

Тема урока

«Решение квадратных
уравнений»





О создателях



Просмотр
материала урока

Самоконтроль

Выход

Определение:

Квадратным уравнением называют уравнения вида $ax^2+bx+c=0$, где a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$.

Например:

1. $5x^2+3x-8=0$

2. $-3x^2+8=0$

3. $2x^2+11x=0$

**Текст, выделенный
рамочкой, подлежит
записи в тетрадь**

Меню

Вперед

Определение:

*Корнем квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ называют всякое значение переменной x , при котором квадратный трехчлен ax^2+bx+c обращается в нуль; такое значение переменной x называют также *корнем квадратного трехчлена*.*

Решить квадратное уравнение - значит найти все его корни или установить, что корней нет.

Назад

Вперед

Различные способы решения квадратного уравнения

Способ №1: Рассмотрим квадратный трехчлен x^2-4x+3 и разложим его на множители, используя способ группировки.

Имеем

$$x^2-4x+3 = x^2-x-3x+3 = (x^2-x)-(3x-3) = x(x-1)-3(x-1) = (x-1)(x-3).$$

Значит, заданное уравнение можно переписать в виде $(x-1)(x-3)=0$, откуда ясно, что уравнение имеет два корня;

$$x_1=1, x_2=3$$



Способ №2: Рассмотрим квадратный трехчлен $x^2 - 4x + 3$ и разложим его на множители, используя **метод выделения полного квадрата**.

Имеем

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x - 2)^2 - 1.$$

Воспользовавшись формулой разности квадратов, получим

$$(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = (x - 1)(x - 3).$$

Значит, заданное уравнение можно переписать в виде

$(x - 1)(x - 3) = 0$, откуда ясно, что уравнение имеет два корня:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$



Итак, мы решили уравнение двумя способами. Тем не менее знание этих способов не есть панацея от всех бед. Ведь наши успехи в решении квадратных уравнений зависели от одного благоприятного обстоятельства: квадратный трехчлен удавалось разложить на множители.

Математики нашли **универсальный способ** решения **любых** квадратных уравнений.



Формулы корней квадратных уравнений

Пусть дано квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$. Преобразуем его

$$ax^2+bx+c=a(x^2+(b/a)x)+c=a(x+b/2a)^2-(b^2-4ac)/4a.$$

Обычно выражение b^2-4ac обозначают буквой D и называют *дискриминантом квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$* .

Значит, квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$ можно переписать в виде $(x+(b/2a))^2=D/4a^2$



Теорема №1: Если $D < 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.

Например: Решить уравнение $2x^2 + 4x + 7 = 0$

Решение. Здесь $a=2$, $b=4$, $c=7$,

$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 16 - 56 = -40$. Так как $D < 0$, то по теореме №1 данное уравнение не имеет корней .

Назад

Вперед

Теорема №2: Если $D=0$, то квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет один корень, который находится по формуле $x=-b/2a$.

Например: Решить уравнение $x^2-2x+1=0$

Решение. Здесь $a=1$, $b=-2$, $c=1$,

$D=b^2-4ac=(-2)^2-4*1*1=4-4=0$. Так как $D=0$, то по теореме №2

данное уравнение имеет корень $x=-b/2a=2/2=1$.

Назад

Вперед

Теорема №3: Если $D > 0$, то квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, которые находятся по формулам
 $x_1 = (-b + \sqrt{D}) / 2a$, $x_2 = (-b - \sqrt{D}) / 2a$

Например: Решить уравнение $3x^2 + 8x - 11 = 0$

Решение. Здесь $a = 3$, $b = 8$, $c = -11$,

$D = b^2 - 4ac = (8)^2 - 4 * 3 * (-11) = 64 + 132 = 196$. Так как $D > 0$, то по теореме №3

данное уравнение имеет 2 корня:

$x_1 = (-b + \sqrt{D}) / 2a = (-8 + 14) / 6 = 1$; $x_2 = (-b - \sqrt{D}) / 2a = (-8 - 14) / 6 = -11/3$

Назад

Вперед

Правило решения уравнения

$$ax^2+bx+c=0$$

1. Вычислить дискриминант по формуле
 $D=b^2-4ac$.
2. Если $D<0$, то квадратное уравнение не имеет корней.
3. Если $D=0$, то квадратное уравнение имеет один корень:
 $x = -b/2a$
4. Если $D>0$, то квадратное уравнение имеет два корня:
 $x_1=(-b+\sqrt{D})/2a$; $x_2=(-b-\sqrt{D})/2a$.



Назад



Вперед



Самоконтроль

Давайте проверим ваши знания по
теме
«Решение квадратных уравнений»



Какое из следующих уравнений будет квадратным?

$$5x+9=0$$

$$8x^2+4,5x+2=0$$

$$1/x+12=0$$

$$-5x+2,5=5$$



[Просмотреть теорию](#)

Что значит решить квадратное уравнение?

Разделить разность его корней на произведение коэффициентов;

Найти все его корни или установить, что корней нет;

Сложить все коэффициенты уравнения;

Доказать что корней нет;



[Просмотреть теорию](#)

Если дискриминант квадратного уравнения больше нуля, то...

- а) уравнение не имеет корней;
- б) уравнение имеет один корень;
- в) про уравнение ничего сказать нельзя;
- г) уравнение имеет 2 корня;



[Просмотреть теорию](#)

Выбрать правильный ответ из предложенных вариантов

Уравнение $x^2 - x - 6 = 0$ имеет 2 положительных корня.

Уравнение $x^2 + 2x + 3 = 0$ не имеет корней.

Уравнение $3x^2 + 7x - 6 = 0$ имеет один корень.

Уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$ имеет 2 отрицательных корня.

Maxima.

Назад

Просмотреть теорию

Вы дали
неправильный
ответ



Назад

Определение:

Квадратным уравнением называют уравнения вида $ax^2+bx+c=0$, где a, b, c – любые действительные числа, причем $a \neq 0$

Например:

1. $5x^2+3x-8=0$

2. $-3x^2+8=0$

3. $2x^2+11x=0$



Определение:

*Корнем квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ называют всякое значение переменной x , при котором квадратный трехчлен ax^2+bx+c обращается в нуль; такое значение переменной x называют также *корнем квадратного трехчлена*.*

Решить квадратное уравнение - значит найти все его корни или установить, что корней нет.



Правило решения уравнения

$$ax^2+bx+c=0$$

1. Вычислить дискриминант по формуле

$$D=b^2-4ac.$$

2. Если $D<0$, то квадратное уравнение не имеет корней.

3. Если $D=0$, то квадратное уравнение имеет один корень:
 $x = -b/2a$

4. Если $D>0$, то квадратное уравнение имеет два корня:

$$x_1=(-b+\sqrt{D})/2a; \quad x_2=(-b-\sqrt{D})/2a.$$

