13. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 55% этих стекол, вторая — 45% . Первая фабрика выпускает 5 % бракованных стекол, а вторая — 3% . Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение. Переводим проценты в дроби.
Событие А - "Куплены стекла первой фабрики". Р(А)=0,55
Событие В - "Куплены стекла второй фабрики". Р(В)=0,45
Событие С - " Стекла бракованные".
$P(A \cdot X) = 0{,}55 \cdot 0{,}05 = 0{,}275$
$P(B \cdot X) = 0{,}45 \cdot 0{,}03 = 0{,}135$
По формуле полной вероятности:
$P = 0{,}275 + 0{,}135 =$ **0,41**

Ответ: 0,41.

Задача 14. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 13 очков. Результат округлите до сотых.

Решение. Всего вариантов **n** = 6^3 =216. Благоприятных:
13=1+6+6 . Учитываем перестановки Р/2=3!/2=6/2=3 комбинаций. Сначала пронумеруем шестерки, а потом поделим на 2, так как одинаковых цифр (6) две.
13=2+5+6. Учитываем перестановки (6 комбинаций)
13=3+5+5. Учитываем перестановки и одинаковых цифр две. (3 комбинаций)
13=4+4+5. Учитываем перестановки и одинаковых цифр две (3 комбинаций)
13=6+4+3 (6 комбинаций)
Всего благоприятных исходов **m** =21
Выпишем, для уверенности ,благоприятные исходы n:
(1;6;6) (6;1;6) (6;6;1)
(2;5;6) (2;6;5) (6;2;5) (6;5;2) (5;6;2)(5;2;6)
(3;5;5) (5;3;5) (5;5;3) (4;4;5) (4;5;4) (5;4;4)
(6;4;3) (6;3;4) (4;6;3) (4;3;6) (3;4;6) (3;6;4)
P(A)=N(A)N=21/216 = 0.097222 ≈ 0,10

Ответ: **P(A)=0,10**

Задача 15. В случайном эксперименте симметричную монету бросают пять раз. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 4 раза.

Решение. Пусть А – появление орла в одном испытании. Событие А в каждом из пяти независимых испытаний может произойти, а может и не произойти. р =Р(А) = 0,5. Тогда по формуле Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ получим:

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-4} =$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32} = 0{,}15625.$$

Ответ: 0,15625.

Задача 16. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение: Пусть событие C это выигрыш А. в 1-ой партии, D - выигрыш А. в 2-ой партии, F - А. выиграет обе партии.

$P(C)=0,5$; $P(D)=0,34$

Вероятность наступления F равна произведению P(C) и P(D) , т.е наступят события C и D

$P(F)= \mathrm{P(C)} \cdot \mathrm{P(D)} =0,5 \cdot 0,34=0,17$

Ответ: 0,17

Задача 17. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,98. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение:

Событие А- новый электрический чайник прослужит больше года.

P(A) = 0,98.

Событие В - новый электрический чайник прослужит больше двух лет. P(B) = 0,89.

Событие С - новый электрический чайник прослужит меньше двух лет, но больше года.

A = B + C,

События В и С несовместны.

p(A)=p(B) + p(C),

0,98= 0,89+ p(C),

P(C) = 0,98-0,89=0,09

Ответ: 0,09.

интернет-ресурсов и литература

1. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В10. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко.− М.: МЦНМО, 2012. − 48 с
2. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс:учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни/[Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др.]; под ред. А. Б. Жижченко. – М. : Просвещение,2010.-336 с.
3. Изучение алгебры и начал математического анализа в 11 классе: кн. Для учителя/ Н. Е. Федорова, М. В. Ткачева. – М.: Просвещение,2010.-159 с.
4. http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?posMask=512
5. Липлянская Т.Г. Подготовка к ЕГЭ. В10. Решение задач по теории вероятности.
6. http://ege-study.ru
7. http://shpargalkaege.ru/b10resh/b1046/b1046.html 8
8. http://mysait5.ucoz.ru/forum/20-114-1-решение задач на форуме Валиевой Сарии Зиннатулловны
9. http://www.mathnet.spb.ru/rege.php?proto=319353
10. http://www.alexlarin.com*http://mytutor.spb.ru/math_material/b10_solution*
11. Семёнова Елена Юрьевна Решение заданий В10 по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2013 года МБОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный
12. http://images.yandex.ru/yandsearch?source=wiz&text=%D1%87%D0%B0%D1%81%D1%8B&noreask=1&img_url=http%3A%2F%2Fis.adlabs-retail.ru%2Fimages%2Fo%2F175%2F4673647_8404.jpg&pos=6&rpt=simage&lr=47