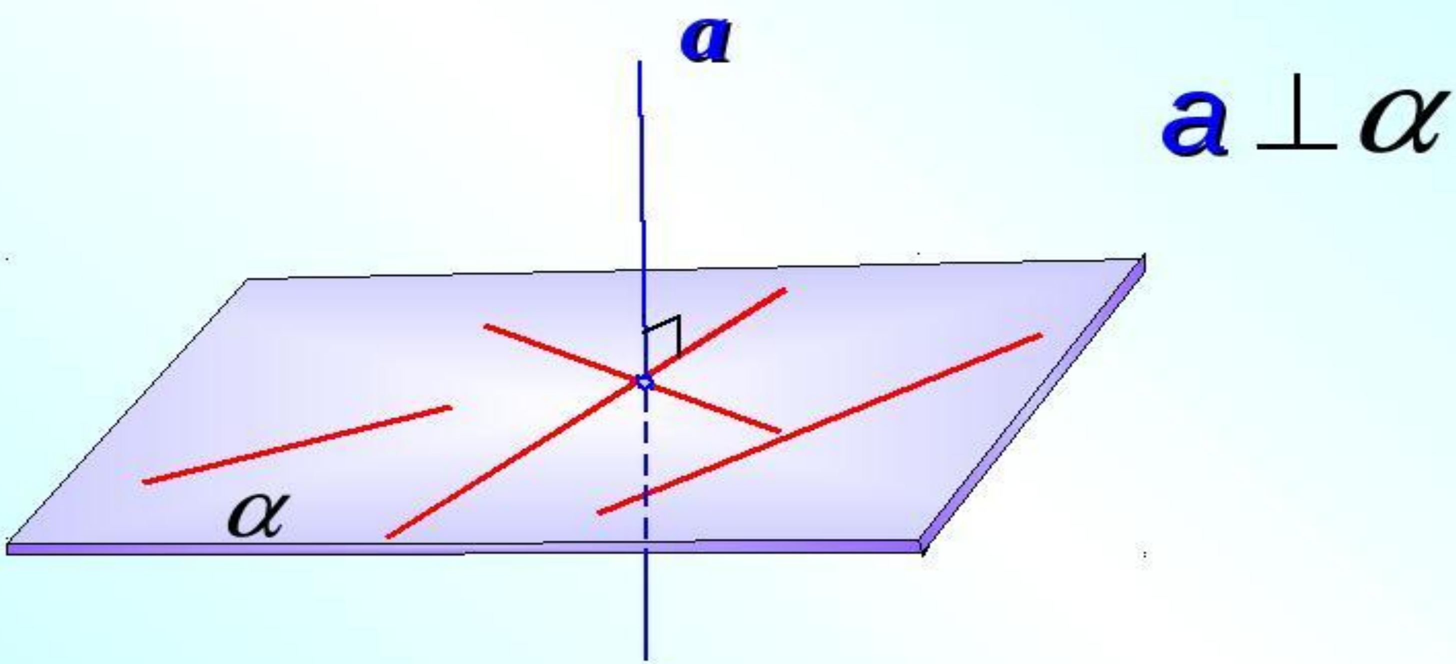
Перпендикуляр и наклонная

Перпендикулярность прямой и плоскости

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.



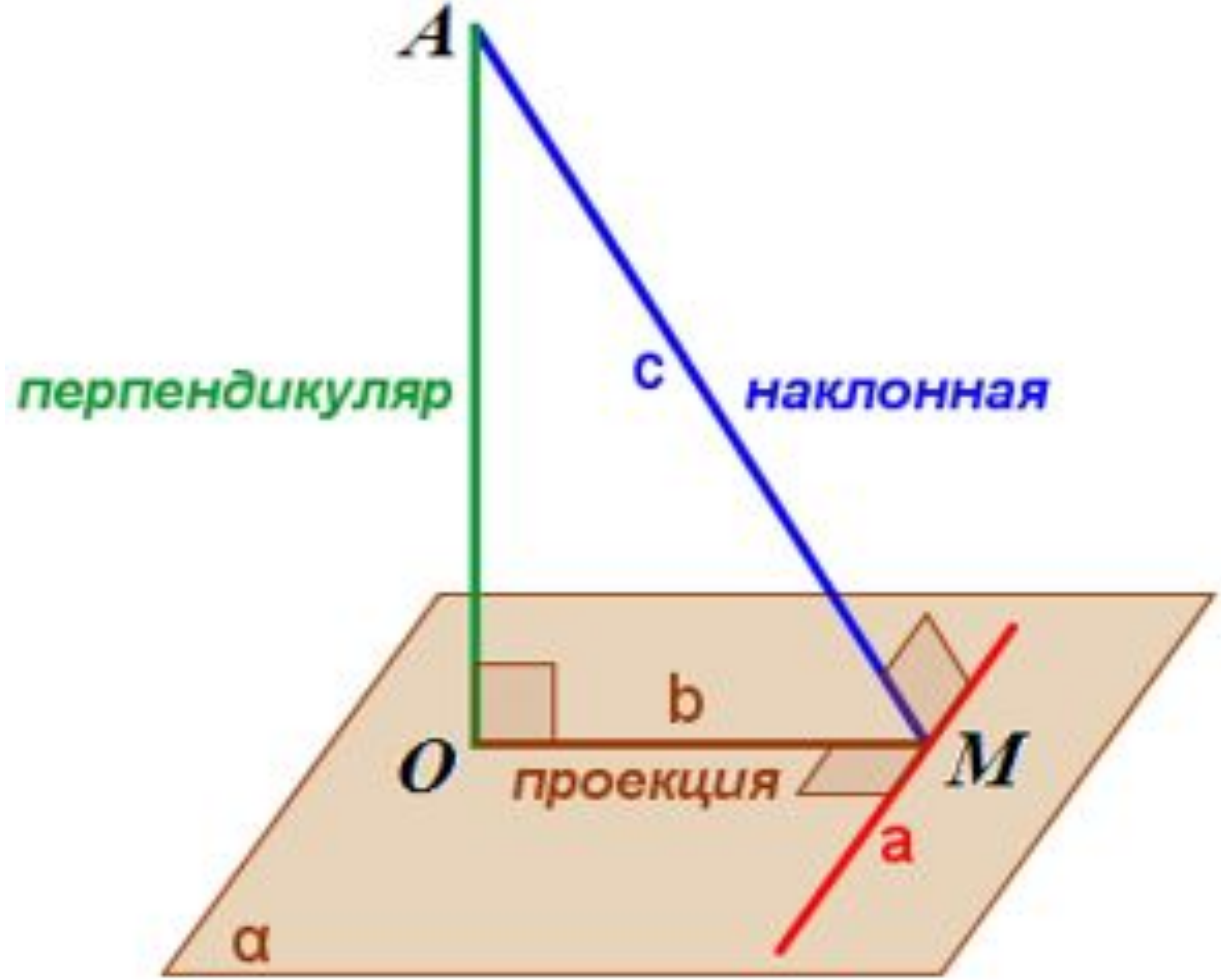
Пусть точка *A* не лежит на плоскости *α*. Проведем через точку *A* прямую, перпендикулярную плоскости *α*, и обозначим буквой *O* точку пересечения этой прямой с плоскостью *α*.

Перпендикуляром, проведенным из точки *A* к плоскости *α*, называется отрезок *AO*, точка *O* называется **основанием** перпендикуляра.

Если *AO* – перпендикуляр к плоскости *α*, а *M* – произвольная точка этой плоскости, отличная от точки *O*, то отрезок *AM* называется **наклонной**, проведенной из точки *A* к плоскости *α*, а точка *M* – **основанием наклонной**.

Отрезок *OM* – ортогональная **проекция** (или, короче, проекция) наклонной *AM* на плоскость *α*.

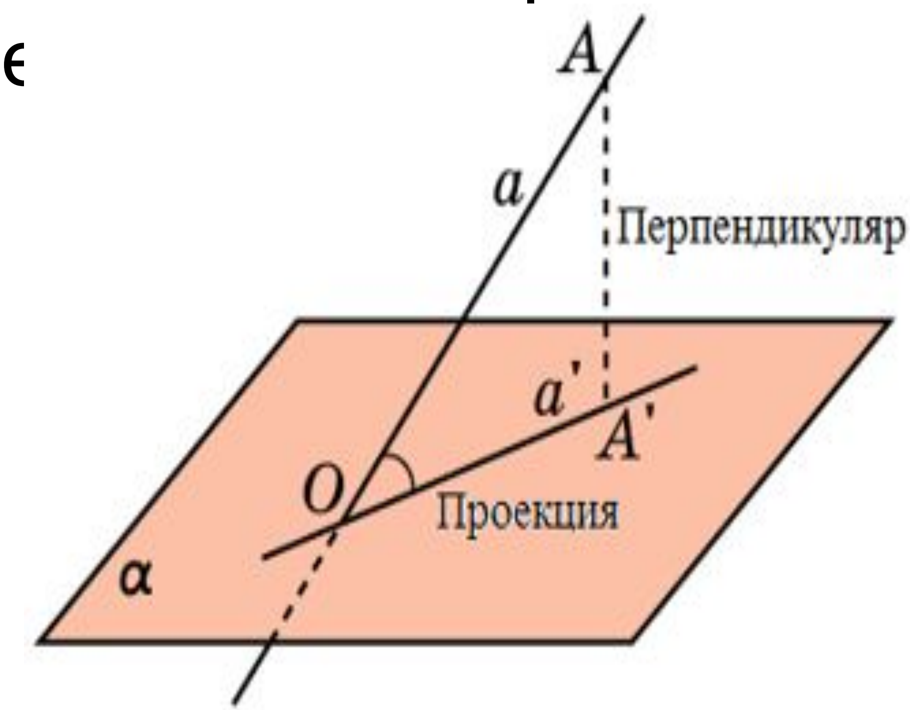
Перпендикуляр и наклонная



<u>Ортогональная проекция</u>

Определение:

В стереометрии **ортогональной проекцией** прямой a на плоскость α называется проекция этой прямой на плоскость α в случае, если прямая, определяющая направление проектирования, перпе



плоскости α.

Теорема о трех перпендикулярах

Теорема 1:

Прямая, проведенная в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной.

Верно и обратное утверждение:

Теорема 2:

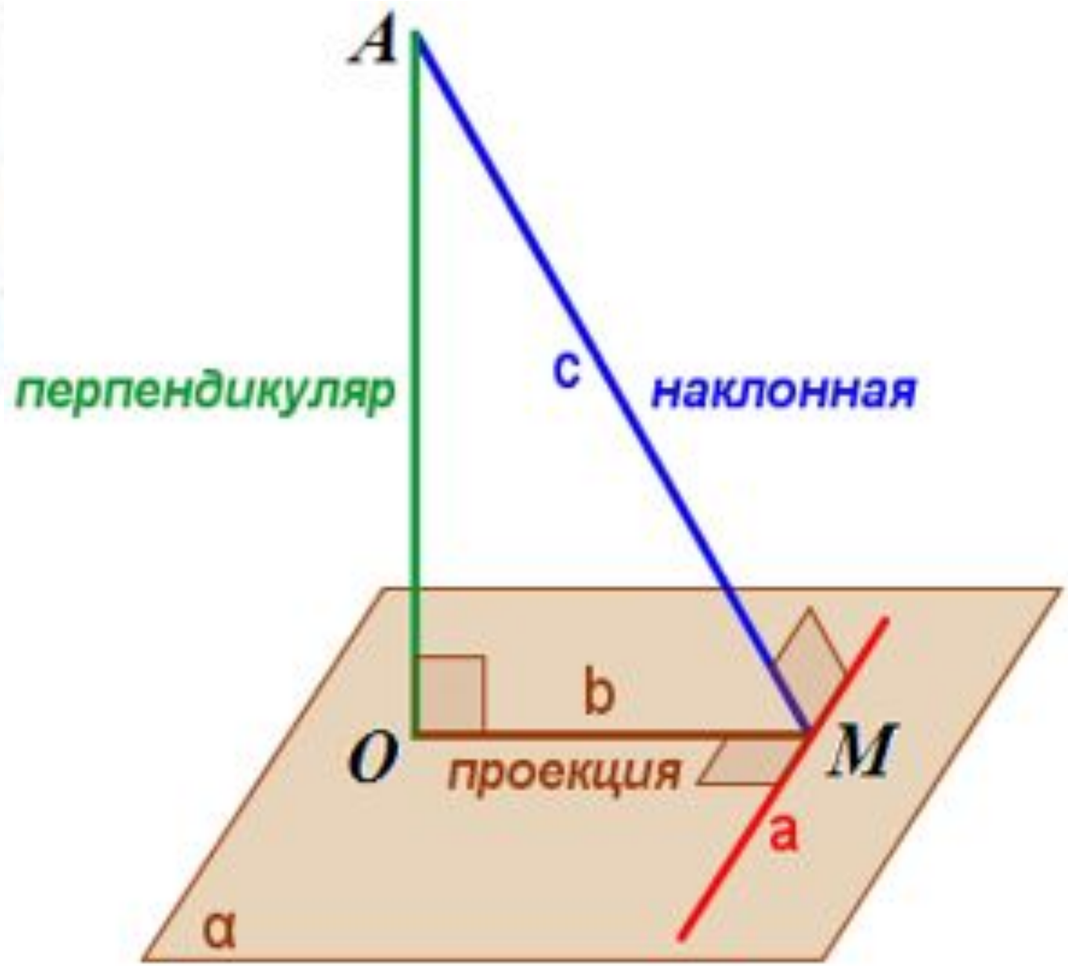
Прямая, проведенная в плоскости и перпендикулярная наклонной, перпендикулярна и ее проекции на эту плоскость.

Теорема о трех перпендикулярах

Данные теоремы, для обозначений с чертежа можно кратко сформулировать так:

$$a \perp b \Rightarrow a \perp c$$

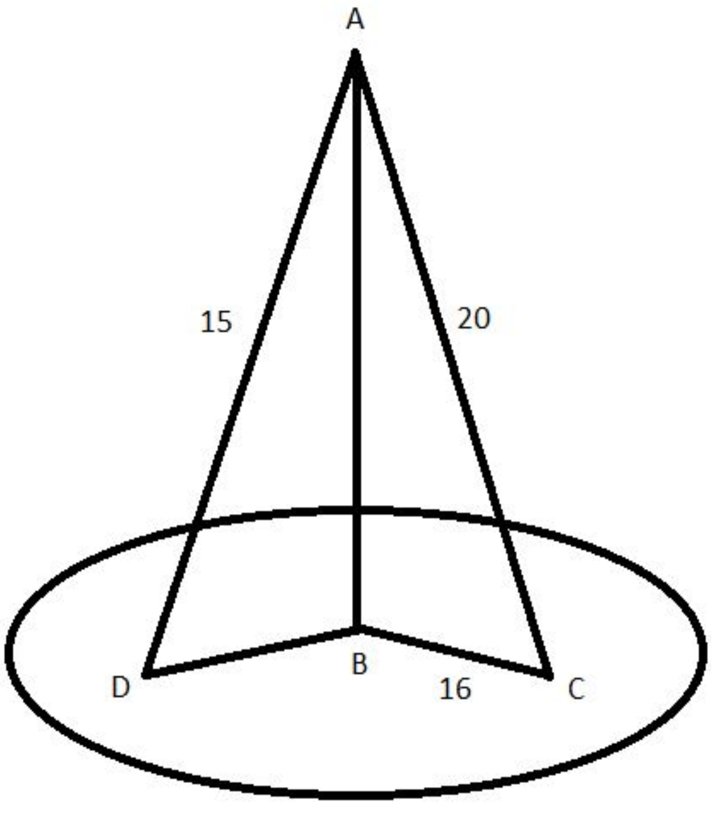
$$a \perp c \Rightarrow a \perp b$$



Теорема:

Если из одной точки, взятой вне плоскости, проведены к этой плоскости *перпендикуляр* и *две наклонные*, то:

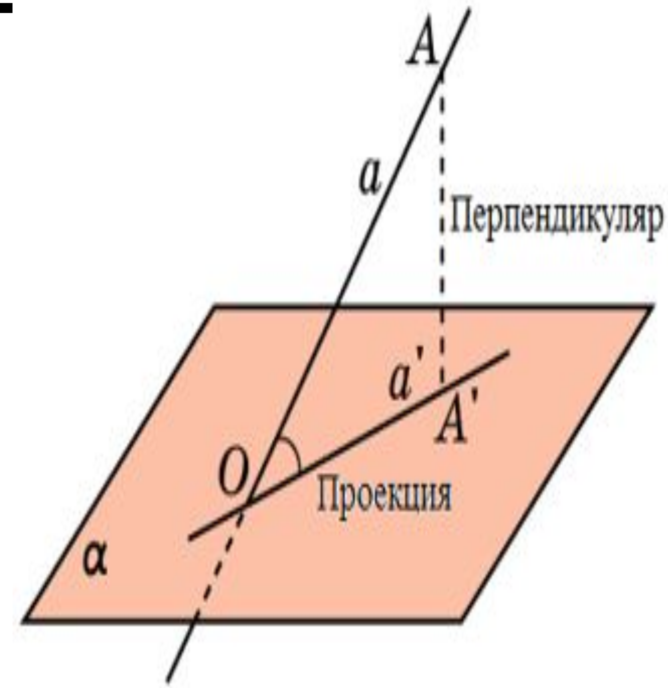
- две *наклонные, имеющие равные проекции, равны*;
- *из двух наклонных больше та, проекция которой больше*.



Угол между прямой и плоскостью

Определение:

Углом между прямой, не перпендикулярной плоскости, и этой плоскостью называется угол между прямой и ее ортогональной проекцией на данную плоскость (угол *AOA*’ на чертеже).



Теорема:

Угол между прямой и плоскостью является наименьшим из всех углов, которые данная прямая образует с прямыми, лежащими в данной плоскости и проходящими через точку пересечения прямой и плоскости.

Задачи

№1. Точка *A* отстоит от плоскости на расстоянии ***12см***. Найти длины наклонных, проведенных из этой точки, если они образуют с плоскостью угол ***30*** градусов.

№2. Из точки ***A***, удаленной от плоскости на расстоянии ***d***, проведены к этой плоскости наклонные ***AB*** и ***AC*** под углом ***30*** градусов к плоскости. Их проекции на плоскость образуют угол в ***120*** градусов. Найти ***BC***.

Задачи

№3. Из точки ***К*** к плоскости проведены две наклонные ***КЕ*** и ***КР***. Проекция наклонной ***КР = 15 см,*** проекция наклонной ***КЕ = 9 см.***

Найти длины наклонных, если одна из них на ***2 см*** длиннее другой.

№4. . Из точки к плоскости проведены две наклонные ***15см*** и ***20см***. Проекция большей наклонной ***16 см.***

Найти другую наклонную.

Задачи

№5. Из точки к плоскости проведена наклонная ***12см***. Ее проекция ***6 см.***

Найти другую наклонную, если ее проекция = ***6√6 см***.

№6. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на ***26см*** больше другой. Проекция наклонных *равны* ***12см*** *и* ***40см.***

Найти длины наклонных.