

ОГЭ задание №23

Кусочно-непрерывные функции

Необходимо вспомнить:

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа a ($a \geq 0$) называется неотрицательное число, квадрат которого равен a :

$$\sqrt{a} = b$$

Другими словами, если

1) $b \geq 0$ и 2) $b^2 = a$, то $b = \sqrt{a}$.

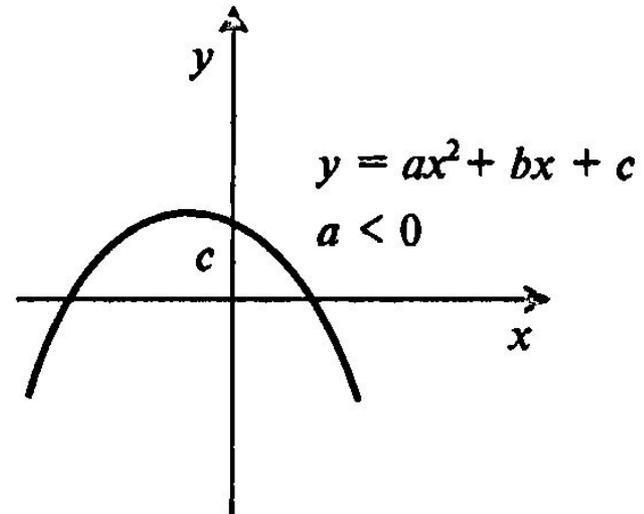
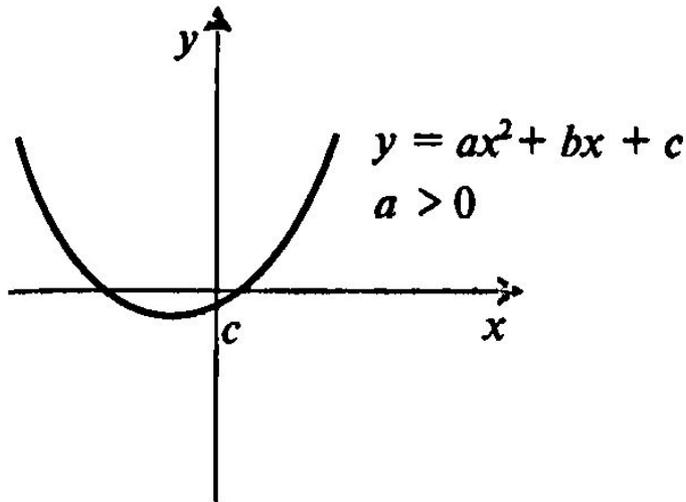
Необходимо вспомнить:

Понятие квадратного корня из неотрицательного
числа

Из определения арифметического
квадратного корня следует, что при любом a ,
при котором выражение \sqrt{a} имеет смысл,
верно равенство

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

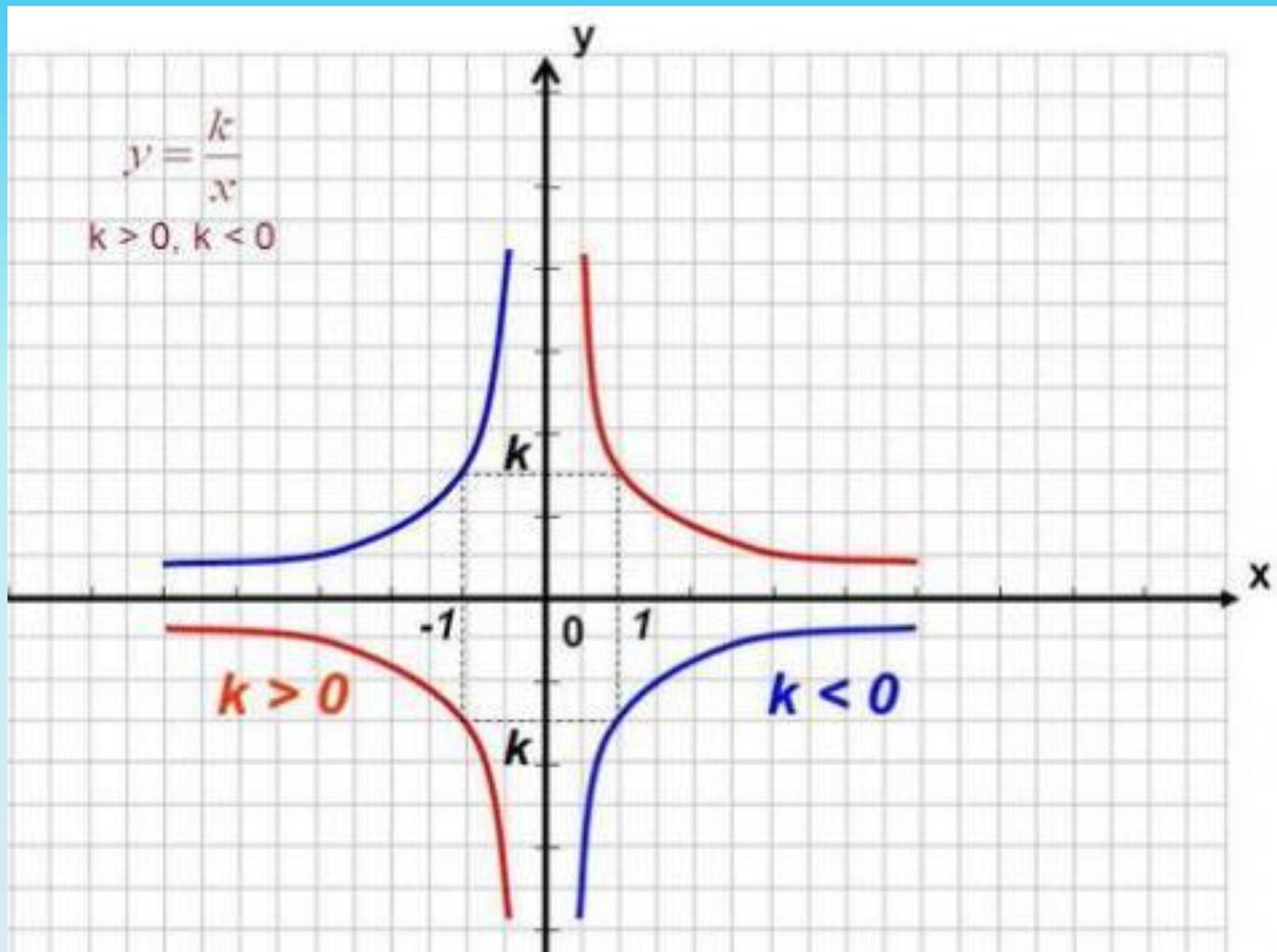
Необходимо вспомнить:



Координаты вершины параболы $(x_в; y_в)$ находят с помощью формул:

$$x_в = -\frac{b}{2a}, \quad y_в = ax_в^2 + bx_в + c.$$

Необходимо вспомнить:



Задание 1

2. Задание 23 № [311559](#)

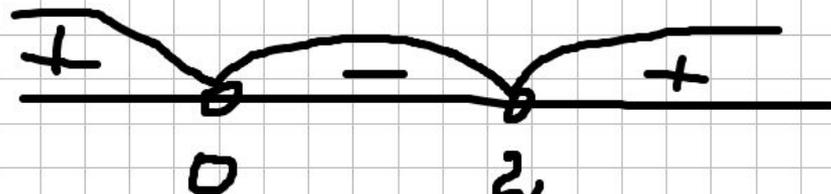
Постройте график функции $y = \frac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2}$ и найдите все значение k , при которых прямая $y = kx$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Решение:

Найдем область определения функции:

$$\text{т.к.: } \left. \begin{array}{l} \sqrt{a} = b, \quad a \geq 0 \\ \frac{1}{x}, \quad x \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 - 2x > 0 \\ x \cdot (x - 2) > 0 \end{aligned}$$



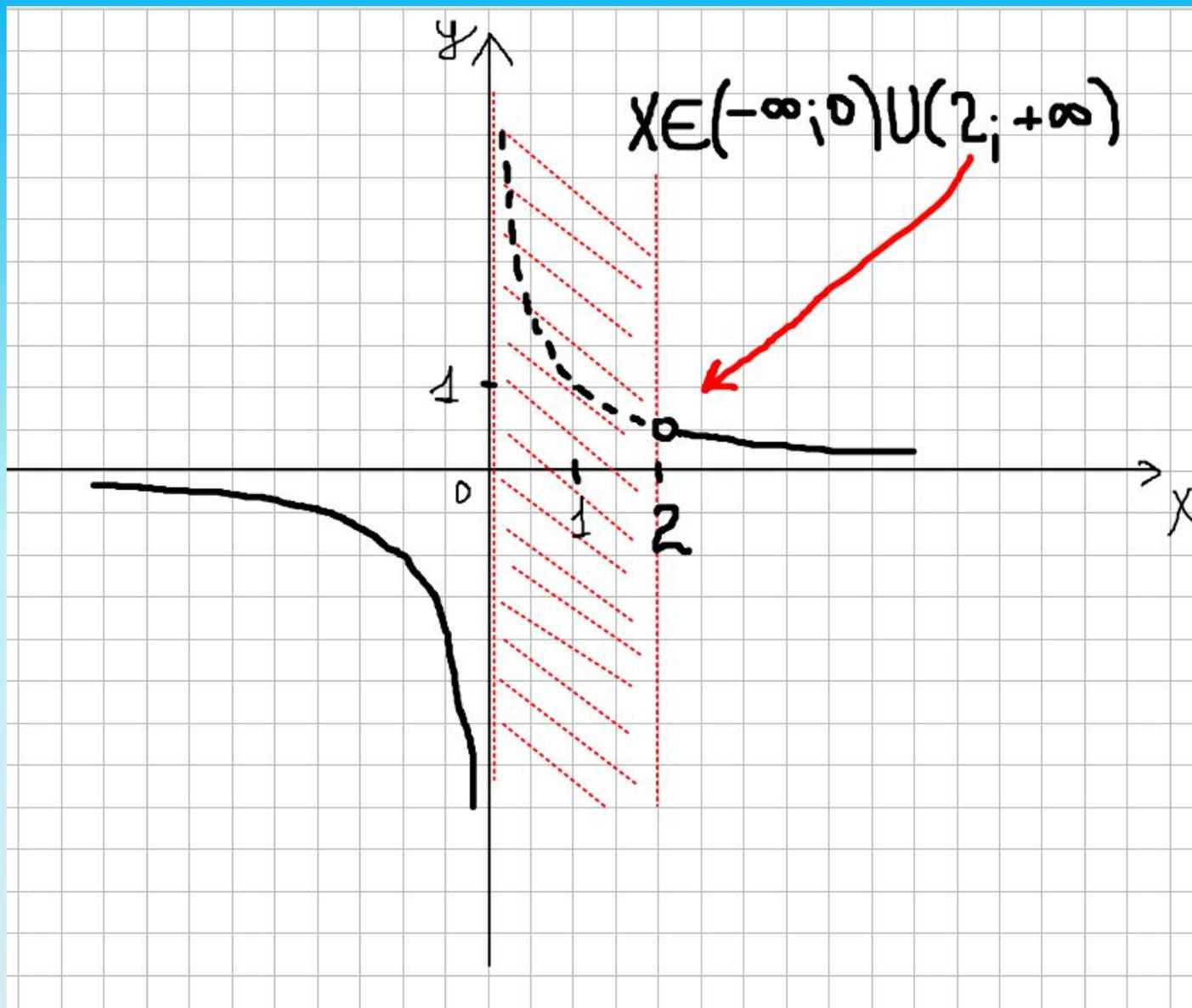
$$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

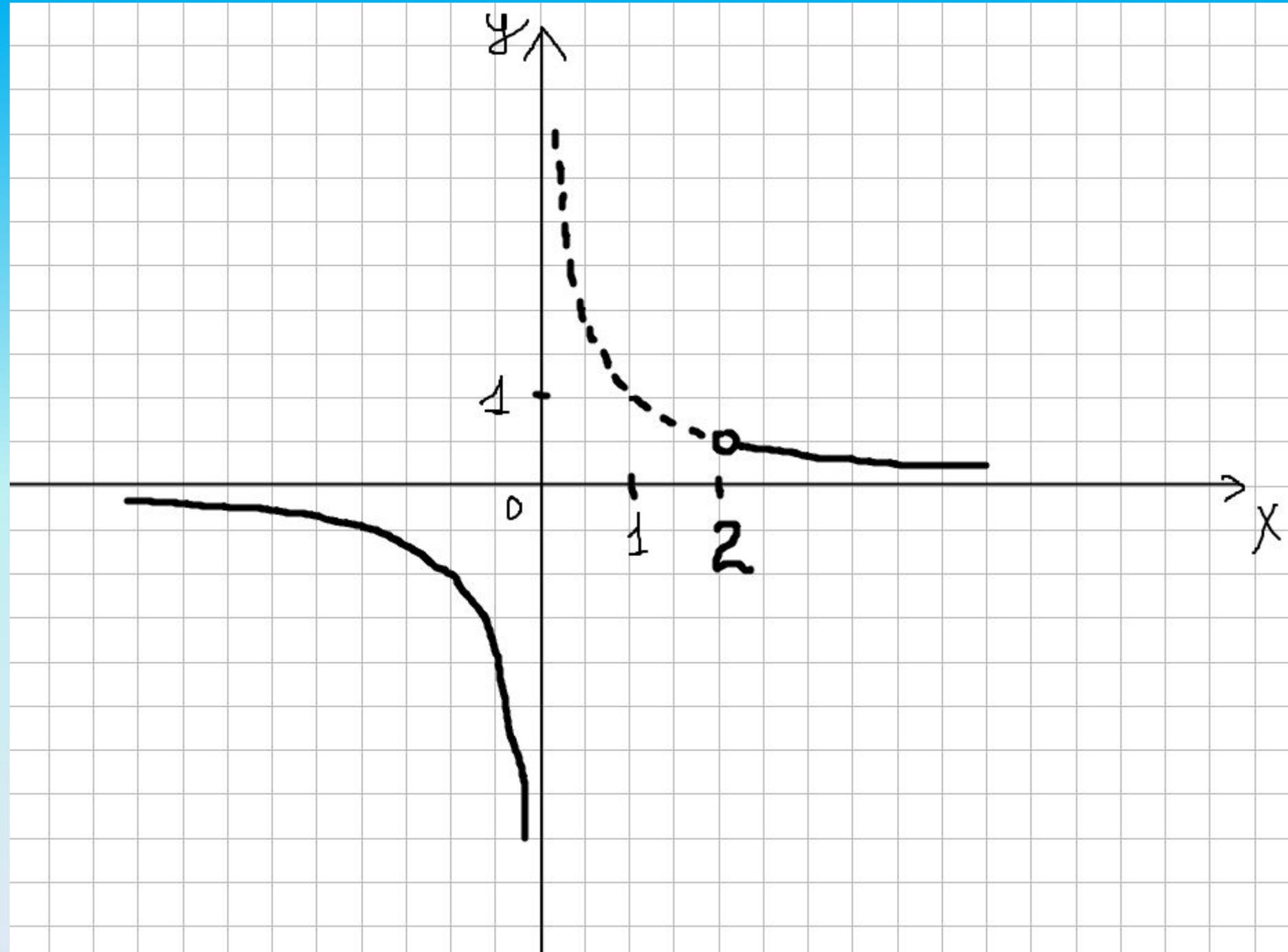
Упростим: т.к. $(\sqrt{a})^2 = a$

$$\frac{x-2}{(\sqrt{x^2-2x})^2} = \frac{x-2}{x^2-2x} = \frac{\cancel{x-2}}{x \cdot \cancel{(x-2)}} = \frac{1}{x}$$

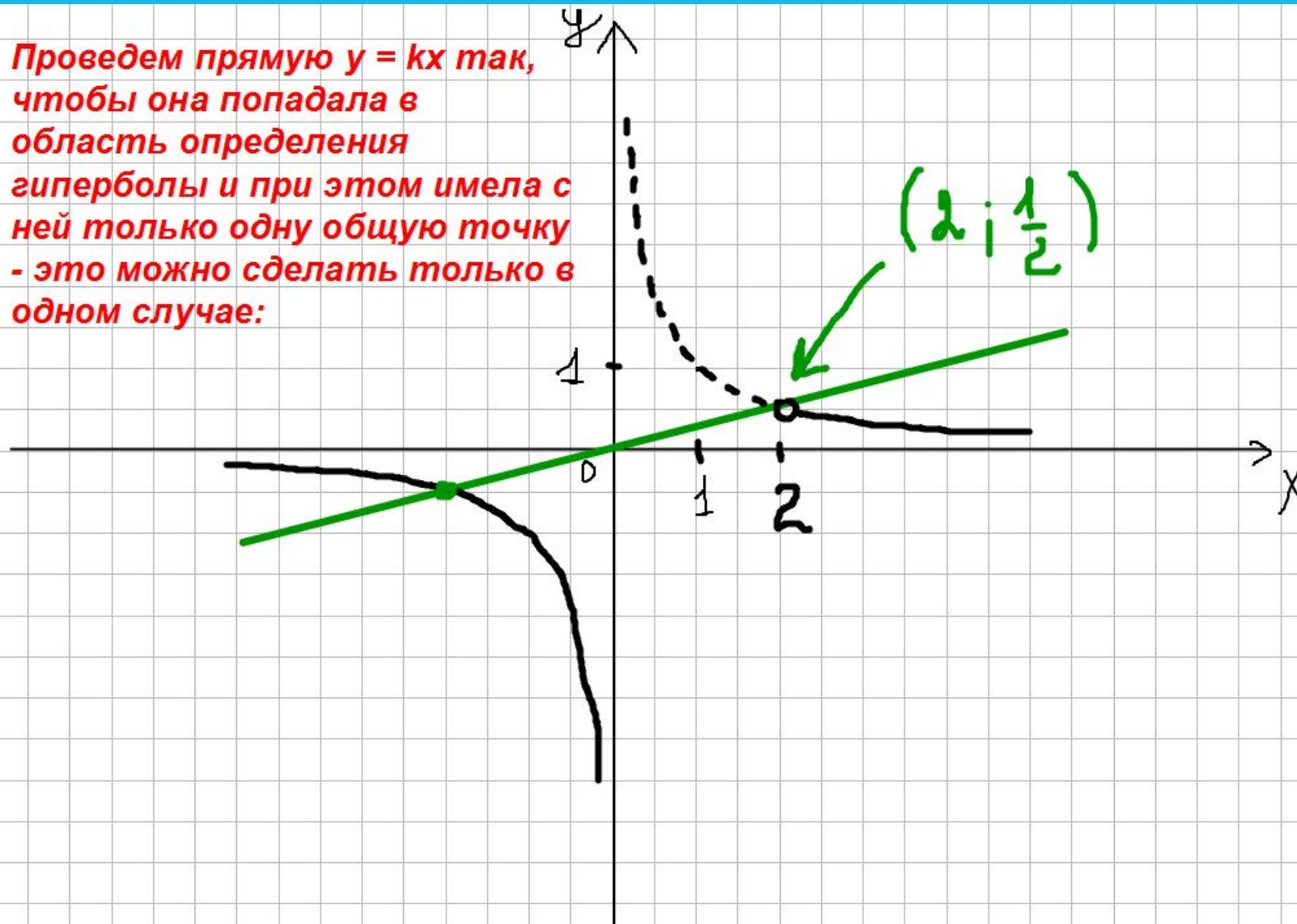
\Rightarrow функция: $y = \frac{1}{x}$ определена

на области
определения: $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$





Проведем прямую $y = kx$ так, чтобы она попадала в область определения гиперболы и при этом имела с ней только одну общую точку - это можно сделать только в одном случае:



Найдем k , в точке, где мы точно знаем координаты

$$y = kx \text{ в точке} \\ (2; \frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2} = 2k$$

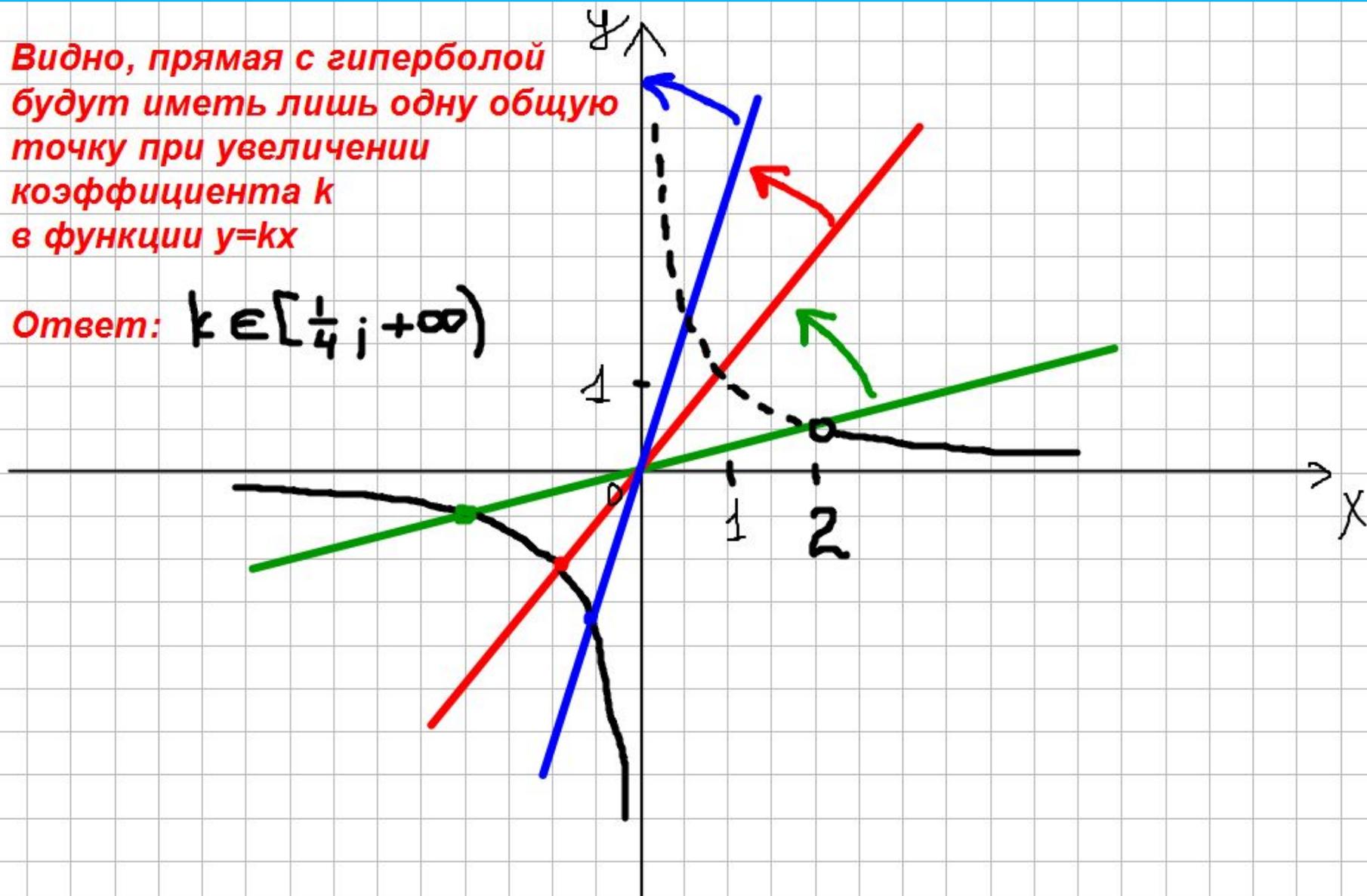
$$k = \frac{1}{4} \text{ — минимально возможное } k,$$

Далее прямая с гиперболой будут иметь лишь одну общую точку только в том случае, если прямая будет стремиться к оси Oy в 1 четверти, т.е. k будет увеличиваться.

$$\Rightarrow k \in [\frac{1}{4}; +\infty)$$

Видно, прямая с гиперболой
будут иметь лишь одну общую
точку при увеличении
коэффициента k
в функции $y=kx$

Ответ: $k \in [\frac{1}{4}; +\infty)$



Задание для самостоятельного решения:

Задание 23 № [311565](#)

Постройте график функции $y = \frac{(\sqrt{x^2 - 5x + 6})^2}{x - 3}$ и найдите все значения a , при которых прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек.

Проверь себя!

Решение.

Найдём область определения функции:

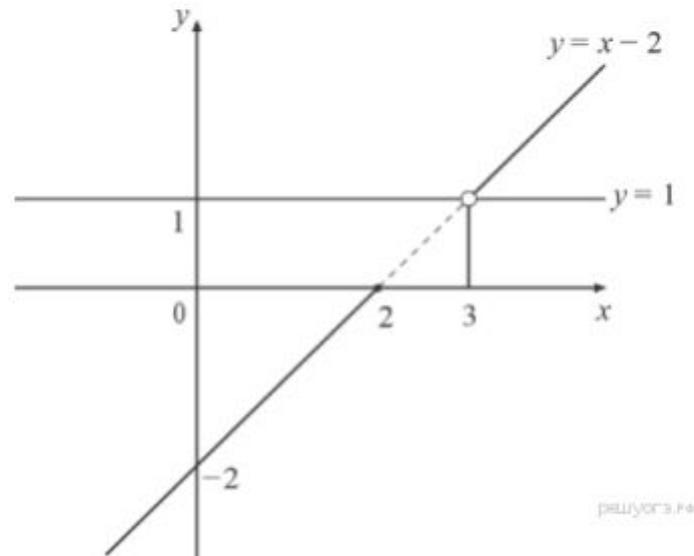
$$x^2 - 5x + 6 \geq 0; \quad x \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$$

$$\text{и } x - 3 \neq 0.$$

Значит, функция определена при $x \in (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$.

Поскольку $\frac{(\sqrt{x^2 - 5x + 6})^2}{x - 3} = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = x - 2$, получаем, что на области определения функция принимает вид $y = x - 2$.

График изображён на рисунке.



Прямая $y = a$ не имеет с графиком данной функции общих точек при $a \in (0; 1]$.

Ответ: $a \in (0; 1]$.