ОГЭ задание №23

Кусочно-непрерывные функции

Необходимо вспомнить:

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a ($a \geq 0$) называется неотрицательное число, квадрат которого равен a:

$$\sqrt{a} = b$$

Другими словами, если

1) $b \geq 0$ и 2) $b^2 = a$, то $b = \sqrt{a}$.

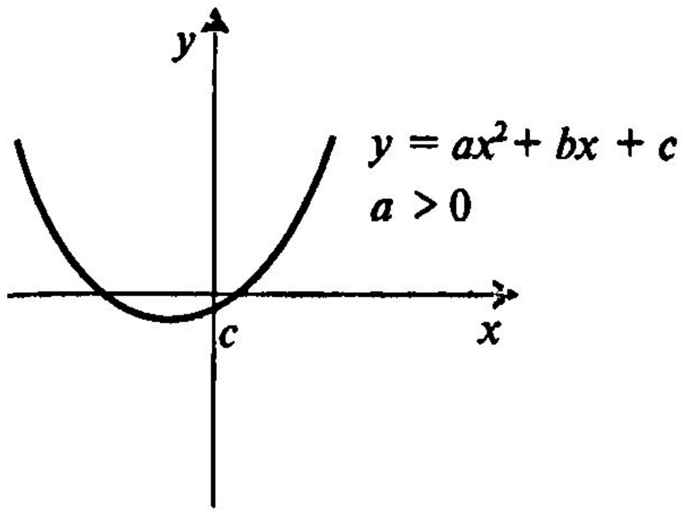
Необходимо вспомнить:

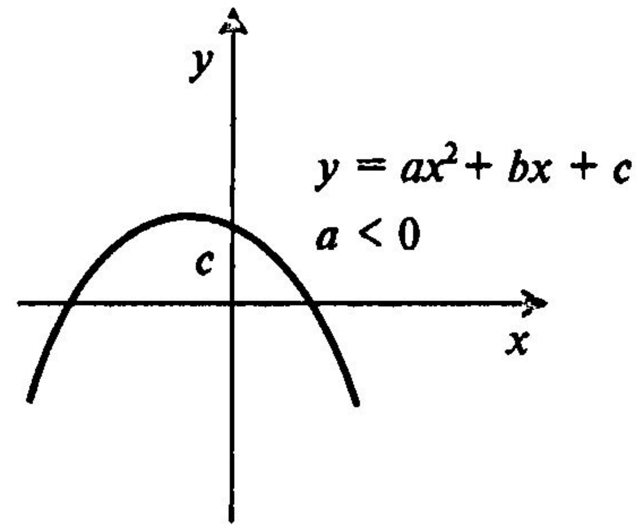
Понятие квадратного корня из неотрицательного числа

Из определения арифметического квадратного корня следует, что при любом a, при котором выражение $\sqrt{a}$ имеет смысл, верно равенство

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

Необходимо вспомнить:

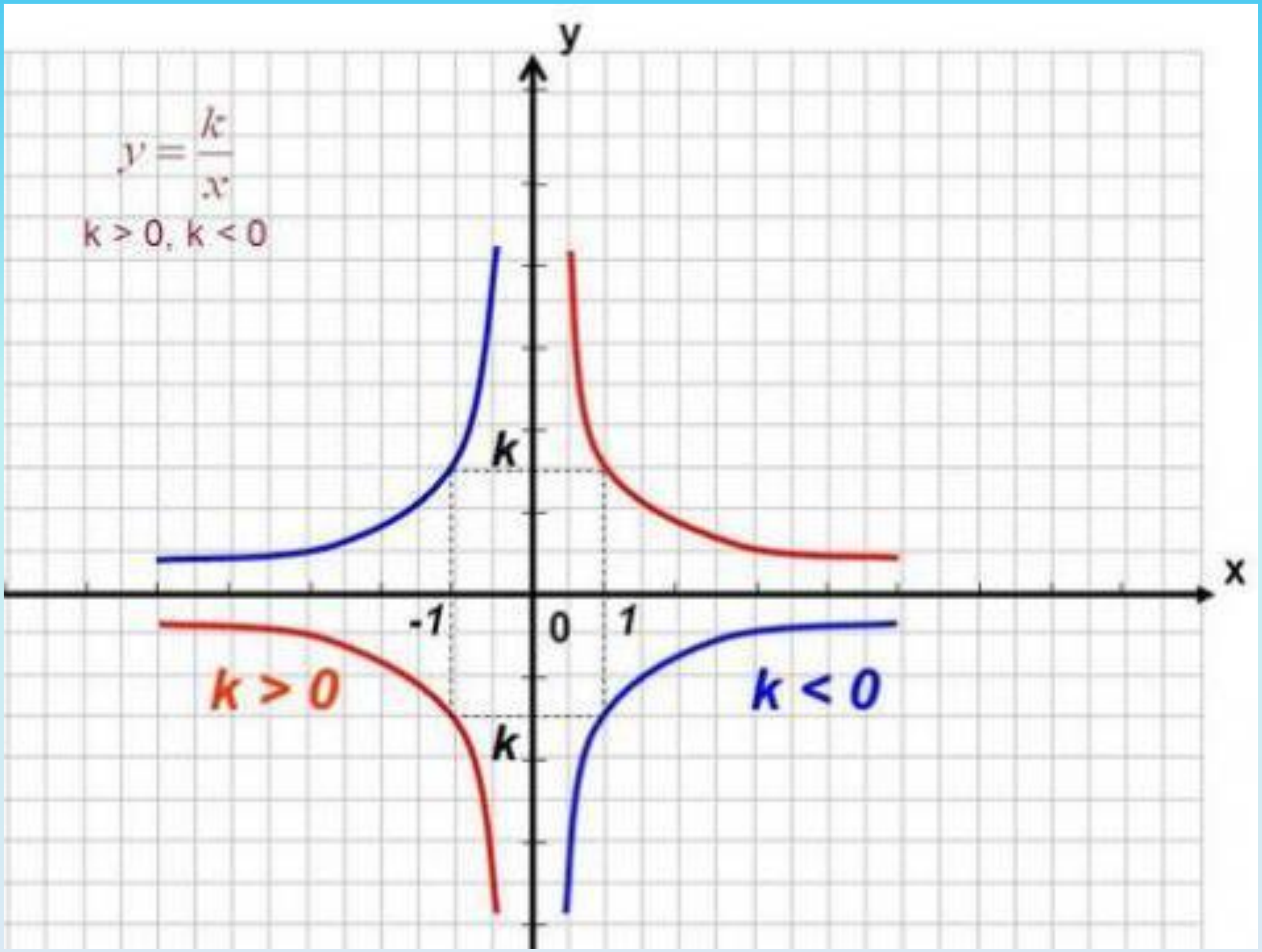




Координаты вершины параболы ($x_в$; $y_в$) находят с помощью формул:

$$x_в = -\frac{b}{2a}, \quad y_в = ax_в^2 + bx_в + c.$$

Необходимо вспомнить:



Задание 1

2. Задание 23 № 311559

Постройте график функции $y = \dfrac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2}$ и найдите все значение k, при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

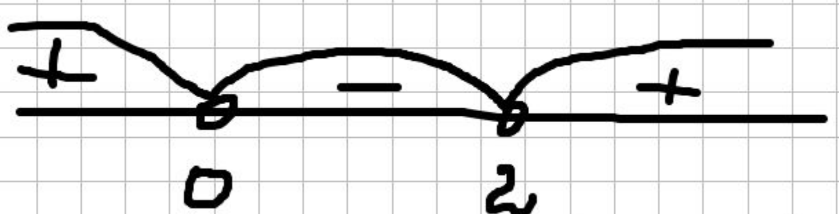
Решение:

Найдем область определения функции:

т.к.: $\left.\begin{array}{l} \sqrt{a} = b, \quad a \geq 0 \\ \frac{1}{x}, \quad x \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 2x > 0$$

$$x \cdot (x-2) > 0$$



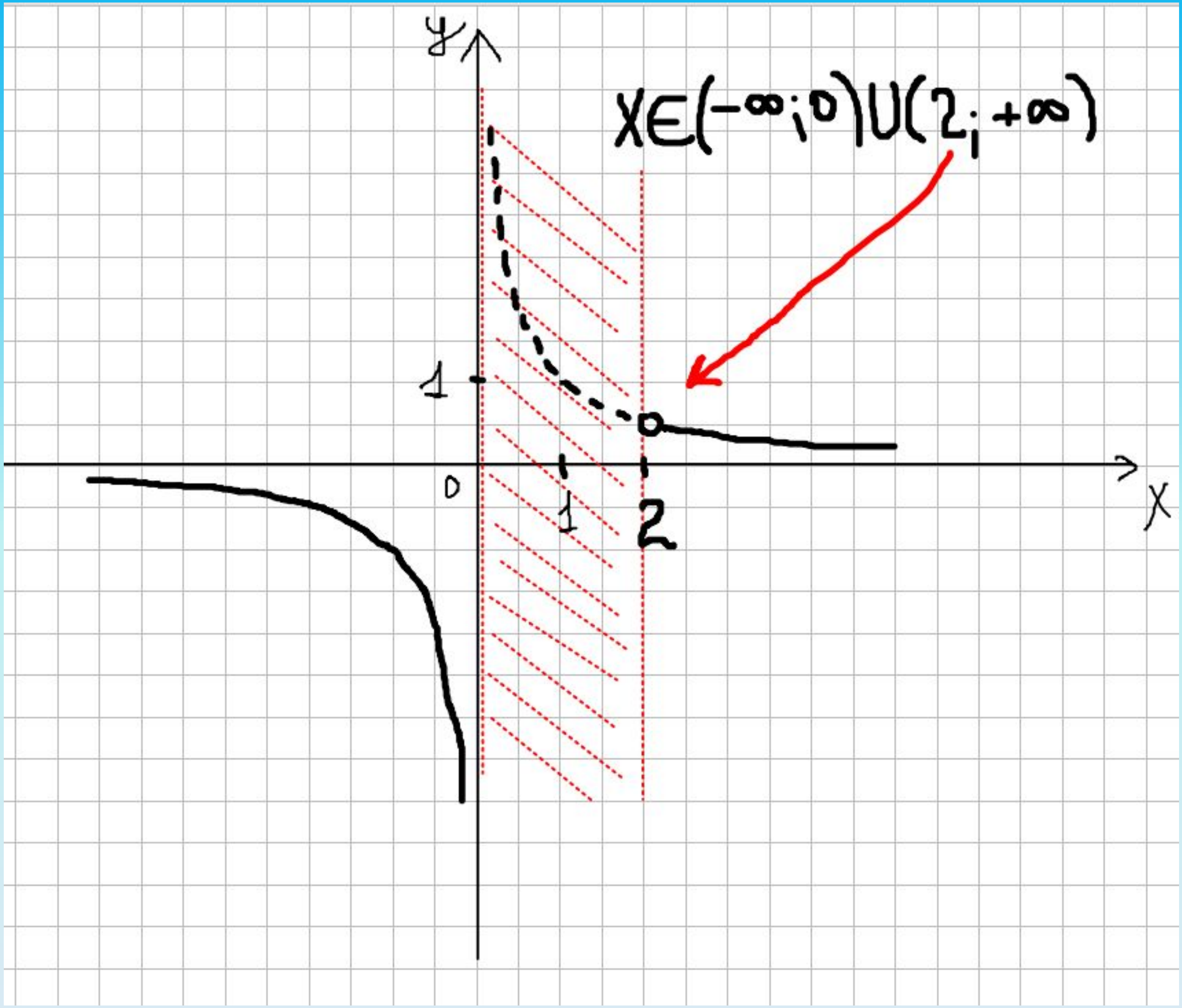
$$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

Упростим: т.к. $(\sqrt{a})^2 = a$

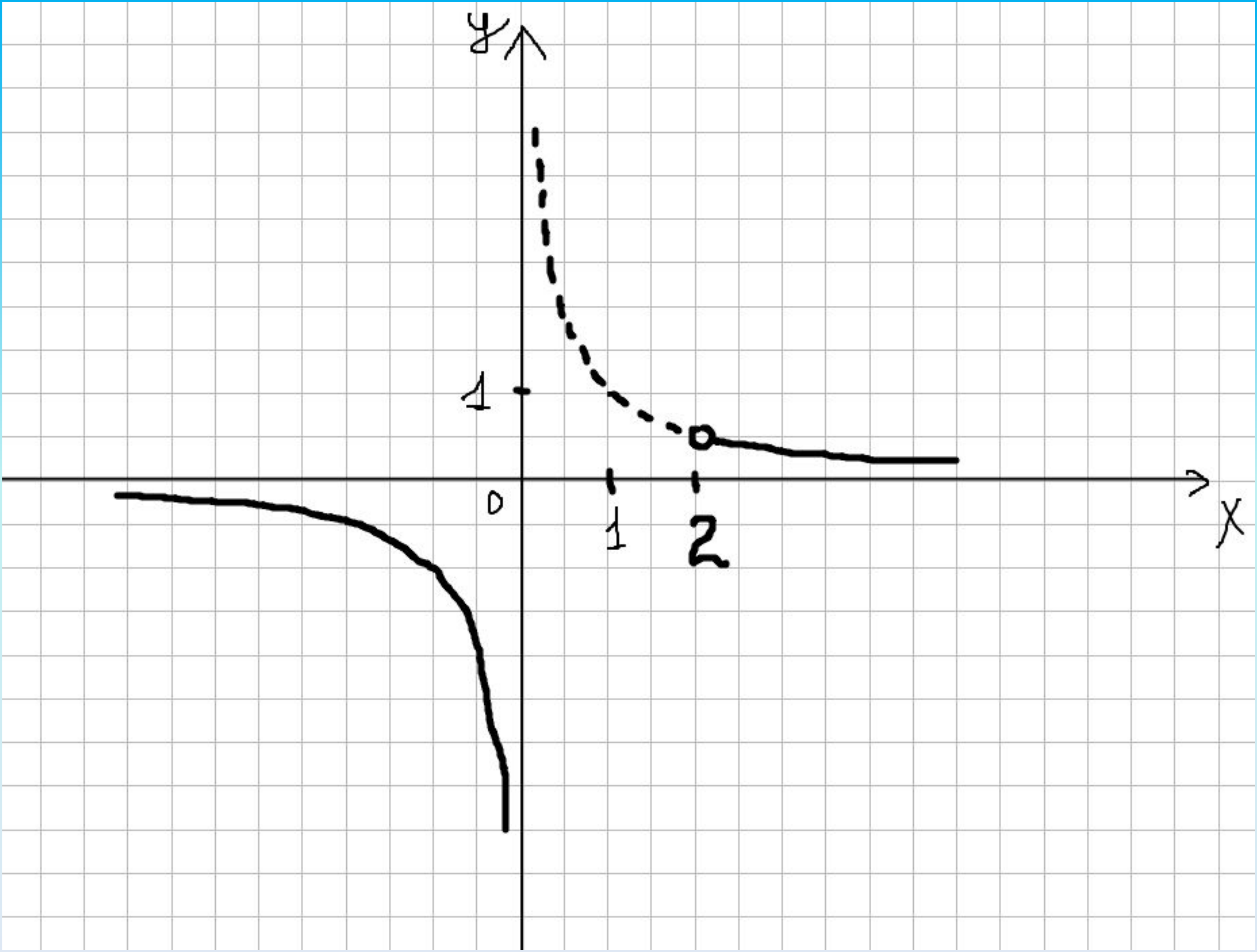
$$\frac{x-2}{\left(\sqrt{x^2-2x}\right)^2} = \frac{x-2}{x^2-2x} = \frac{\cancel{x-2}}{x\cdot\cancel{(x-2)}} = \frac{1}{x}$$

$\Rightarrow$ функция: $y = \frac{1}{x}$ гипербола

на области определения: $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

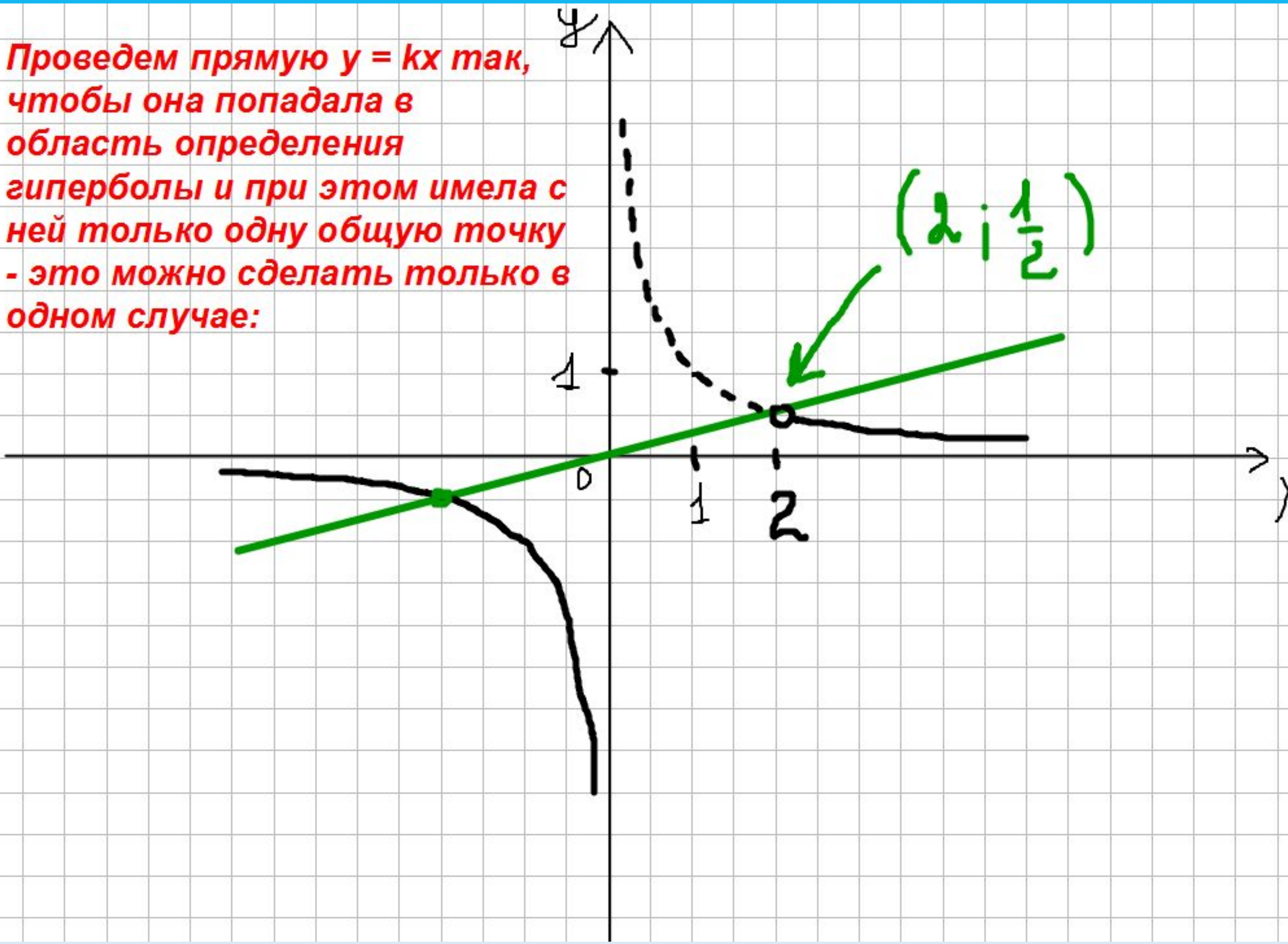


y
$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$
1
0
1
2
x



y
1
0
1
2
X

Проведем прямую y = kx так, чтобы она попадала в область определения гиперболы и при этом имела с ней только одну общую точку - это можно сделать только в одном случае:



Найдем k, в точке, где мы точно знаем координаты

$y = kx$ в точке $(2; \frac{1}{2})$

$$\frac{1}{2} = 2 \cdot k$$

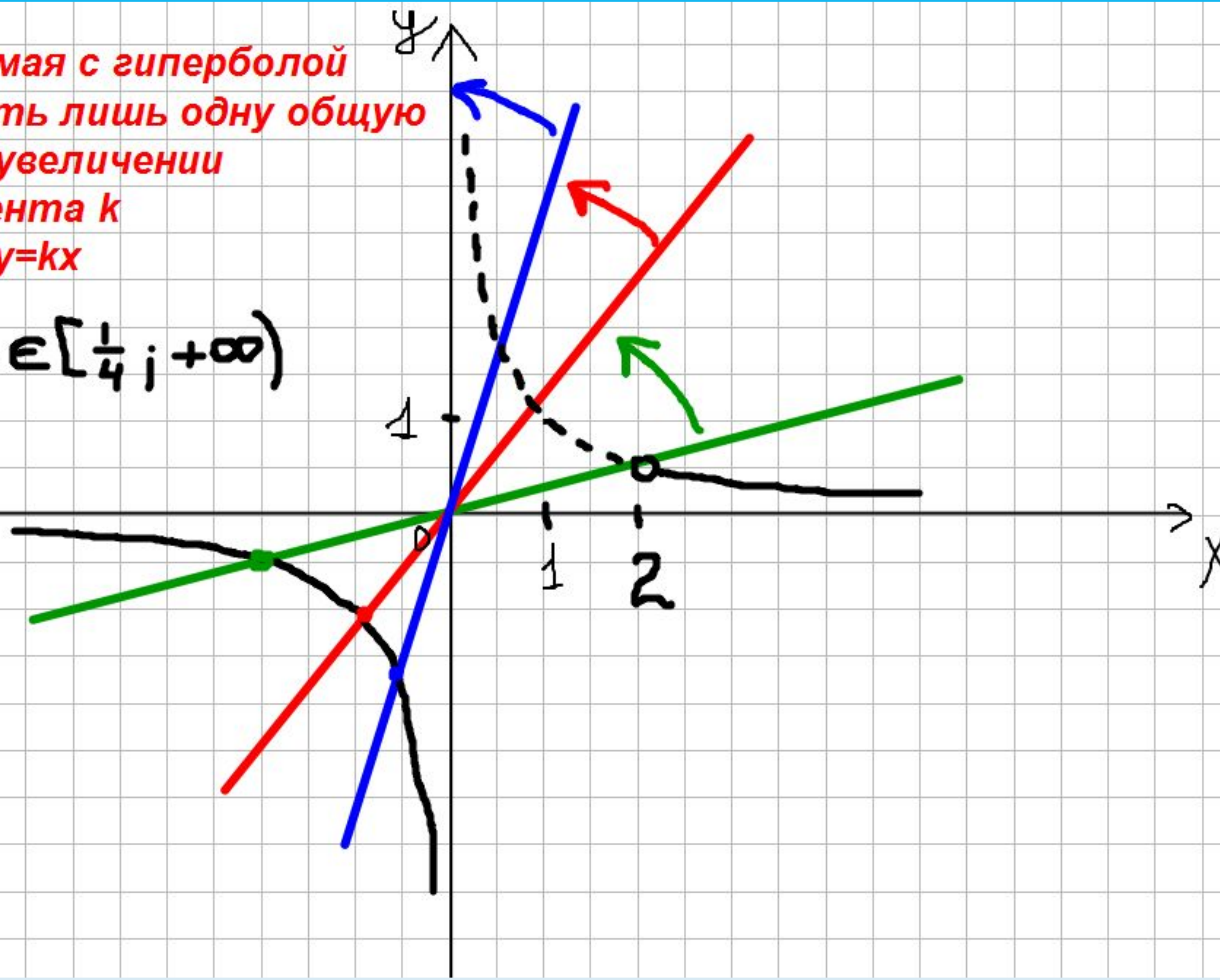
$k = \frac{1}{4}$ – минимально возможное k,

Далее прямая с гиперболой будут иметь лишь одну общую точку только в том случае, если прямая будет сремиться к оси Oy в 1 четверти, т.е. k будет увеличиваться.

$$\Rightarrow k \in [\frac{1}{4}; +\infty)$$

Видно, прямая с гиперболой будут иметь лишь одну общую точку при увеличении коэффициента k в функции y=kx

Ответ: $k \in [\frac{1}{4}; +\infty)$



Задание для самостоятельного решения:

Задание 23 № 311565

Постройте график функции $y = \dfrac{(\sqrt{x^2 - 5x + 6})^2}{x - 3}$ и найдите все значения a, при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Проверь себя!

Решение.

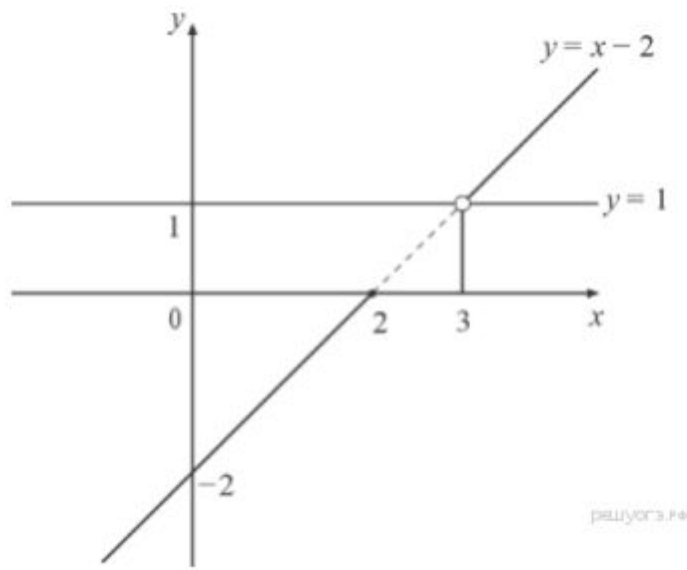
Найдём область определения функции:

$$x^2-5x+6\geq 0;\quad x\in(-\infty;\ 2]\cup[3;\ +\infty)$$

$$\text{и}\quad x-3\neq 0.$$

Значит, функция определена при $x\in(-\infty;\ 2]\cup(3;\ +\infty)$.

Поскольку $\dfrac{(\sqrt{x^2-5x+6})^2}{x-3}=\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}=x-2$, получаем, что на области определения функция принимает вид $y=x-2$. График изображён на рисунке.



Прямая $y=a$ не имеет с графиком данной функции общих точек при $a\in(0;1]$.

Ответ: $a\in(0;1]$.