

Тема урока:



# Разложение многочлена на множители

Учитель математики МОУ «Сапожковская средняя школа имени  
Героя России Тучина А.И.» Андреева Л.В.

# Немного теории

Разложить многочлен на множители значит представить его в виде произведения более простых многочленов.

Существует несколько способов разложения:

- Вынесение общего множителя за скобки

# Устная работа

- Представьте одночлен в виде суммы (разности) двух одночленов:

$$5x = \dots + \dots \qquad -2x = \dots + \dots$$

$$5x = \dots - \dots \qquad -2x = \dots - \dots$$

- Вынесите за скобки общий множитель:

$$5x + 5y =$$

$$6ac - 3a =$$

$$xy + x =$$

$$a(3+c) - b(3+c) =$$

$$-8a + 8b =$$

$$2a(x+y) + b(x+y) =$$

# Вынесение общего множителя за скобки

## Алгоритм отыскания общего множителя нескольких одночленов

- *Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).*
- *Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.*
- *Произведение коэффициента и переменной, найденного на первом и втором шагах, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.*

# Сначала убедимся в том что разложение на множители – вещь полезная.

Вынесение общего множителя за скобки:

Решите уравнение:

$$3x^2 - 4,2x = 0$$

Сократите дробь:

$$\frac{x^2 + 8x}{x + 8}$$

Докажите, что значение выражения

$$15^5 + 15^4 \text{ кратно } 16.$$

Вам предлагают разложить на множители многочлен

$$9x+ax+9y+ay \text{ или}$$

решить уравнение  $2x^2+x-6=0$ .

Можно использовать вынесение общего множителя за скобки?

Как быть?



Тема урока:



Разложение многочлена  
на множители способом  
группировки

Для уяснения сути способа группировки рассмотрим следующий пример: разложить на множители многочлен  $9x+ax+9y+ay$

$$9x + ax + 9y + ay =$$

$$= ( \quad + \quad ) + ( \quad + \quad ) =$$

$$= (9+a)(x+y)$$

## Алгоритм разложение многочлена на множители способом группировки

- Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель
- Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки
- Вынести в каждой новой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки



# Способ группировки

разложить на множители многочлен  $xy-6+3x-2y$

Первый способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy-6)+(3x-2y).$$

Группировка неудачна

Второй способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy+3x)+(-6-2y)=x(y+3)-2(y+3)=(y+3)(x-2).$$

Третий способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy-2y)+(-6+3x)=y(x-2)+3(x-2)=(x-2)(y+3).$$

**Ответ:**  $xy-6+3x-2y=(x-2)(y+3)$ .

Воспользуемся разложением многочлена на множители:

$$2x^2+x-6=2x^2+4x-3x-6=2x(x+2)-3(x+2)=\\=(x+2)(2x-3)$$

Тогда заданное уравнение можно переписать в виде:

$$(2x-3)(x+2)=0$$

Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю.

Значит,  $2x-3=0$  или  $x+2=0$ .

Из первого уравнения  $x=1,5$ , а из второго уравнения  $x=-2$ .

Уравнение решено, оно имеет два корня:  $-2$  и  $1,5$ .

# Пример

Решить уравнение  
 $x^2 - 6x + 5 = 0$

Представим  $-6x$  в виде суммы  $-x - 5x$ , а затем применим способ группировки:

$$x^2 - 6x + 5 = x^2 - 5x - x + 5 = (x^2 - x) + (-5x + 5) = x(x - 1) - 5(x - 1) = (x - 1)(x - 5).$$

Тогда заданное уравнение примет вид:

$$(x - 1)(x - 5) = 0,$$

откуда  $x - 1 = 0$       или       $x - 5 = 0$   
 $x = 1$                       или                       $x = 5.$

Ответ: 1;5.

Таким образом, разложение многочлена на множители используется для решения уравнений, для преобразования числовых и алгебраических выражений.

Применяется оно и в других ситуациях, как, скажем, в следующем довольно трудном, но красивом примере, где ключ к успеху **опять-таки в разложении на множители.**

# Пример

Доказать, что для любого  
натурального  
числа  $n$  выражение  
 $n^3+3n^2+2n$   
делится без остатка на **6**.

**Попробуйте его решить**

# Пример

Разложить на множители  
 $n^3+3n^2+2n$

Сначала воспользуемся тем, что  $n$  можно вынести за скобки:  $n(n^2+3n+2)$ . Теперь к трехчлену  $n^2+3n+2$  применим способ группировки, предварительно представив  $3n$  в виде  $2n+n$ .

Получим:  $n^2+3n+2=n^2+2n+n+2=(n^2+2n)+(n+2)=$   
 $=n(n+2)+(n+2)=(n+2)(n+1)$ .

Окончательно получаем:

$$n^3+3n^2+2n=n(n+1)(n+2).$$