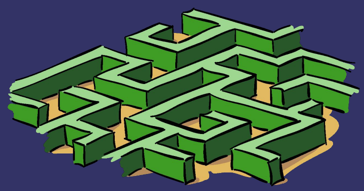
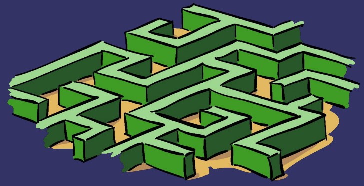
Элементы комбинаторики

перестановки



От турбазы к горному озеру ведут 4 тропы. Сколькими способами туристы могут отправиться в поход к озеру, если они не хотят спускаться по той же тропе, по которой поднимались?

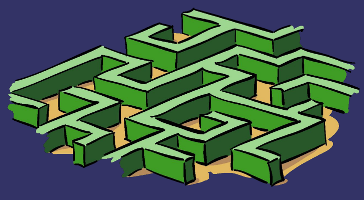
Всего $4 \cdot 3 = \underline{12}$



12 – число всех возможных исходов проведения n испытаний

Подъём на гору - 4 варианта

Спуск с горы - 3 варианта



Сколько существует трёхзначных чисел, у которых все цифры чётные?

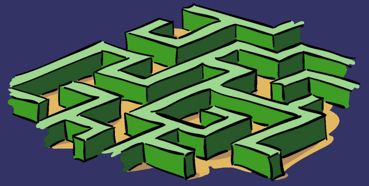
0, 2, 4, 6 и 8

Первая цифра 4

Вторая цифра 5

Третья цифра 5

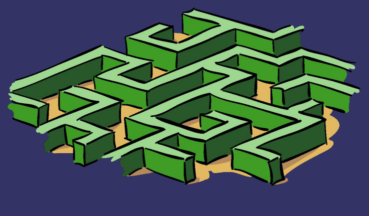
Всего чисел · · = 100



Итак, применить правило умножения означает:

- Определить количество уровней возможных испытаний (в решении указать номер уровня и описание испытания)
- Определить количество испытаний на каждом выявленном уровне
- Применить правило умножения

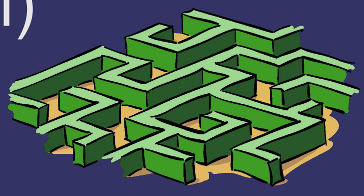
ВСЕГО (Записать произведение количества испытаний на каждом выявленном уровне)



Задача.

В семье 6 человек., а за столом в столовой 6 стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?

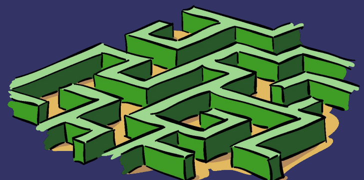
1. - 6 вариантов выбора стула
2. - 5 вариантов выбора стула (1 уже занят)
3. - 4 варианта выбора стула (2 уже занято)
4. - 3 варианта выбора стула (3 уже заняты)
5. - 2 варианта выбора стула (4 уже занято)
6. - 1 вариант выбора стула (5 уже заняты)



Правило умножения (число всех возможных исходов независимого проведения п испытаний равно произведению количеств исходов этих испытаний)

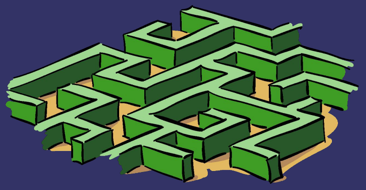
Различных способов рассаживания

$$6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$$



Одна из отличительных особенностей математики как науки – стремление к совершенству

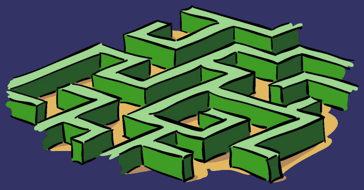
Перестановки внутри конечного множества



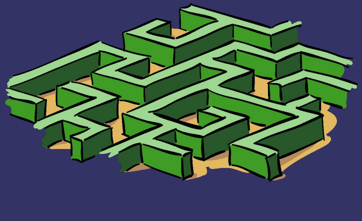
Применяя правило умножения достаточно часто в определённых задачах встречаются такие произведения:

- $1 \cdot 2$
- $1 \cdot 2 \cdot 3$
- $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$
- $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$
- $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$
- $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

ВЫПОЛНИТЕ УМНОЖЕНИЕ



- 1·2 = **2**
- 1·2·3 = **6**
- 1·2·3·4 = **24**
- 1·2·3·4·5 = **120**
- 1·2·3·4·5·6 = **720**
- 1·2·3·4·5·6·7 = **5040**

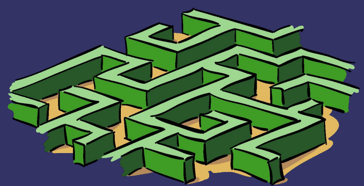


Произведение подряд идущих первых ***n*** натуральных чисел обозначают ***n!***

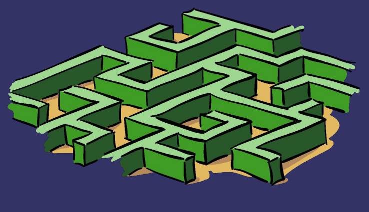
НАЗЫВАЮТ «эн факториал»

Одно из значений слова «factor»- «множитель».

Так что *«эн факториал»* примерно переводится как «состоящий из ***n*** множителей»



Перестановкой конечного множества элементов называется сопоставление каждого элемента этого множества по некоторому правилу, при котором различные элементы переходят в различные.



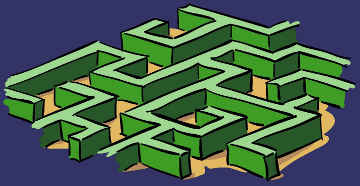
Например, все перестановки множества из трёх элементов:

Или 3·2=6

Или

Перестановка во множестве 3 элементов

$P_3 = n! = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

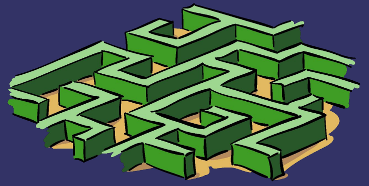


Теорема
«О количестве перестановок»

Число всех перестановок n-элементного множества равно ***n!***

Число перестановок множества из n элементов обозначают P_n

$$P_n = n!$$

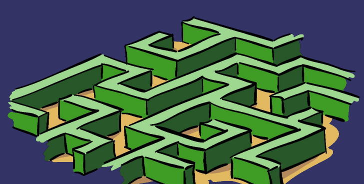


Пример 1:

Три медведя по одному выбегают из дома, догоняя девочку. Сколькими способами они могут выбежать?

Порядок выбегания из дома задаётся условием 1,2,3. Это элементы множества, тогда число перестановок

$P_3 = n! = 3! = 6$. – (искомое количество способов)

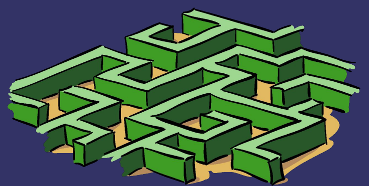


Пример 2:

Сколькими способами четыре человека могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

Порядок выбегания на все четыре стороны задаётся направлением С,Ю,З,и В задаётся условием 1,2,3,4. Это элементы множества, тогда число перестановок

$P_4 = n! = 4! = 24$. – (искомое количество способов)



Пример 3:

Одиннадцать футболистов строятся перед началом матча. Первым – обязательно капитан, вторым – обязательно вратарь, остальные – случайным образом. Сколько существует способов построения?

Девять футболистов (все, кроме капитана и вратаря) надо расставить на девять мест, с третьего по одиннадцатое. Порядок разбегания из дома задаётся условием 1-9. Это элементы множества, тогда число перестановок

$P_9 = n! = 9! = 362\ 880$. – (искомое количество способов)